

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Lösung B1b/2021

Lösungslogik

Funktionsgleichung von p :

Mittels Punktprobe mit $A(1|1)$ Berechnung des Koeffizienten b .

Koordinaten der Punkte B und C :

Für Punkt B setzen wir $x = -3$.

Für Punkt C lesen wir die y -Koordinate an der Funktionsgleichung ab.

Flächeninhalt des Dreiecks ABC :

Die Grundseite des Dreiecks ist die Strecke \overline{BA} , die Höhe ist die Strecke \overline{CD} .

Funktionsgleichung der Geraden g :

Die Steigung ist gegeben, ebenso der y -Achsenabschnitt, damit liegt die Funktionsgleichung fest.

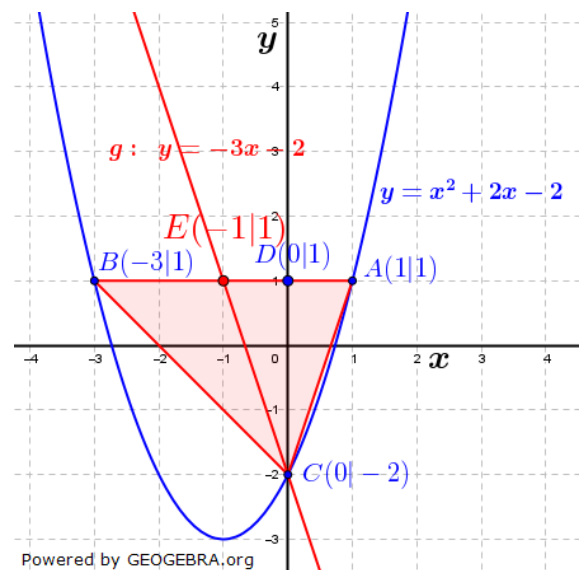
Überprüfung einer Behauptung:

Wir bestimmen den Schnittpunkt der Geraden g mit der Grundseite des Dreiecks ABC .

Dabei stellen wir fest, dass die Grundseite im Punkt E halbiert wird.

Die beiden Dreiecke BEC und EAC haben somit die gleich lange Grundseite bei gleich langer Höhe \overline{CD} , haben also denselben Flächeninhalt.

Julius hat Recht.



Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von p :

Punktprobe mit $A(1|1)$:

$$1 = 1 + b - 2$$

$$b = 2$$

$$y = x^2 + 2x - 2$$

Koordinaten der Punkte B und C :

$$y_B = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 2 = 9 - 8 = 1 \rightarrow B(-3|1)$$

$$y_C = (0)^2 + 2 \cdot (0) - 2 = -2 \rightarrow C(0|-2)$$

Flächeninhalt des Dreiecks ABC :

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BA} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ FE}$$

Das Dreieck A_{ABC} ist 6 FE groß.

Funktionsgleichung der Geraden g :

Gegeben Steigung $m = -3$ und y -Achsenabschnitt $C(0|-2)$

$$g: y = -3x - 2$$

Überprüfung einer Behauptung:

Die Grafik zeigt, dass die Gerade g die Grundseite \overline{BA} des Dreiecks ABC halbiert. Da dadurch die Grundseite der beiden Teildreiecke BEC und EAC gleich lang sind und die Höhe \overline{CD} ebenfalls, halbiert die Gerade g den Flächeninhalt des Dreiecks ABC . Julius hat Recht.

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Lösung B2a/2023

Lösungslogik

Funktionsgleichung p_1 :

Der Wertetabelle entnehmen wir, dass der y -Wert für $x = 0$ und $x = 4$ identisch ist.

Die x -Koordinate des Scheitels lautet somit $x_S = 2$. Scheitelpunktgleichung lautet damit $y = (x - 2)^2 + y_S$. Um y_S zu berechnen machen wir eine Punktprobe mit einem bekannten Punkt aus der Wertetabelle, z. B. Punkt $A(0|1)$.

Funktionsgleichung g :

Die Gerade ist gegeben durch $y = mx - 2$ und den Punkt $P(3|-5)$. Über eine Punktprobe bestimmen wir die Steigung m .

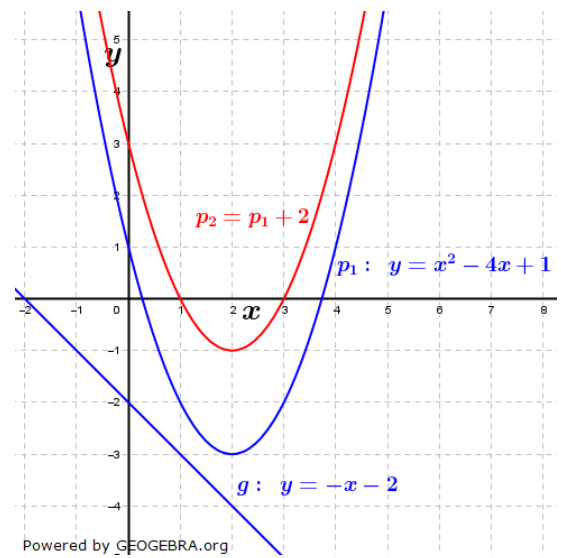
Nachweis kein Schnittpunkt von p_1 mit g :

Wir setzen die beiden

Funktionsgleichungen gleich und versuchen die Gleichung nach x aufzulösen.

Funktionsgleichung p_2 :

Eine weitere Parabel, die keinen Schnittpunkt mit p_1 und g hat, ist jede Parabel p_1 , die in y -Richtung nach oben verschoben wird. In der Grafik ist eine Verschiebung um 2 Einheiten nach oben vorgenommen worden.



Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung p_1 :

Symmetrieachse von p_1 ist $x_S = 2$. Damit lautet die Scheitelpunktgleichung von p_1 $y = (x - 2)^2 + y_{S_1}$

$$1 = (0 - 2)^2 + y_{S_1} \quad | \quad \text{Punktprobe mit } R(0|1)$$

$$1 = 4 + y_{S_1} \quad | \quad -4$$

$$y_{S_1} = -3$$

$$y = (x - 2)^2 - 3 \quad | \quad \text{binomische Formel auflösen.}$$

$$y = x^2 - 4x + 1$$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

Funktionsgleichung g :

$$g: y = mx - 2; P(3|-5)$$

$$-5 = 3m - 2 \quad | \quad +2$$

$$-3 = 3m \quad | \quad :3$$

$$m = -1$$

$$g: y = -x - 2$$

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Nachweis kein Schnittpunkt von p_1 mit g :

$g \cap p_1$:

$$x^2 - 4x + 1 = -x - 2 \quad | \quad +x; +2$$

$$x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm \sqrt{2,25 - 3} \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

Der Wert unter der Wurzel ist negativ, somit keine Lösung, g und p_1 schneiden sich nicht.

Funktionsgleichung p_2 :

Z. B. p_1 um 2 Einheiten nach oben geschoben (andere Lösungen möglich)

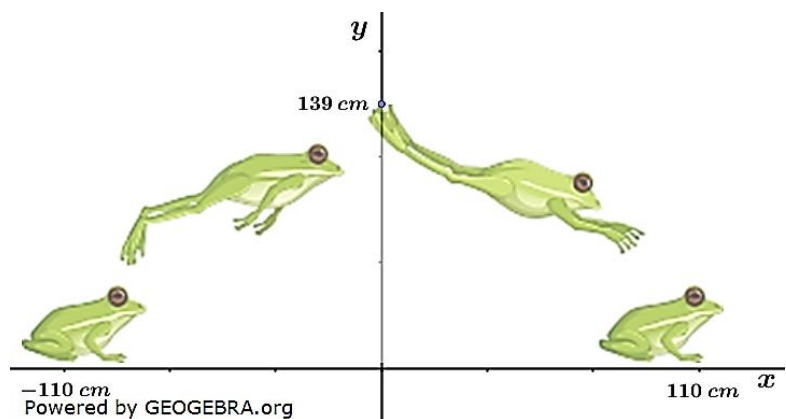
$$p_2: y = p_1 + 2 = x^2 - 4x + 3$$

Lösung B3b/2023

Lösungslogik

Gleichung einer zugehörigen Parabel:

Aufgrund der gegebenen Parabelgleichung liegt die y -Achse in der Sprungmitte. Damit ist der Parameter $c = 139$. Zur Bestimmung von a machen wir dann eine Punktprobe mit der Nullstelle $N_2(0|110)$.



Abstand des Frosches zu einem Schilfrohr:

Die horizontale Entfernung von 150 cm vom Absprungpunkt hat die x -Koordinate $x_0 = 150 \text{ cm} - 110 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$.

Berechnung der Flughöhe y_0 des Frosches bei $x_0 = 40$. Der Abstand des Frosches ist dann diese Flughöhe y_0 abzüglich der Höhe des Schilfrohres.

Differenz der Sprungweite eines zweiten Frosches:

Berechnung der Nullstellen der Funktionsgleichung für den zweiten Frosch.

Aus $N_2 - N_1$ ergibt sich diese Sprungweite.

Bildung der Differenz der beiden Sprungweiten.

Klausuraufschrieb

Gleichung einer zugehörigen Parabel

$$p: y = ax^2 + c$$

In y -Richtung verschobene Parabel. c ist die Sprunghöhe des Frosches.

$$y = ax^2 + 139$$

$$a: 0 = a \cdot 110^2 + 139 \quad | \quad \text{Punktprobe mit } N_2(110|0)$$

$$12100a = -139 \quad | \quad :12100$$

$$a = -0,01149$$

$$y = -0,01149x^2 + 139$$

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Abstand des Frosches zu einem Schilfrohr:

x -Position des Schilfrohrs:

$$x_0 = 150 - 110 = 40$$

Höhe y_0 bei Position $x_0 = 40$:

$$y_0 = -0,01149 \cdot 40^2 + 139 = 120,62$$

Abstand Frosch zu Schilfrohr:

$$d = y_0 - 94 = 120,62 - 94 = 26,62$$

Der Abstand des Frosches beim Überspringen des Schilfrohrs beträgt 26,6 cm.

Differenz der Sprungweite eines zweiten Frosches:

Sprungweite Frosch 2 über die Nullstellen der Funktionsgleichung:

$$\begin{array}{l|l} -\frac{3}{200}x^2 + 165 = 0 & +\frac{3}{200}x^2 \\ \frac{3}{200}x^2 = 165 & \cdot \frac{200}{3} \\ x^2 = 11000 & \sqrt{\cdot} \end{array}$$

$$x_{1,2} = \pm 104,88$$

$$w = 104,88 - (-104,88) = 209,76$$

Die Sprungweite des zweiten Frosches beträgt etwa 210 cm

Differenz der beiden Sprungweiten:

$$\Delta w = 220 - 210 = 10$$

Der zweite Frosch springt etwa 10 cm kürzer als der 1. Frosch.

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Lösung B4a/2023

Lösungslogik

Funktionsgleichung von p_1 und g .

Die Parabel p_1 ist nach unten geöffnet und in y -Richtung um 4 Einheiten nach oben geschoben. Ihr Grundgleichung lautet $y = ax^2 + c$ mit $c = 4$ als dem y -Achsenabschnitt.

Bestimmung von a über die gegebene Nullstelle $N_1(-4|0)$. Die Gerade g geht durch die Punkte $N_1(-4|0)$ und $B(0|4)$, hat also den y -Achsenabschnitt $c = 4$. Bestimmung der Steigung m über die Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Koordinaten von N_2 :

p_1 ist symmetrisch zur y -Achse. Damit ist $N_2(4|0)$.

Scheitelpunkt S_2 von p_2 .

Wir stellen die allgemeine, gegebene Gleichung $y = x^2 - 2x - 3$ in die Scheitelpunktform um.

Unterschied zweier Flächeninhalte:

Wir fertigen eine Situationskizze (1. Abbildung rechts).

Aus der zweiten Abbildung rechts geht hervor, dass die Fläche des Dreiecks $S_2S_1N_1$ ermittelt werden kann über die Fläche des umschließenden Rechtecks abzgl. der Flächen der Dreiecke A_1 , A_2 und A_3 .

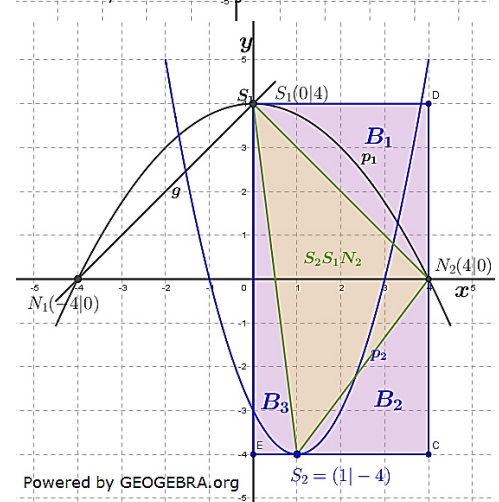
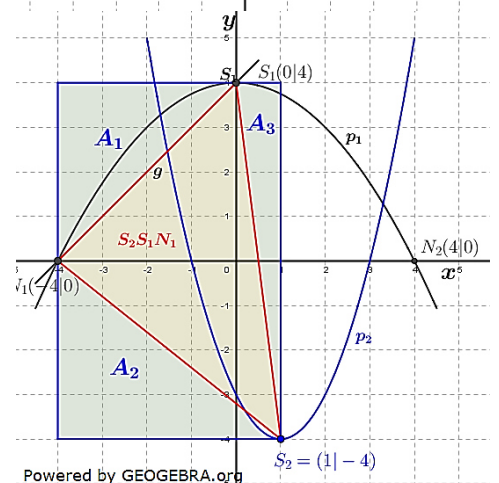
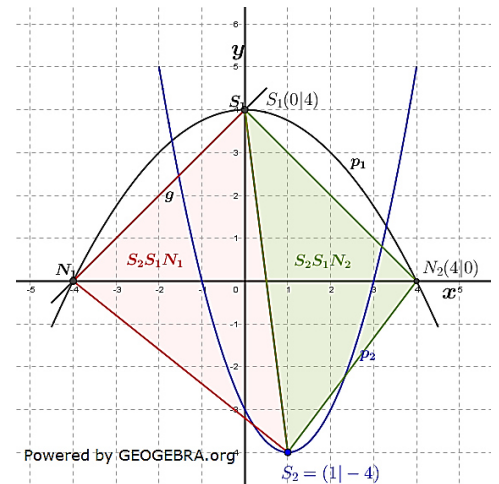
Aus der dritten Abbildung rechts geht hervor, dass die Fläche des Dreiecks $S_2S_1N_2$ ermittelt werden kann über die Fläche des umschließenden Rechtecks abzgl. der Flächen der Dreiecke B_1 , B_2 und B_3 .

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von p_1 und g .

$$\begin{array}{l}
 p_1: \quad y = ax^2 + 4 \\
 \quad \quad 0 = a \cdot (-4)^2 + 4 \quad | \text{ Punktprobe mit } N_1(-4|0) \\
 \quad \quad 0 = 16a + 4 \quad \quad \quad | -4 \\
 \quad \quad 16a = -4 \quad \quad \quad \quad | :16 \\
 \quad \quad a = -\frac{1}{4}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 p_1: \quad y = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \\
 g: \quad y = mx + c \\
 \quad \quad c = 4 \\
 \quad \quad m = \frac{y_{N_1} - y_{S_1}}{x_{N_1} - x_{S_1}} = \frac{0 - (-4)}{-4 - 0} = 1 \\
 g: \quad y = x + 4
 \end{array}$$



RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zu Funktionen (Gerade, Parabel)

Lösungen

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Koordinaten von N_2 :

p_1 ist symmetrisch zur y -Achse. Damit ist $N_2(4|0)$.

Scheitelpunkt S_2 von p_2 :

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3$$

$$y = (x - 1)^2 - 1 - 3$$

$$y = (x - 1)^2 - 4$$

$$S_2(1 | -4)$$

| quadratische Ergänzung

| 2. Binomische Formel

| Zusammenfassen

Unterschied zweier Flächeninhalte:

Flächeninhalt Dreieck $S_2S_1N_1$:

$$A_{S_2S_1N_1} = A_{\text{Rechteck}} - A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_{\text{Rechteck}} = 5 \cdot 8 = 40$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

$$A_{S_2S_1N_1} = 40 - 8 - 10 - 4 = 18$$

Flächeninhalt Dreieck $S_2S_1N_2$:

$$A_{S_2S_1N_2} = A_{\text{Rechteck}} - B_1 - B_2 - B_3$$

$$A_{\text{Rechteck}} = 4 \cdot 8 = 32$$

$$B_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

$$B_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

$$A_{S_2S_1N_2} = 32 - 8 - 6 - 4 = 14$$

Differenz der Flächenunterschiede:

$$\Delta A = A_{S_2S_1N_1} - A_{S_2S_1N_2} = 18 - 14 = 4$$

Der Flächenunterschied der beiden Dreiecke $A_{S_2S_1N_1}$ und $A_{S_2S_1N_2}$ beträgt 4 FE.