

# RS-Abschluss Übungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen

Lösungen

## Hinweis zu den Lösungen

Hier wird ausschließlich das Additions- bzw. Subtraktionsverfahren verwendet. Auf das Einsetzungs- bzw. Gleichsetzungsverfahren wird wegen dessen Fehleranfälligkeit komplett verzichtet.

## Lösung A1

Detaillierte Lösung:

$$(1) \quad 3y - 2x = 11$$

$$(2) \quad \frac{4}{3}y = 14\frac{1}{3} - x$$

Lösungsschritte:

1. Umformen beider Gleichungen in die Form  $y = ax + b$ .

$$(1) \quad 3y - 2x = 11 \quad | \quad +2x; :3$$

$$(2) \quad \frac{4}{3}y = 14\frac{1}{3} - x \quad | \quad \cdot \frac{3}{4}$$

$$(1) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$(2) \quad y = \frac{43}{4} - \frac{3}{4}x$$

2. Umstellung von (2) nach dem Kommutativgesetz

$$(1) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$(2) \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{43}{4} \quad | \quad \cdot (-1) \text{ nur für Additionsverfahren}$$

3. Additionsverfahren

$$(1) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$(2) \quad -y = +\frac{3}{4}x - \frac{43}{4}$$

4. Additions- bzw. Subtraktionsverfahren durchführen

Additionsverfahren

Subtraktionsverfahren

$$(1) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$(1) \quad y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$$

$$(2) \quad -y = +\frac{3}{4}x - \frac{43}{4}$$

$$(2) \quad y = -\frac{3x}{4} + \frac{43}{4}$$

$$(1)+(2) \quad 0 = \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + \frac{11}{3} - \frac{43}{4}$$

$$(1)-(2) \quad 0 = \frac{2}{3}x - \left(-\frac{3}{4}x\right) + \frac{11}{3} - \frac{43}{4}$$

Wie du siehst, kommt bei beiden Verfahren dasselbe Ergebnis raus.

5. Zusammenfassen

$$0 = \frac{8x+9x}{12} + \frac{44-129}{12}$$

$$0 = \frac{17x}{12} - \frac{85}{12} \quad | \quad \cdot 12; +85$$

6. Vereinfachen

$$85 = 17x \quad | \quad :17$$

7. Nach  $x$  auflösen

$$x = \frac{85}{17} = 5$$

8. Das errechnet  $x$  in Gleichung (1) wahlweise Gleichung (2) einsetzen zur Errechnung des  $y$ -Wertes.

$$(1) \quad y = \frac{2}{3} \cdot 5 + \frac{11}{3} = \frac{10}{3} + \frac{11}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

9. Lösungsmenge aufschreiben

$$\mathbb{L} = \{(5; 7)\}$$

#### Lösung A2

$$\begin{array}{lcl}
 (1) & y = -4x + 14 & \\
 (2) & 2y - 11,8 + 15x = 40,7 + 8y & | \quad -8y; -15x; +11,8 \\
 (1) & y = -4x + 14 & \\
 (2) & -6y = -15x + 52,5 & | \quad :6 \\
 (1) & y = -4x + 14 & \\
 (2) & -y = -2,5x + 8,75 & \\
 \hline
 (1)+(2) & 0 = -6,5x + 22,75 & | \quad +6,5x \\
 & 6,5x = 22,75 & | \quad :6,5 \\
 & x = 3,5 \rightarrow (1) & \\
 (1) & y = -4 \cdot 3,5 + 14 = 0 & \\
 & \mathbb{L} = \{(3,5; 0)\} & 
 \end{array}$$

#### Lösung A3

$$\begin{array}{lcl}
 (1) & -2(-3,5y + 4x) + 3(x - 2y) = 17 & | \quad \text{ausmultiplizieren} \\
 (2) & -\frac{5}{2}x + 5y = 17,5 & | \quad +\frac{5}{2}x \\
 (1) & 7y - 8x + 3x - 6y = 17 & | \quad \text{zusammenfassen} \\
 (2) & 5y = \frac{5}{2}x + 17,5 & | \quad :5 \\
 (1) & y - 5x = 17 & | \quad +5x \\
 (2) & y = \frac{1}{2}x + 3,5 & | \quad \cdot (-1) \\
 (1) & y = 5x + 17 & \\
 (2) & -y = -\frac{1}{2}x - 3,5 & \\
 \hline
 (1)+(2) & 0 = 4,5x + 13,5 & | \quad -4,5x \\
 & -4,5x = 13,5 & | \quad :(-4,5) \\
 & x = -3 \rightarrow (1) & \\
 (1) & y = 5 \cdot (-3) + 17 = 2 & \\
 & \mathbb{L} = \{(-3; 2)\} & 
 \end{array}$$

#### Lösung A4

$$\begin{array}{lcl}
 (1) & 4\left(2y + \frac{1}{2}x\right) + 7 = -31 & | \quad \text{ausmultiplizieren} \\
 (2) & -35y + 7(-1 + x) = 49 & | \quad \text{ausmultiplizieren} \\
 (1) & 8y + 2x + 7 = -31 & | \quad -2x; -7 \\
 (2) & -35y - 7 + 7x = 49 & | \quad -7x; +7 \\
 (1) & 8y = -2x - 38 & | \quad :8 \\
 (2) & -35y = -7x + 56 & | \quad :35 \\
 (1) & y = -0,25x - 4,75 & \\
 (2) & -y = -0,2x + 1,6 & \\
 \hline
 (1)+(2) & 0 = -0,45x - 3,15 & | \quad +0,45x \\
 & 0,45x = -3,15 & | \quad :(0,45) \\
 & x = -7 \rightarrow (1) & \\
 (1) & y = -0,25 \cdot (-7) - 4,75 = -3 & \\
 & \mathbb{L} = \{(-7; -3)\} & 
 \end{array}$$

#### Lösung A5

(1)	$3(y - 2x) - 2(1,5x + 32,5) = 22$		ausmultiplizieren
(2)	$2,5x - 5(-y + 1) = 0$		ausmultiplizieren
(1)	$3y - 6x - 3x - 65 = 22$		zusammenfassen
(2)	$2,5x + 5y - 5 = 0$		$-2,5x; +5$
(1)	$3y - 9x - 65 = 22$		$+9x; +65$
(2)	$5y = -2,5x + 5$		$:5$
(1)	$3y = 9x + 87$		$:3$
(2)	$y = -0,5x + 1$		$\cdot (-1)$
(1)	$y = 3x + 29$		
(2)	$-y = 0,5x - 1$		

(1)+(2)	$0 = 3,5x + 28$		$-3,5x$
	$-3,5x = 28$		$:(-3,5)$
	$x = -8 \rightarrow (1)$		
(1)	$y = 3 \cdot (-8) + 29 = 5$		
	$\mathbb{L} = \{(-8; 5)\}$		

#### Lösung A6

(1)	$5(-x + 3) + y = -6$		ausmultiplizieren
(2)	$2(-2,5x + 3,5y) = 11 - 4(2x - 1,5y)$		ausmultiplizieren
(1)	$-5x + 15 + y = -6$		$+5x; -15$
(2)	$-5x + 7y = 11 - 8x + 6y$		$-6y; +5x$
(1)	$y = 5x - 21$		
(2)	$y = -3x + 11$		

(1)-(2)	$0 = 5x - (-3x) - 21 - 11$		
	$0 = 8x - 32$		$+32$
	$32 = 8x$		$:8$
	$x = 4 \rightarrow (1)$		
(1)	$y = 5 \cdot 4 - 21 = -1$		
	$\mathbb{L} = \{(4; -1)\}$		

#### Lösung A7

(1)	$-4y - \frac{3}{5}x = 4 - 5y$		$\cdot 5$
(2)	$-\frac{1}{5}x + y - \frac{2}{5}x = -2,5$		$\cdot 5$
(1)	$-20y - 3x = 20 - 25y$		$+25y + 3x$
(2)	$-x + 5y - 2x = -12,5$		$+3x$
(1)	$5y = 3x + 20$		
(2)	$5y = 3x - 12,5$		

(1)-(2)	$0 = 0 + 20 - (-12,5)$		
	$0 \neq 32,5$		

- a)  $\mathbb{L} = \{\}$
- b) Ist die Lösungsmenge eines linearen Gleichungssystems leer, verlaufen die zu den Funktionsgleichungen gehörenden Geraden in einem Koordinatensystem parallel, sie haben keinen Schnittpunkt.