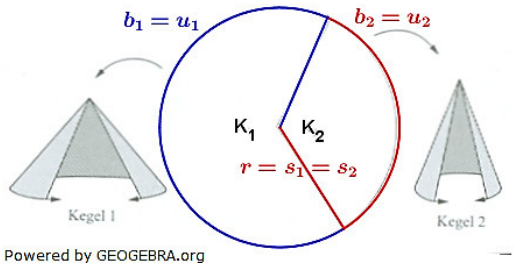
Lösung W3b/2005

Lösungslogik

Wegen der Abwicklung der beiden Pyramiden aus ein und demselben Kreis sind deren Seitenlängen gleich. Die Länge der Seitenkante entspricht dem Radius des Abwicklungskreises.
Zum anderen entspricht die Länge des Kreisbogens über K_1 dem Umfang des Grundkreises von Kegel 1, die Länge des Kreisbogens über K_2 entspricht dem Umfang des Grundkreises von Kegel 2.



Der Umfang des Abwicklungskreises errechnet sich aus der Umfangsformel für einen Kreis mit $u = 2\pi \cdot r$, wobei hier r gleich der Länge der Seitenkanten beider Kegel ist.
Berechnung von r_1 aus der Volumenformel.
Berechnung von s_1 über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Umfangs des Grundkreises von Pyramide 1.
Berechnen des Umfangs des Abwicklungskreises mit $r = s_1$.
Differenzbildung aus Umfang des Abwicklungskreises und Umfang des Grundkreises von Kegel 1 ergibt Umfang des Grundkreises von Kegel 2.
Berechnung von r_2 über die Umfangsformel des Grundkreises von Kegel 2.

Klausuraufschrieb

r_1: $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1$ | $\cdot 3; : \pi \cdot h_1$

$r_1^2 = \frac{3 \cdot V_1}{\pi \cdot h_1} = \frac{3 \cdot 12\pi e^3}{\pi \cdot 4e} = 9e^2$ | $\sqrt{}$

$r_1 = 3e$

s_1: $s_1 = \sqrt{r_1^2 + h_1^2} = \sqrt{(3e)^2 + (4e)^2}$ | Satz des Pythagoras

$s_1 = \sqrt{9e^2 + 16e^2} = \sqrt{25e^2} = 5e$

u_1: $u_1 = 2\pi \cdot r_1 = 2\pi \cdot 3e = 6\pi e$

u_{Abw}: $u_{Abw} = 2\pi \cdot s_1 = 2\pi \cdot 5e = 10\pi e$

u_2: $u_2 = u_{Abw} - u_1 = 10\pi e - 6\pi e = 4\pi e$

r_2: $u_2 = 2\pi \cdot r_2$ | $: 2\pi$

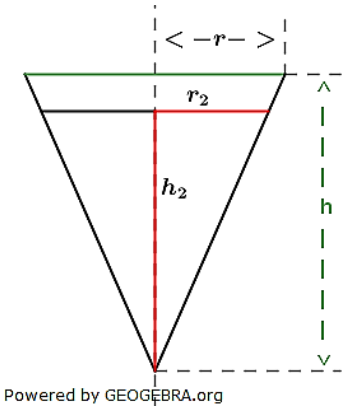
$r_2 = \frac{u_2}{2\pi} = \frac{4\pi e}{2\pi} = 2e$ **q.e.d.**

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung W4b/2007

Lösungslogik

Berechnung des Volumens des gesamten kegelförmigen Gefäßes über die Volumenformel.
Berechnung von h_2.
Berechnung von r_2 über den 2. Strahlensatz.
Berechnung des Wasservolumens.
Berechnung des Kugelvolumens aus der Differenz von Gesamtvolumen des Kegels und dem Wasservolumen.
Berechnung von über die Volumenformel der Kugel.



Klausuraufschrieb

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3,5^2 \cdot 8,0 = 102,63$

h_2: $h_2 = \frac{7}{8} \cdot h = \frac{7}{8} \cdot 8 = 7$

r_2: $\frac{r_2}{h_2} = \frac{r}{h}$ | $\cdot h_2$

$r_2 = \frac{r \cdot h_2}{h} = \frac{3,5 \cdot 7}{8} = 3,0625$

V_{Wa}: $V_{Wa} = \frac{1}{3}\pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 3,1^2 \cdot 7,0 = 70,445$

V_{Kug}: $V_{Kug} = V_{Keg} - V_{Wa} = 102,63 - 70,445 = 32,185$

r_{Kug}: $V_{Kug} = \frac{4}{3}\pi r_{Kug}^3$ | $\cdot \frac{3}{4}$; $: \pi$

$r_{Kug}^3 = \frac{\frac{3}{4} \cdot V_{Kug}}{\pi} = \frac{0,75 \cdot 32,2}{\pi} = 7,6872$ | $\sqrt[3]{}$

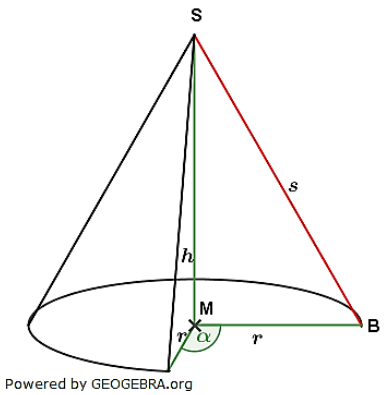
$r_{Kug} = 1,9736$

Der Radius der Kugel beträgt $2,0\ cm$.

Lösung W2b/2008

Lösungslogik

Berechnung von s des Kegels über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Oberfläche O_{Keg} des Kegels über die Oberflächenformel.
Durch den Ausschnittwinkel von $120°$ ist die Fläche nur noch $\frac{2}{3}$ der Fläche des ganzen Kegels ($\frac{120°}{360°} = \frac{1}{3}$).
Hinzu kommt jetzt aber noch zweimal das Dreieck MBS, welches durch den Schnitt entsteht.
Berechnung der zwei Dreiecksflächen.
Berechnung der Oberfläche O_{Neu} des neu entstanden Körpers.
Berechnung der Differenz aus O_{Neu} und O_{Keg}.



Klausuraufschrieb

s: $s = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(4e)^2 + (3e)^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{25e^2} = 5e$

O_{Keg}: $O_{Keg} = \pi \cdot r \cdot (r + s) = \pi \cdot 3e \cdot (3e + 5e) = 24\pi e^2$

A_{MBS}: $A_{MBS} = \frac{1}{2} \cdot r \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 3e \cdot 4e = 6e^2$

O_{Neu}: $O_{Neu} = \frac{2}{3} \cdot O_{Keg} + 2 \cdot A_{MBS} = \frac{2}{3} \cdot 24\pi e^2 + 2 \cdot 6e^2 = 16\pi e^2 + 12e^2$

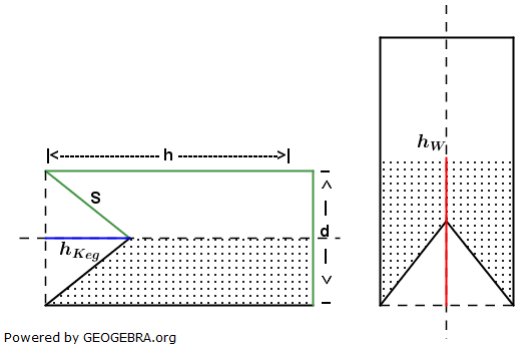
O_{Diff}: $O_{Diff} = O_{Keg} - O_{Neu} = 24\pi e^2 - 16\pi e^2 - 12e^2 = 8\pi e^2 - 12e^2$

$O_{Diff} = 4e^2(2\pi - 3)$ **q.e.d.**

Lösung W2a/2010

Lösungslogik

Berechnung von h_{Keg} der kegelförmigen Vertiefung über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Volumens V_{Zyl} des Zylinders.
Berechnung der Volumens V_{Keg} der kegelförmigen Vertiefung.
Berechnung des Volumens des Körpers $V_{Körper}$ aus der Differenz von V_{Zyl} und V_{Keg}.
Halbierung von $V_{Körper}$.
Berechnung der Höhe h_W des Wasserstandes im senkrecht aufgestellten Zylinder über die Volumenformel des Körpers.



Klausuraufschrieb

k_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{8^2 - 5^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{39} = 6{,}24$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 20 = 1570{,}80$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 6{,}24 = 163{,}40$

$V_{Körper}$: $V_{Körper} = V_{Zyl} - V_{Keg} = 1570{,}80 - 163{,}40 = 1407{,}40$

V_{Wasser}: $V_{Wasser} = \frac{1}{2} \cdot V_{Körper} = 0{,}5 \cdot 1407{,}40 = 703{,}70$

h_W: $V_{Wasser} = \pi r^2 \cdot h_W - V_{Keg}$ | $+V_{Keg}; : (\pi r^2)$

$h_W = \frac{V_{Wasser} + V_{Keg}}{\pi \cdot r^2} = \frac{703{,}70 + 163{,}40}{\pi \cdot 5^2} = 11{,}04$

Im aufgestellten Behälter steht das Wasser $11\ cm$ *hoch.*