Abschlussprüfung Realschule

Pflichtteile 2003 - 2020

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Inhaltsverzeichnis Pflichtteile

01 *Abschlussprüfung Realschule Pflichtteile 2003-2020*

	Seite
Pflichtteil 2003	
Aufgaben	04
Lösungen	06
Pflichtteil 2004	
Aufgaben	11
Lösungen	13
Pflichtteil 2005	
Aufgaben	18
Lösungen	20
Pflichtteil 2006	
Aufgaben	25
Lösungen	27
Pflichtteil 2007	
Aufgaben	32
Lösungen	34
Pflichtteil 2008	
Aufgaben	38
Lösungen	40
Pflichtteil 2009	
Aufgaben	45
Lösungen	47
Pflichtteil 2010	
Aufgaben	51
Lösungen	54
Pflichtteil 2011	
Aufgaben	59
Lösungen	62
Pflichtteil 2012	
Aufgaben	66
Lösungen	69
Pflichtteil 2013	
Aufgaben	75
Lösungen	78
Pflichtteil 2014	
Aufgaben	83
Lösungen	86
Pflichtteil 2015	
Aufgaben	91
Lösungen	96

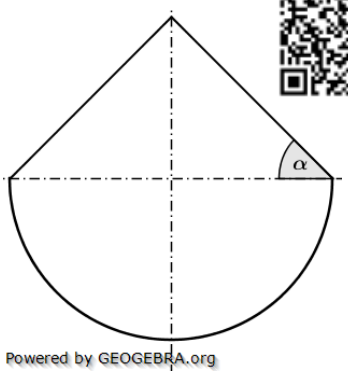
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Pflichtteil 2016
Aufgaben 102
Lösungen 106
Pflichtteil 2017
Aufgaben 112
Lösungen 116
Pflichtteil 2018
Aufgaben 122
Lösungen 126
Pflichtteil 2019
Aufgaben 133
Lösungen 137
Pflichtteil 2020
Aufgaben 147
Lösungen 150

Aufgabe P1/2003

Ein Körper besteht aus einer Halbkugel und einem aufgesetzten Kegel mit $\alpha = 45°$ (siehe Achsenschnitt).
Das Volumen der Halbkugel beträgt $204\ cm^3$.
Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.

Lösung: $O = 227{,}0\ cm^2$



Aufgabe P2/2003

Ein quadratisches Prisma und eine quadratische Pyramide haben gleich große Grundflächen.
Das Prisma hat eine Höhe $h = 5{,}0\ cm$ und die Grundkante $a = 3{,}0\ cm$.
Das Volumen der Pyramide ist halb so groß wie das Volumen des Prismas.
Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. Lösung: $h_{Pyr} = 2{,}5\ cm$

Aufgabe P3/2003

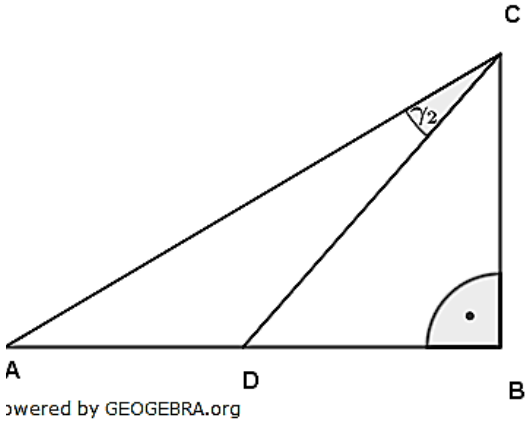
Im rechtwinkligen Dreieck ABC sind gegeben:

$\overline{BC} = 3{,}3\ cm$
$\overline{DC} = 4{,}4\ cm$
$\gamma_2 = 18{,}1°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ADC.

Lösung: $A_{ADC} = 4{,}4\ cm^2$

Tipp: Trigonometrischen Flächeninhalt für Fläche des Dreiecks ADC.



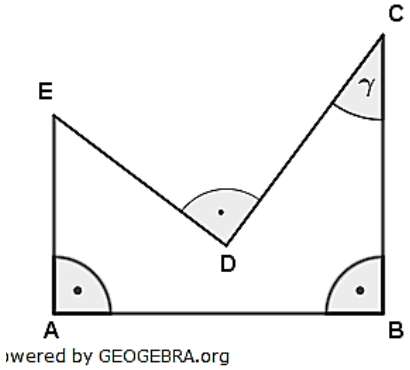
Aufgabe P4/2003

In der Figur $ABCDE$ sind gegeben:

$\overline{BC} = 7{,}0\ cm$
$\overline{CD} = 6{,}6\ cm$
$\overline{DE} = 5{,}4\ cm$
$\gamma = 37{,}0°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{AE}$.

Lösung: $\overline{AE} = 5\ cm$



Aufgabe P5/2003

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{2x^2+x-9}{x-1} = x + 5$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1\}; \quad \mathbb{L} = \{-1; 4\}$

Aufgabe P6/2003

Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(2|-3)$. Die Gerade g hat die Steigung $m = 1$ und schneidet die Parabel in $P(4|1)$.
Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunkts von Parabel und Gerade. Lösung: $Q(1|-2)$

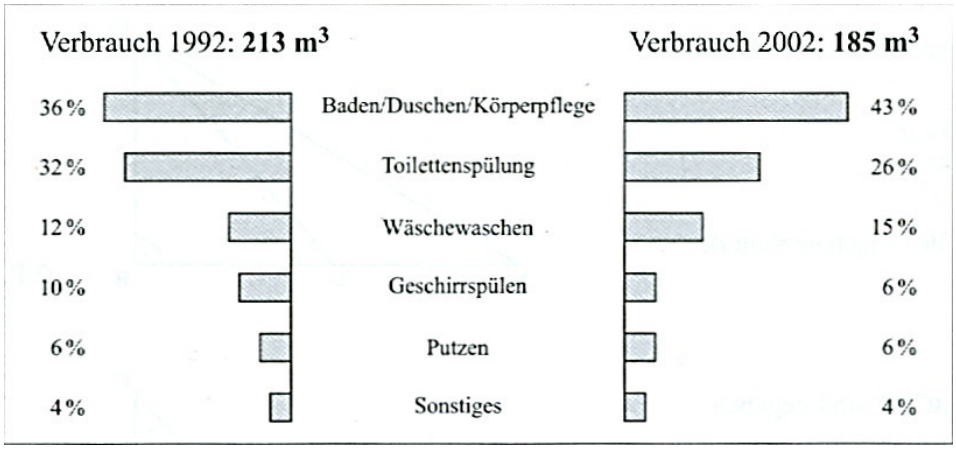
Aufgabe P7/2003

Karl-Anton legt am Anfang eines Jahres einen bestimmten Geldbetrag bei der Bank an. Der jährlich gleichbleibende Zinssatz beträgt $3{,}5\,\%$. Zinsen werden mitverzinst.
Nach Ablauf des ersten Jahres hebt er $700{,}00\,€$ ab, nach Ablauf des zweiten Jahres $500{,}00\,€$. Am Ende des dritten Jahres beträgt sein Sparguthaben $3.721{,}87\,€$
Berechnen Sie den ursprünglich angelegten Betrag.

Lösung: $4500{,}00\,€$

Aufgabe P8/2003

Das Diagramm zeigt die Aufteilung des Wasserverbrauchs eines Vier-Personen-Haushalts in den Jahren 1992 und 2002.



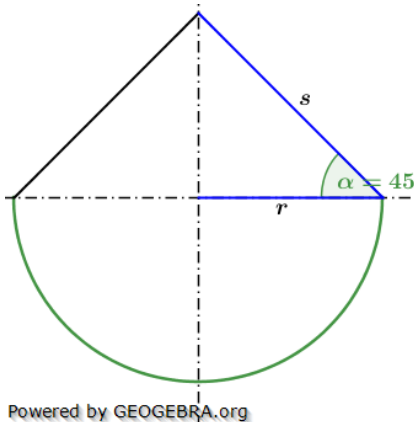
Um wie viel Prozent liegt der Wasserverbrauch 2002 unter dem von 1992? Wie viel m^3 Wasser wurden im Jahr 2002 für die Toilettenspülung weniger verbraucht als 1992?
Wie viel Liter Wasser wurden in dem Haushalt im Jahr 2002 für das Geschirrspülen pro Tag durchschnittlich verbraucht?

Lösung: Wasserverbrauch 2002 zu 1992: $-13{,}1\,\%$
Minderverbrauch Toilettenspülung $\approx 20\,m^3$
Täglicher Verbrauch Geschirrspüler $0{,}03\,m^3$

Lösung P1/2003

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen der Halbkugel.
Berechnung von s über den $cos45°$.
Berechnung von M_{Kegel}.
Berechnung von $O_{Halbkugel}$.
Berechnung der Oberfläche des Körpers.



Klausuraufschrieb

r: $V_{HK} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ | $\cdot 3;\ : (2\pi);\ \sqrt[3]{\ }$

$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{HK}}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 204}{2\pi}} = 4{,}60$

s: $cos\alpha = \frac{r}{s}$ | $\cdot s;\ : cos\alpha$

$s = \frac{r}{cos\alpha} = \frac{4{,}60}{cos45°} = 6{,}50$

M_{Kegel}: $M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 4{,}6 \cdot 6{,}50 = 93{,}93$

O_{HK}: $O_{HK} = 2\pi \cdot r^2 = 2\pi \cdot 4{,}6^2 = 132{,}95$

$O_{Körper}$: $O_{Körper} = O_{HK} + M_{Kegel} = 132{,}95 + 93{,}93 = 226{,}88$

Die Oberfläche des Körpers beträgt $227\ cm^2$.

Lösung P2/2003

Lösungslogik

Berechnung des Volumens des quadratischen Prismas über die Volumenformel.
Bestimmung des Volumens der Pyramide.
Berechnung der Höhe der Pyramide über die Volumenformel der Pyramide.

Klausuraufschrieb

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = G \cdot h = a^2 \cdot h = 3^2 \cdot 5 = 45$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = 0{,}5 \cdot V_{Prisma} = 0{,}5 \cdot 45 = 22{,}5$

h_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} a^2 \cdot h_{Pyr}$ | $\cdot 3;\ : a^2$

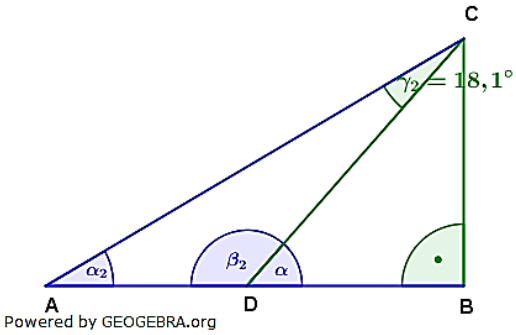
$h_{Pyr} = \frac{3 \cdot V_{Pyr}}{3 \cdot a^2} = \frac{V_{Pyr}}{a^2} = \frac{22{,}5}{9} = 2{,}5$

Die Höhe der Pyramide beträgt $2{,}5\ cm$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P3/2003

Lösungslogik



Das Dreieck ADC ist ein stumpfwinkliges Dreieck, bei dem die Strecke $\overline{BC}$ die Höhe auf die Grundseite $\overline{AD}$ ist.
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC}$.
Alternativ kann die Fläche über die trigonometrische Flächenformel
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{DC} \cdot sin\gamma_2$ ermittelt werden.
Berechnung von α über den sin.
Berechnung von β_2.
Berechnung von α_2.
Berechnung $\overline{DB}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung $\overline{AB}$ über den $tan\alpha_2$.
Berechnung $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung $\overline{AD}$.
Berechnung A_{ADC} über Flächenformel Dreieck alternativ trigonometrischer Flächeninhalt.

Klausuraufschrieb

$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC}$, alternativ $A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{DC} \cdot sin\gamma_2$,

α: $sin\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{3{,}3}{4{,}4} = 0{,}75$
$\alpha = sin^{-1}(0{,}75) = 48{,}59°$

β_2: $\beta_2 = 180° - \alpha = 180° - 48{,}59° = 131{,}41°$

α_2: $\alpha_2 = 180° - \gamma_2 - \alpha_2 = 180° - 18{,}1° - 131{,}41° = 30{,}49°$

$\overline{DB}$: $\overline{DB}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{BC}^2 = 4{,}4^2 - 3{,}3^2 = 8{,}47$ | $\sqrt{}$
$\overline{DB} = 2{,}91$

$\overline{AB}$: $tan\alpha_2 = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$; $: tan\alpha_2$
$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{tan\alpha_2} = \frac{3{,}3}{tan30{,}49°} = 5{,}6$

$\overline{AC}$: $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 5{,}6^2 + 3{,}3^2 = 42{,}25$ | $\sqrt{}$
$\overline{AC} = 6{,}5$

$\overline{AD}$: $\overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 5{,}6 - 2{,}91 = 2{,}69$

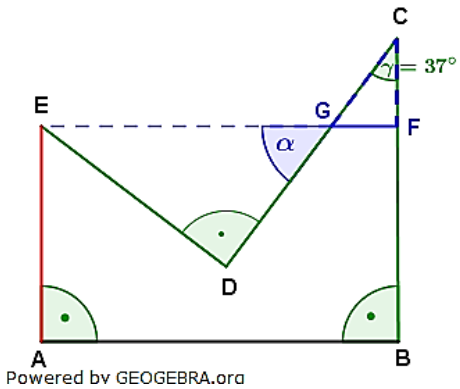
A_{ADC}: $A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}69 \cdot 3{,}3 = 4{,}44\ cm^2$ | Dreiecksformel
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 6{,}5 \cdot 4{,}4 \cdot sin18{,}1° = 4{,}44$ | trigonometrische Fläche

Das Dreieck ADC hat eine Fläche von etwa $4{,}4\ cm^2$.

Lösung P4/2003

Lösungslogik

Die Strecke $\overline{AE}$ errechnet sich aus der Strecke $\overline{BC}$ abzüglich der Strecke $\overline{CF}$.
Berechnung von α über den Scheitelwinkel.
Berechnung von $\overline{DG}$ über $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{GC}$.
Berechnung $\overline{FC}$ über $cos\gamma$.
Berechnung $\overline{AE} = \overline{FB}$.



Klausuraufschrieb

$\overline{AE} = \overline{BC} - \overline{FC}$

α: $\alpha = 90° - \gamma = 90° - 37° = 53°$

$\overline{DG}$: $tan\alpha = \frac{\overline{ED}}{\overline{DG}}$ | $\cdot \overline{DG};\ : tan\alpha$

$\overline{DG} = \frac{\overline{ED}}{tan\alpha} = \frac{5{,}4}{tan53°} = 4{,}07$

$\overline{GC}$: $\overline{GC} = \overline{DC} - \overline{DG} = 6{,}6 - 4{,}07 = 2{,}53$

$\overline{FC}$: $cos\gamma = \frac{\overline{FC}}{\overline{GC}}$ | $\cdot \overline{GC}$

$\overline{FC} = \overline{GC} \cdot cos\gamma = 2{,}53 \cdot cos37° = 2{,}02$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \overline{BC} - \overline{FC} = 7{,}0 - 2{,}02 \approx 5{,}0$

Die Strecke $\overline{AE}$ ist $5\ cm$ lang.

Lösung P5/2003

$$\frac{2x^2 + x - 9}{x - 1} = x + 5$$

Nenner 1: $x - 1$
Nenner 2: 1
Hauptnenner: $(x - 1)$

$(x - 1) = 0$ für $x_1 = 1$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{1\}$

$\frac{(2x^2+x-9)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = (x + 5) \cdot (x - 1)$

$2x^2 + x - 9 = (x + 5) \cdot (x - 1)$ | ausmultiplizieren

$2x^2 + x - 9 = x^2 + 4x - 5$ | $-x^2;\ -4x;\ +5$

$x^2 - 3x - 4 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 4} = -1{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -1{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 1;\quad x_2 = -4$

$\mathbb{L} = \{-4; 1\}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P6/2003

Lösungslogik

Bestimmung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung mit $S(2|-3)$.
Bestimmung der Geradensteigung mit $m = 1$ und $P(4|1)$.
Gleichsetzung von Parabel- und Geradengleichung ergibt Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung von p mit Scheitelpunkt $S(2|-3)$:

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$

$y = (x-2)^2 - 3$ | Scheitelpunktgleichung über $S(2|-3)$

$y = x^2 - 4x + 1$ | allgemeine Parabelgleichung

Geradengleichung g durch $P(4|1)$ mit $m = 1$:

g: $y = mx + b$

$1 = 1 \cdot 4 + b$ | Punktprobe Gerade mit $P(4|1)$ und $m = 1$

$b = -3$

$y = x - 3$

Schnittpunkte von p mit g:

$p \cap g$ $x^2 - 4x + 1 = x - 3$ | Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzen

$x^2 - 5x + 4 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 4}$

$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{2{,}25} = 2{,}5 \pm 1{,}5$

$x_1 = 4; \quad x_2 = 1$

$x_2 \longrightarrow g$

$y_2 = x_2 - 3 = 1 - 3 = -2$

Der zweite Schnittpunkt ist $Q(1|-2)$.

Lösung P7/2003

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit festem Zinssatz.
Gegeben: $n = 3$ Jahre; $K_3 = 3721{,}87$ € Endkapital, $q = 1{,}035$ für alle Jahre.
Abhebungen nach dem ersten Jahr $700{,}00$ € und nach dem zweiten Jahr $500{,}00$ €.
Gesucht: *Anfangskapital K_0*

Rein rechnerische Lösung (einfach)

$K_3 = \big((K_0 \cdot q - 700) \cdot q - 500\big) \cdot q$

$3721{,}87 = \big((K_0 \cdot 1{,}035 - 700) \cdot 1{,}035 - 500\big) \cdot 1{,}035$ | $:1{,}035$

$3596{,}01 = (K_0 \cdot 1{,}035 - 700) \cdot 1{,}035 - 500$ | $+500$

$4096{,}01 = (K_0 \cdot 1{,}035 - 700) \cdot 1{,}035$ | $:1{,}035$

$3957{,}50 = K_0 \cdot 1{,}035 - 700$ | $+700$

$4657{,}50 = K_0 \cdot 1{,}035$ | $:1{,}035$

$K_0 = 4500$

Der ursprünglich angelegte Betrag war 4.500 €.

Tabellarische Lösung (umständlich):

Jahr	Kapital am Jahresende	Zinssatz $p\%$	q	Zinsen	Kapital am Jahresanfang
3	3721,87 €	3,50 %	1,035	125,86 €	3596,01 €
2	4096,01 €	3,50 %	1,035	138,51 €	3957,50 €
1	4657,50 €	3,50 %	1,035	157,50 €	4500,00 €

Beachte: Bei der tabellarischen Lösung musst du von „hinten nach vorne" rechnen.

$K_{3_{Anfang}} = \frac{K_{3_{Ende}}}{q} = \frac{3721{,}87}{1{,}035} = 3596{,}01$

$K_{2_{Ende}} = K_{3_{Anfang}} + 500 = 3596{,}01 + 500 = 4096{,}01$

$K_{2_{Anfang}} = \frac{K_{2_{Ende}}}{q} = \frac{4096{,}01}{1{,}035} = 3957{,}50$

$K_{1_{Ende}} = K_{2_{Anfang}} + 700 = 3957{,}50 + 700 = 4657{,}50$

$K_{1_{Anfang}} = K_0 = \frac{K_{1_{Ende}}}{q} = \frac{3657{,}50}{1{,}035} = 4500{,}00$

Der ursprünglich angelegte Betrag war 4.500 *€.*

Lösung P8/2003

Gegeben: Gesamtverbrauch 1992 mit $213\,m^3$ und Gesamtverbrauch 2002 mit $185\,m^3$.

Prozentuale Veränderung 2002 zu 1992:

$p_{2002/1992} = \frac{185}{213} = 0{,}8685 \approx 86{,}9\,\%$

$100\,\% - 86{,}9\,\% = 13{,}1\,\%$

Der Wasserverbrauch 2002 lag etwa $13{,}1\,\%$ *unter dem von 1992.*

Prozentuale Veränderung 2002/1992 Wasserverbrauch für Toilettenspülung:

Prozentsatz Toilettenspülung 1992 mit $32\,\%$ und 2002 mit $26\,\%$.

Berechnung des Verbrauchs für Toilettenspülung (Prozentwert) in den beiden Jahren:

$P_{Toil_{1992}} = G_{1992} \cdot p_{Toil_{1992}} = 213 \cdot 0{,}32 = 68{,}16\,m^3$

$P_{Toil_{2002}} = G_{2002} \cdot p_{Toil_{2002}} = 185 \cdot 0{,}26 = 48{,}10\,m^3$

Minderverbrauch in 2002:

$V_{Differenz} = P_{Toil_{1992}} - P_{Toil_{2002}} = 86{,}16 - 48{,}1 \approx 20\,m^3$

Im Jahre 2002 wurden etwa $20\,m^3$ *Wasser weniger für die Toilettenspülung verbraucht als im Jahre 1992.*

Durchschnittlicher Wasserverbrauch pro Tag in 2002 für Geschirrspülen:

Jahresverbrauch:

$P_{Spülen_{2002}} = G_{2002} \cdot p_{Spülen_{2002}} = 185 \cdot 0{,}06 = 11{,}10\,m^3$

Tagesverbrauch (1 Jahr = 365 Tage)

$V_{Tag} = \frac{P_{Spülen_{2002}}}{365} = \frac{11{,}1}{365} = 0{,}030\,m^3$

Im Jahre 2002 wurden in dem Haushalt durchschnittlich $0{,}03\,m^3$ *Wasser für das Geschirrspülen pro Tag verbraucht.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2004

Im Viereck $ABCD$ sind gegeben:

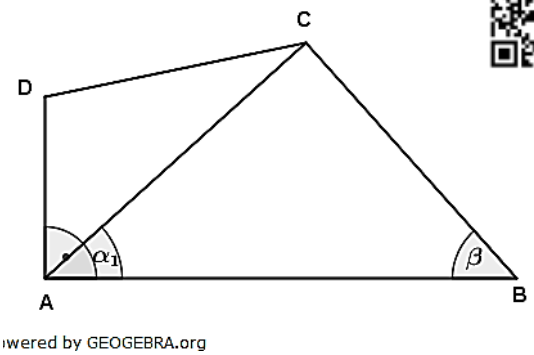
$\overline{AC} = 10{,}7\ cm$

$\overline{AD} = 5{,}5\ cm$

$\overline{BC} = 9{,}6\ cm$

$\beta = 48{,}2°$

Berechnen Sie den Winkel α_1.
Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ACD?



Lösung: $\alpha_1 = 42°$

$A_{ACD} = 21{,}9\ cm^2$

Tipp: Sinussatz und trigonometrischen Flächeninhalt anwenden!

Aufgabe P2/2004

Das rechtwinklige Dreieck ABD und das gleichschenklige Dreieck ABC haben die Seite $\overline{AB}$ gemeinsam. Es gilt:

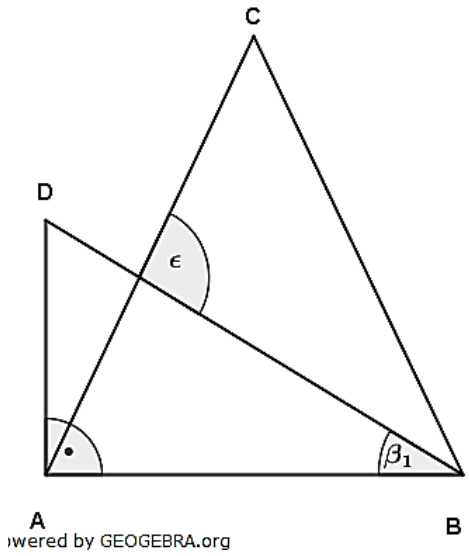
$\overline{AD} = 3{,}1\ cm$

$\overline{AC} = \overline{BC} = 5{,}9\ cm$

$\beta_1 = 31{,}7°$

Berechnen Sie den Winkel ϵ.

Lösung: $\epsilon = 96{,}5°$



Aufgabe P3/2004

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $x + 2(y + 2) = 12$

(2) $\frac{1}{2}(x + 4) - 3(y - 1) = -3$

$\mathbb{L} = \{(2; 3)\}$

Aufgabe P4/2004

Eine Parabel hat die Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.
Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.
Die drei Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck.
Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks.

Lösung: $u = 19{,}3\ LE$

Aufgabe P5/2004

Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind gegeben:

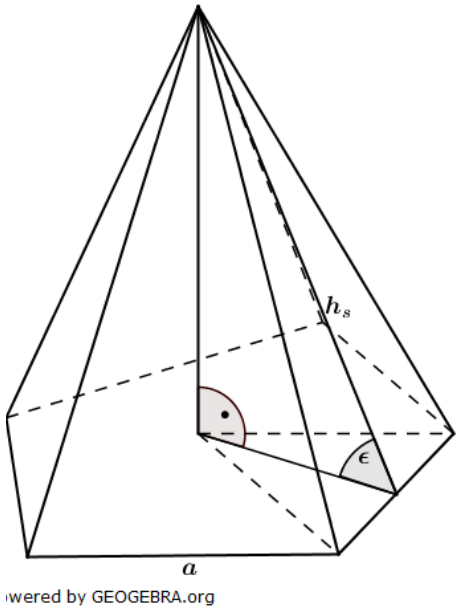
$a = 6{,}4\ cm$

$M = 170\ cm^2$ (Mantelfläche)

Berechnen Sie die Höhe h_S der Seiten-fläche und den Winkel ϵ.

Lösung: $h_S = 10{,}6\ cm$

$\epsilon = 65{,}5°$



Aufgabe P6/2004

Eine Kugel und ein Zylinder werden miteinander verglichen:

- Die Kugel hat ein Volumen von $268\ cm^3$,
- der Radius der Kugel und der Grundkreisradius des Zylinders sind gleich lang,
- Die Oberfläche der Kugel und die Mantelfläche des Zylinders sind gleich groß.

Berechnen Sie die Differenz die beiden Rauminhalte. Lösung: $\Delta V = 134\ cm^3$

Aufgabe P7/2004

Corinna legt $4.500{,}00$ € zu folgenden Zinssätzen auf drei Jahre an:

1. Jahr	$1{,}5$ %
2. Jahr	$2{,}25$ %
3. Jahr	$2{,}75$ %

Zinsen werden mitverzinst.

Hans legt ebenfalls $4.500{,}00$ € auf drei Jahre an. Nach Ablauf des ersten Jahres erhält er $45{,}00$ € Zinsen, nach Ablauf des zweiten Jahres $91{,}43$ €. Zinsen werden mitverzinst.

Welchen Zinssatz muss seine Bank im dritten Jahr gewähren, damit er nach den drei Jahren das gleiche Guthaben wie Corinna hat?

Lösung: $3{,}5$ %

Aufgabe P8/2004

Eine Schule nutzt das nebenstehende Angebot und kauft fünf Druckerpatronen. Vom Preis einschließlich 16 % Mehrwertsteuer dürfen 2 % Skonto abgezogen werden.

Es sind dann $205{,}20$ € zu überweisen. Wie hoch ist der Katalogpreis für eine Einzelpatrone ohne Mehrwertsteuer? Lösung: $38{,}00$ €

Angebot

Bei Abnahme von mindestens 5 Druckerpatronen erhalten Sie 5 % Rabatt!

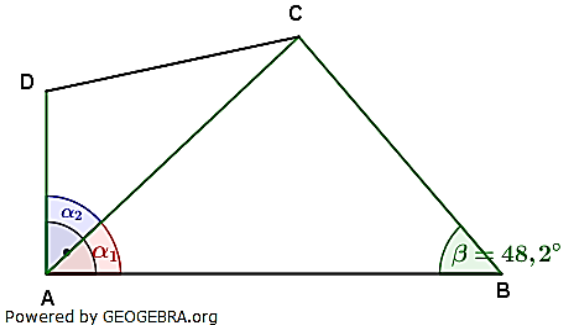
Die Katalogpreise enthalten keine Mehrwertsteuer!

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2004

Lösungslogik (einfach)

Der Winkel α_1 wird direkt mit dem Sinussatz ermittelt.
Berechnung von α_2.
Fläche des Dreiecks ADC dann über den trigonometrischen Flächeninhalt.



Klausuraufschrieb

α_1: $\frac{sin\alpha_1}{\overline{BC}} = \frac{sin\beta}{\overline{AC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

$sin\alpha_1 = \frac{sin\beta}{\overline{AC}} \cdot \overline{BC} = \frac{sin48{,}2°}{10{,}7} \cdot 9{,}6 = 0{,}66883$

$\alpha_1 = sin^{-1}(0{,}66883) = 42°$

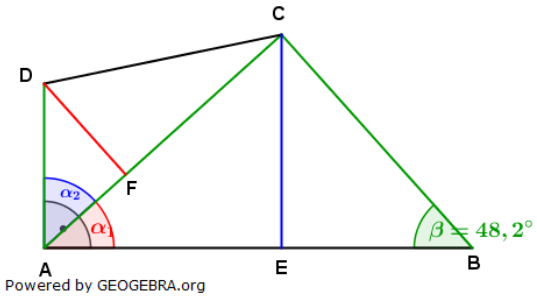
α_2: $\alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 42° = 48°$

A_{ADC}: $A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot sin\alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 10{,}7 \cdot 5{,}5 \cdot sin48° = 21{,}867$

Der Winkel α_1 hat $42°$. Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21{,}9\ cm^2$.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{CE}$ über den Sinus.
Berechnung von α_1 über den Sinus.
Berechnung von α_2 über den Ergänzungswinkel zu $90°$
Berechnung von $\overline{DF}$ über den Sinus.
Berechnung von A_{ADC} über die allgemeine Flächenformel.



Klausuraufschrieb

α_1: $sin\alpha_1 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$

$\overline{CE}$: $\frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} = sin\beta$ | $\cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\beta = 9{,}6 \cdot sin48{,}2° = 7{,}1566$

$sin\alpha_1 = \frac{7{,}1566}{10{,}7} = 0{,}6688$

α_1: $\alpha_1 = \sin^{-1}(0{,}6688) = 42°$

α_1: $\alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 42° = 48°$

A_{ADC}: $A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{FD}$

$\overline{FD}$: $\frac{\overline{FD}}{\overline{AD}} = sin\alpha_2$ | $\cdot \overline{AD}$

$\overline{FD} = \overline{AD} \cdot sin\alpha_2 = 5{,}5 \cdot sin48° = 4{,}0873$

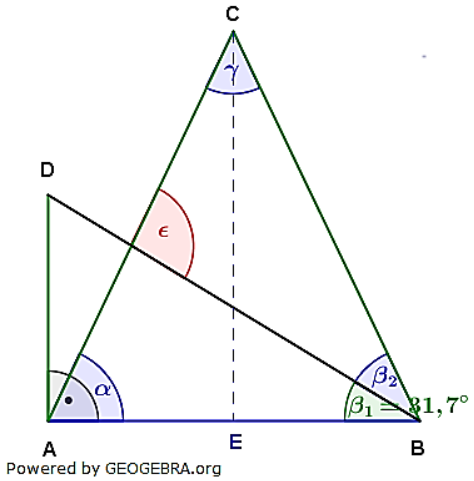
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 10{,}7 \cdot 4{,}0873 = 21{,}867$

Der Winkel α_1 hat $42°$. Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21{,}9\ cm^2$.

Lösung P2/2004

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über $tan\beta_1$.
Berechnung von α über cos.
Berechnung von γ.
Berechnung von β_2 aus α und β_1.
Berechnung von ϵ aus γ und β_2.



Klausuraufschrieb

$\overline{AB}$: $\quad tan\beta_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB};\ : tan\beta_1$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AD}}{tan\beta_1} = \frac{3{,}1}{tan31{,}7°} = 5{,}02$

α: $\quad cos\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{5{,}9} = \frac{2{,}51}{5{,}9} = 0{,}4254$

$\alpha = cos^{-1}(0{,}4254) = 64{,}82°$

γ: $\quad \gamma = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 129{,}64°$

$= 50{,}36°$

β_2: $\quad \beta_2 = \alpha - \beta_1 = 64{,}82° - 31{,}7° = 33{,}12°$

ϵ: $\quad \epsilon = 180° - \gamma - \beta_2 = 180° - 50{,}36° - 33{,}12° = 96{,}52°$

Der Winkel ϵ hat 96,5°.

Lösung P3/2004

(1)	$\boldsymbol{x + 2(y + 2) = 12}$	|	ausmultiplizieren
(2)	$\frac{1}{2}(x + 4) - 3(y - 1) = -3$	|	ausmultiplizieren
(1)	$x + 2y + 4 = 12$	|	$-x;\ -4$
(2)	$0{,}5x + 2 - 3y + 3 = -3$	|	$-0{,}5x;\ -5$
(1)	$2y = -x + 8$	|	$:2$
(2)	$-3y = -0{,}5x - 8$	|	$:3$
(1)	$y = -\frac{1}{2}x + 4$		
(2)	$-y = -\frac{1}{6}x - \frac{8}{3}$		
(1)+(2)	$0 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x + 4 - \frac{8}{3}$		
	$0 = -\frac{3}{6}x - \frac{1}{6}x + \frac{12}{3} - \frac{8}{3}$	|	$+\frac{4}{6}x$
	$\frac{4}{6}x = \frac{4}{3}$	|	$\cdot 6;\ : 2$
	$x = 2 \longrightarrow (1)$		
(1)	$y = -0{,}5 \cdot 2 + 4 = 3 \Longrightarrow \mathbb{L} = \{(2;3)\}$		

Lösung P4/2004

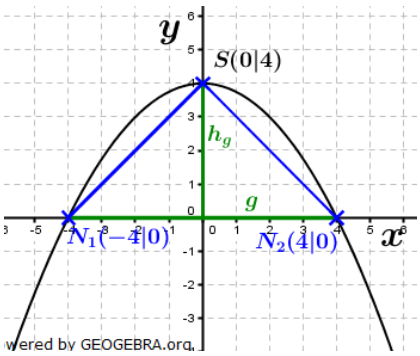
Lösungslogik

Einzeichnen der Parabel über vier bis sechs errechnete Punkte. Die Parabel ist nach unten geöffnet und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt also bei $S(0|4)$.
Bestimmung der Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen.
Das beschriebene Dreieck in die Zeichnung eintragen, Länge der Grundseite und Höhe auf die Grundseite bestimmen und Umfang des Dreiecks ist dann die Summe der Strecken $\overline{N_1N_2}$, $\overline{N_2S_y}$ und $\overline{N_1S_y}$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen:



p: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

$0 = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ | Schnittpunkte mit x-Achse

$\frac{1}{4}x^2 = 4$ | $\cdot 4$

$x^2 = 16$ | $\sqrt{}$

$x_1 = 4;\ x_2 = -4$

$y = -\frac{1}{4} \cdot 0 + 4$ | Schnittpunkt mit y-Achse

$y = 4$

$N_1(-4|0);\ N_2(4|0);\ S_y(0|4)$

Umfang Dreieck N_1N_2S:

$u = \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S_y} + \overline{N_2S_y}$ mit $\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y}$

$\overline{N_1N_2} = 8;$

$\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ | Satz des Pythagoras

$u = 8 + 2 \cdot \sqrt{32}$

$u = 19{,}3137$

Das Dreieck $N_1N_2S_y$ hat einem Umfang von $19{,}3\ LE$.

Lösung P5/2004

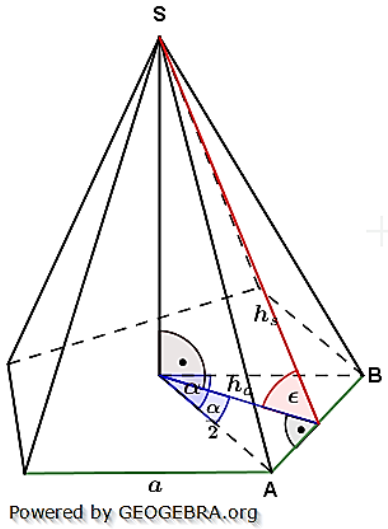
Lösungslogik

Eine regelmäßige, fünfseitige Pyramide hat fünf gleich große gleichschenklige Seitendreiecke. Über den gegebenen Mantel M errechnet sich eine Dreiecksfläche.

Mit der gegebenen Grundkante a errechnet sich h_S über die Flächenformel des Dreiecks.

Der Winkel ϵ errechnet sich über den cos aus $\frac{h_a}{h_S}$.

Für h_a benötigen wir zunächst den Spitzenwinkel α im Grundflächendreieck. Über den $tan\frac{\alpha}{2}$ kann dann h_a ermittelt werden.



Klausuraufschrieb

A_{ABS}: $A_{ABS} = \frac{M}{5} = \frac{170}{5} = 34$

h_s: $A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_S$ | $\cdot 2;\ : a$

$h_s = \frac{2 \cdot A_{ABS}}{a} = \frac{2 \cdot 34}{6{,}4} = 10{,}625$

α: $\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$ hieraus $\frac{\alpha}{2} = 36°$. | regelmäßiges Fünfeck

h_a: $tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_a}$ | $\cdot h_a;\ : tan\frac{a}{2}$

$h_a = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{3{,}2}{tan36°} = 4{,}40$

ϵ: $cos\epsilon = \frac{h_a}{h_s} = \frac{4{,}4}{10{,}625} = 0{,}41412$

$\epsilon = cos^{-1}(0{,}41412) = 65{,}54°$

Die Seitenhöhe h_s ist $10{,}6\ cm$ lang. Der Winkel ϵ hat $65{,}5°$.

Lösung P6/2004

Lösungslogik

Das Volumen der Kugel ist gegeben. Wir benötigen somit das Volumen des Zylinders, um den Volumenunterschied zu berechnen.
Berechnung des Radius r der Kugel und des Zylinders über das gegebenen Kugelvolumen mithilfe der Volumenformel der Kugel.
Berechnung der Oberfläche der Kugel über die Oberflächenformel.
Gleichsetzung der Oberfläche der Kugel mit der Mantelfläche des Zylinders.
Berechnen der Höhe des Zylinders über die Mantelfläche.
Berechnung des Volumens des Zylinders.
Differenzbildung zwischen Kugelvolumen und Zylindervolumen.

Klausuraufschrieb

r: $V_{Kugel} = 268 = \frac{4}{3}\pi r^3$ | $\cdot 3; : 4\pi$

$r^3 = \frac{268 \cdot 3}{4\pi} = 63{,}98$ | $\sqrt[3]{}$

$r = 4{,}00$

O_{Kugel}: $O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 201{,}062$

h_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = O_{Kugel} = 201{,}062$

$201{,}062 = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = 8\pi \cdot h_{Zyl}$ | $: 8\pi$

$h_{Zyl} = \frac{201{,}062}{8\pi} = 8$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 402{,}124$

ΔV: $\Delta V = V_{Zyl} - V_{Kugel} = 402{,}124 - 268 = 134{,}124$

Die Differenz der beiden Rauminhalte beträgt $134\ cm^3$.

Lösung P7/2004

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

Guthabens von Corinna:

$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$

$K_3 = 4500 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0225 \cdot 1{,}0275 = 4798{,}70$

Corrina hat nach den 3 *Jahren ein Guthaben von* $4.798{,}70$ €.

Zinssatz im dritten Jahr für die Kapitalanlage von Hans.

Sein Endkapital soll gleich hoch sein wie das von Corinna.

$K_3 = (K_0 + 45{,}00 + 91{,}43) \cdot q_3$

$4798{,}70 = (4500 + 45 + 91{,}43) \cdot q_3$

$4798{,}70 = 4636{,}43 \cdot q_3$ | $: 4636{,}43$

$q_3 = \frac{4798{,}70}{4636{,}43} = 1{,}035$

$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Longrightarrow \ p_3\% = 3{,}5\%$

Die Bank muss im dritten Jahr einen Zinssatz von $3{,}5\%$ *gewähren.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P8/2004

Katalogpreis für eine Patrone ohne Mehrwertsteuer:

Wir müssen zuerst den Verkaufspreis ohne Abzug von Skonto berechnen. Die $205{,}20\,€$ sind der Prozentwert als verminderter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert:

$G = \frac{P}{p} = \frac{205{,}20}{0{,}98} = 209{,}39$

In diesem Grundwert sind $16\,\%$ Mehrwertsteuer enthalten, die $209{,}39$ sind jetzt Prozentwert als erhöhter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert als Nettopreis ohne MWSt.

$G = \frac{P}{p} = \frac{209{,}39}{1{,}16} = 180{,}51$

Von diesem Nettopreis durfte die Schule $5\,\%$ Rabatt abziehen, da sie fünf Druckerpatronen gekauft hat. Die $180{,}51$ sind jetzt Prozentwert als verminderter Grundwert. Der sich daraus ergebende Grundwert ist dann der Katalogpreis. Wir berechnen den Katalogpreis:

$G = \frac{P}{p} = \frac{180{,}51}{0{,}95} = 190{,}00$

Dies entspricht dem Nettopreis für fünf Patronen. Die Einzelpatrone kostet somit:

$\frac{190{,}00}{5} = 38{,}00$

Der Katalogpreis für eine Einzelpatrone ohne Mehrwertsteuer beträgt $38{,}00\,€$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2005

Von einer quadratischen Pyramide sind bekannt:

$M = 54{,}9\ cm^2$ (Mantelfläche)

$h_s = 6{,}1\ cm.$ (Höhe einer Seitenfläche)

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. Lösung: $V_{Pyr} = 38{,}3\ cm^3$

Aufgabe P2/2005

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder mit aufgesetztem Kegel.

Für den Körper gilt:

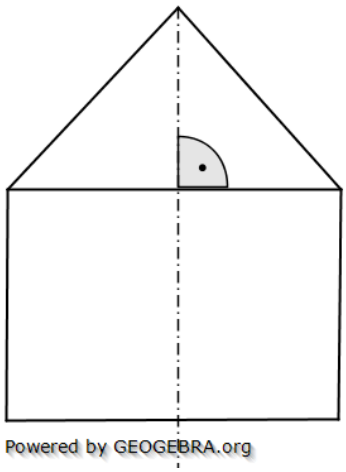
$V_{Ke} = 115\ cm^3$ (Volumen).

$h_{Ke} = 9\ cm$ (Höhe).

Die Höhe des Zylinders ist gleich lang wie die Mantellinie des Kegels.

Berechnen Sie die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

Lösung: $O = 355{,}7\ cm^2$



Aufgabe P3/2005

Lösen Sie die Gleichung:

$2(2x-5)\cdot(3x+4)-(2-3x)^2=(x+3)^2+67$ $\mathbb{L}=\{-6;10\}$

Aufgabe P4/2005

Eine Gerade g_1 hat die Gleichung $y=-2x-2$.

Eine zweite Gerade g_2 hat die Steigung $m=\frac{1}{2}$ und schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.

Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist Scheitelpunkt einer nach oben geöffneten Normalparabel p.

Berechnen Sie die Gleichung der Parabel. Lösung: $y=x^2+4x+6$

Aufgabe P5/2005

Das Viereck $ABCD$ ist ein Quadrat.

Es gilt:

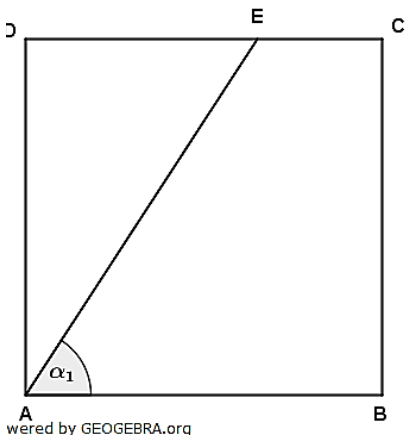
$\overline{AE} = 8\ cm$

$\alpha_1 = 57{,}0°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{BE}$.

Lösung: $\overline{BE} = 7{,}1\ cm$

Tipp: Kosinussatz für $\overline{BE}$.



Aufgabe P6/2005

Auf der Geraden AD liegen die Dreiecke ABC und BDE.

Es gilt:

$\overline{AB} = 5{,}4\ cm$

$\alpha = 48{,}0°$

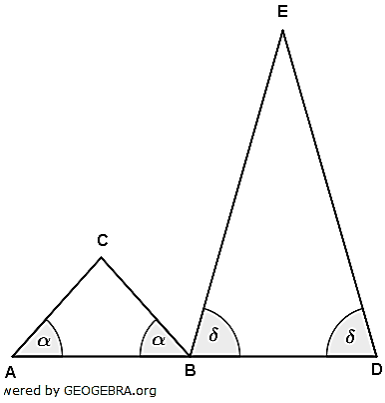
$\overline{BE} = 10{,}3\ cm$

$\delta = 74{,}0°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{CE}$.

Lösung: $\overline{CE} = 8{,}9\ cm$

Tipp: Kosinussatz für $\overline{CE}$.



Aufgabe P7/2005

Ulrike legt bei ihrer Bank einen Betrag von $8.000{,}00\ €$ für drei Jahre an. Zinsen werden mitverzinst.

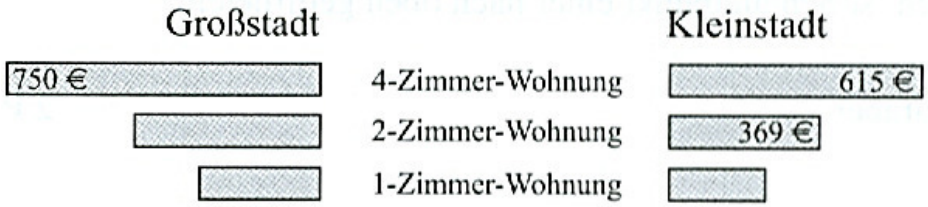
Bis zum Ende der drei Jahre wächst ihr Guthaben um insgesamt $8{,}73\ \%$ an. Im ersten Jahr beträgt der Zinssatz $2\ \%$. Im zweiten Jahr werden $204{,}00\ €$ Zinsen gutgeschrieben.

Wie hoch ist der Zinssatz im dritten Jahr?

Lösung: $4\ \%$

Aufgabe P8/2005

Die Mietpreise für Wohnungen in einer Großstadt und in einer Kleinstadt werden verglichen. Bei den aufgeführten Wohnungen sind die Mieten in der Kleinstadt stets um den gleichen Prozentsatz niedriger als in der Großstadt.



Um wie viel Prozent ist die Miete für die 4-Zimmer-Wohnung in der Kleinstadt niedriger als in der Großstadt?

Wie hoch ist die Miete der 2-Zimmer-Wohnung in der Großstadt?

Die Miete der 1-Zimmer-Wohnung ist in der Kleinstadt um $54\ €$ niedriger als in der Großstadt. Berechnen Sie beide Mietpreise.

Lösung: Miete 4-Zimmerwohnung Kleinstadt: $-18\ \%$
Miete 2-Zimmerwohnung Großstadt: $450\ €$
Miete 1-Zimmerwohnung Großstadt: $300\ €$
Miete 1-Zimmerwohnung Kleinstadt: $246\ €$

Lösung P1/2005

Lösungslogik

Berechnung der Grundkante a der Pyramide über die Mantelformel.
Berechnung der Höhe h der Pyramide über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide über die Volumenformel.

Klausuraufschrieb

a: $M_{Pyr} = 2 \cdot a \cdot h_s$ | $: (2 \cdot h_S)$

$a = \frac{M_{Pyr}}{2 \cdot h_S} = \frac{54{,}9}{2 \cdot 6{,}1} = 4{,}5$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6{,}1^2 - 2{,}25^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{32{,}1475} = 5{,}67$

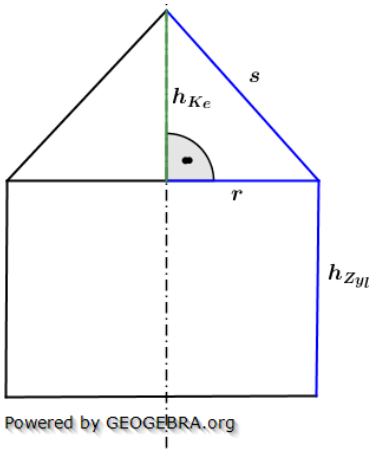
V: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4{,}5^2 \cdot 5{,}67 = 38{,}3$

Das Volumen der Pyramide beträgt $38{,}3\ cm^3$.

Lösung P2/2005

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen der Kegels.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von M_{Kegel}.
Berechnung von M_{Zyl}.
Berechnung der Grundfläche G.
Berechnung von O_{Ges}.



Klausuraufschrieb

r: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ : (\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 115}{\pi \cdot 9}} = 3{,}49$

s: $s = \sqrt{h_{Keg}^2 + r^2} = \sqrt{9^2 + 3{,}49^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{93{,}1801} = 9{,}65$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 3{,}49 \cdot 9{,}65 = 105{,}80$

M_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot r \cdot s = 2\pi \cdot 3{,}49 \cdot 9{,}65 = 211{,}61$

G: $G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3{,}49^2 = 38{,}26$

O_{Ges}: $O_{Ges} = M_{Keg} + M_{Zyl} + g = 105{,}80 + 211{,}61 + 38{,}26 = 355{,}67$

Die Oberfläche des Körpers beträgt $355{,}7\ cm^2$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P3/2005

$2(2x-5)\cdot(3x+4)-(2-3x)^2=(x+3)^2+67$ | Ausmultiplizieren

$2(6x^2+8x-15x-20)-(4-12x+9x^2)=x^2+6x+9+67$ | Restklammer auflösen

$12x^2-14x-40-4+12x-9x^2=x^2+6x+76$ | Zusammenfassen

$3x^2-2x-44=x^2+6x+76$ | $-x^2;-6x;-76;$

$2x^2-8x-120=0$ | $:(2)$

$x^2-4x-60=0$ | p/q-Formel

$x_{1,2}=2\pm\sqrt{4+60}=2\pm\sqrt{64}=2\pm 8$

$x_1=10;\quad x_2=-6$

$\mathbb{L}=\{-6;10\}$

Aufgabe P4/2005

Lösungslogik

Aufstellen der Geradengleichung g_2, Berechnung des Schnittpunktes von g_1 mit g_2 ergibt den Scheitelpunkt der Parabel.
Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

Klausuraufschrieb

Geradengleichung g_2 durch $P(0|3)$ mit $m=\frac{1}{2}$:

g_1: $y=-2x-2$

g_2: $y=\frac{1}{2}x+b$

Wegen $P(0|3)$ ist $b=3$

Schnittpunkt von g_1 und g_2:

$g_1\cap g_2$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung

(1) $y=-2x-2$

(2) $y=0{,}5x+3$

(1)-(2) $0=-2{,}5x-5$ | Subtraktionsverfahren

$2{,}5x=-5$ | $:2{,}5$

$x=-2$

$x\longrightarrow(1)$

$y=-2\cdot(-2)-2=2$

Schnittpunkt von g_1 mit g_2 ist $S(-2|2)$, dies ist der Scheitelpunkt der Parabel.

Parabelgleichung mit Scheitel $S(-2|2)$:

p: $y=(x+2)^2+2$ | Scheitelpunktgleichung

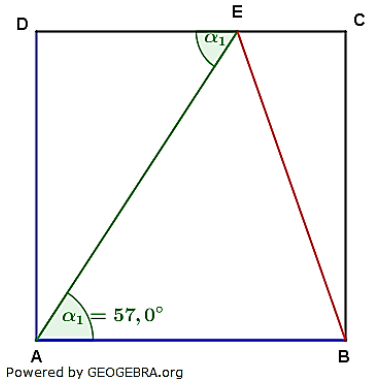
$y=x^2+4x+6$ | allgemeine Parabelgleichung

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P5/2005

Lösungslogik (einfach)

Berechnung von $\overline{AD} = \overline{AB}$ über $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den Kosinussatz.



Klausuraufschrieb

$\overline{AD}$: $sin\alpha_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$ | $\cdot \overline{AE}$

$\overline{AD} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 8{,}0 \cdot sin57° = 6{,}71$

$\overline{BE}$: $\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AB} \cdot cos\alpha_1$

$= 8^2 + 6{,}71^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6{,}71 \cdot cos57°$

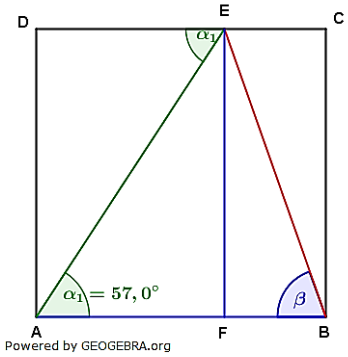
$= 50{,}55$ | $\sqrt{}$

$\overline{BE} = 7{,}11$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist $7{,}1\ cm$ lang.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{AD} = \overline{EF}$ über $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{FB}$ über $\overline{AB} - \overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$\overline{EF}$: $sin\alpha_1 = \frac{\overline{EF}}{\overline{AE}}$ | $\cdot \overline{AE}$

$\overline{EF} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 8{,}0 \cdot sin57° = 6{,}71$

$\overline{AF}$: $\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{FE}^2$

$= 8^2 + 6{,}71^2$

$= 18{,}9759$ | $\sqrt{}$

$\overline{AF} = 4{,}3561$

$\overline{FB}$: $\overline{FB} = \overline{EF} - \overline{AF} = 6{,}71 - 4{,}3561 = 2{,}3539$

$\overline{BE}$: $\overline{BE}^2 = \overline{FB}^2 + \overline{EF}^2 = 2{,}3539^2 + 6{,}71^2 = 50{,}5649$ | $\sqrt{}$

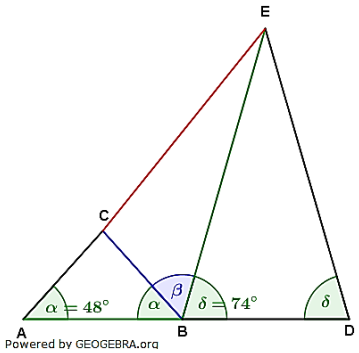
$\overline{BE} = 7{,}1109$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist $7{,}1\ cm$ lang.

Lösung P6/2005

Lösungslogik (einfach)

Berechnung von β als Ergänzungswinkel von α und δ zu $180°$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über $cos\alpha$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den Kosinussatz.



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\overline{CE} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{CB} \cdot \overline{BC} \cdot cos\beta}$ | Kosinussatz

β: $\beta = 180° - \alpha - \delta$
$= 180° - 48° - 74° = 58°$

$\overline{CB}$: $cos\alpha = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{\overline{CB}}$ | $\cdot \overline{CB}$; $: cos\alpha$

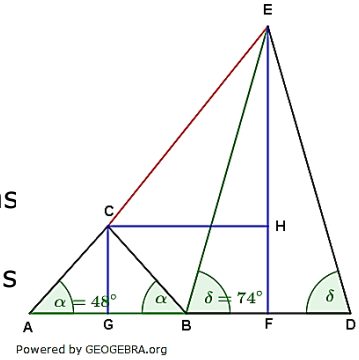
$\overline{CB} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{cos\alpha} = \frac{2{,}7}{cos48°} = 4{,}035$

$\overline{CE}$: $\overline{CE} = \sqrt{4{,}035^2 + 10{,}3^2 - 2 \cdot 4{,}035 \cdot 10{,}3 \cdot cos58°} = 8{,}85$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist $8{,}9\ cm$ lang.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{GC}$ über den $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{FE}$ über den $sin\delta$.
Berechnung von $\overline{HE}$ aus $\overline{FE} - \overline{GC}$.
Berechnung von $\overline{GB}$ aus $\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$.
Berechnung von $\overline{BF}$ über den Satz des Pythagoras
Berechnung von $\overline{CH}$ aus $\overline{GB} + \overline{BF}$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den Satz des Pythagoras



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\overline{CE} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HE}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{GC}$: $tan\alpha = \frac{\overline{GC}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{GC}}{\frac{\overline{AB}}{2}}$ | $\cdot \frac{\overline{AB}}{2}$

$\overline{GC} = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot tan\alpha = 2{,}7 \cdot \tan(48°) = 2{,}9987$

$\overline{FE}$: $sin\delta = \frac{\overline{FE}}{\overline{BE}}$ | $\overline{BE}$

$\overline{FE} = \overline{BE} \cdot sin\delta = 10{,}3 \cdot \sin(74°) = 9{,}901$

$\overline{HE}$: $\overline{HE} = \overline{FE} - \overline{GC} = 9{,}901 - 2{,}9987 = 6{,}9023$

$\overline{GB}$: $\overline{GB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}4 = 2{,}7$

$\overline{BF}$: $\overline{BF}^2 = \overline{BE}^2 - \overline{FE}^2$ | Satz des Pythagoras
$= 10{,}3^2 - 9{,}901^2 = 8{,}0602$ | $\sqrt{\ }$
$\overline{BF} = 2{,}839$

$\overline{CH}$: $\overline{CH} = \overline{GB} + \overline{BF} = 2{,}7 + 2{,}893 = 5{,}593$

$\overline{CE}$: $\overline{CE}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{CH}^2$ | Satz des Pythagoras
$= 6{,}9023^2 + 5{,}593^2 = 78{,}9234$ | $\sqrt{\ }$
$\overline{CE} = 8{,}884$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist $8{,}9\ cm$ lang.

Lösung P7/2005

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

Endkapital von Ulrike:

Das Guthaben von Ulrike steigt in drei Jahren um $8{,}73\%$ an. Über diese Angabe wird das Endkapital ermittelt.

$K_3 = K_0 \cdot 1{,}0873$

$K_3 = 8000 \cdot 1{,}0873 = 8698{,}40$

Zinssatz im dritten Jahr:

$K_3 = (K_0 \cdot q_1 + 204{,}00) \cdot q_3$

$8698{,}40 = (8000 \cdot 1{,}02 + 204{,}00) \cdot q_3$

$8698{,}40 = 8364 \cdot q_3 \qquad | \qquad :8364$

$q_3 = \frac{8698{,}40}{8364} = 1{,}04$

$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Longrightarrow \; p_3\% = 4\%$

Der Zinssatz im dritten Jahr ist $4\,\%$.

Lösung P8/2005

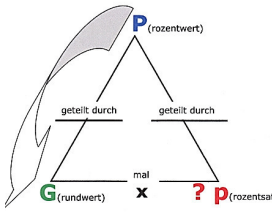
Geringerer Prozentsatzes für 4-Zimmerwohnung in der Kleinstadt:

Gegeben Grundwert $750\,€$ in der Großstadt und Prozentwert $615\,€$ in der Kleinstadt. Gesucht ist der Prozentsatz. Aus der Aufgabenstellung „niedriger" erkennst du, dass es sich beim Prozentwert um einen verminderten Grundwert handelt.

$p = \frac{P}{G} = \frac{615}{750} = 0{,}82 = 82\,\%$

Wegen „Vermindertem Grundwert" musst du rechnen:

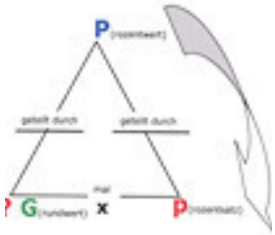
$p_{vermindert} = 100\,\% - p = 100 - 82 = 18\,\%$



Die Miete für die 4-Zimmerwohnung in der Kleinstadt ist um $18\,\%$ *niedriger als in der Großstadt.*

Miete einer 2-Zimmerwohnung in der Großstadt:

Gemäß Aufgabenstellung ist der prozentuale Unterschied bei allen Wohnungen gleich. Also sind die $369\,€$ für die 2-Zimmerwohnung in der Kleinstadt auch $82\,\%$ der Miete in der Großstadt. Gesucht ist der Grundwert (Miete in der Großstadt).



$G = \frac{P}{p} = \frac{369}{0{,}82} = 450$

Die 2-Zimmerwohnung in der Großstadt kostet $450\,€$ *Miete.*

Miete einer 1-Zimmerwohnung in der Groß- sowie Kleinstadt:

Die Angabe „um $54\,€$ niedriger" bedeutet, dass diese $54\,€$ $18\,\%$ der Miete der Großstadt sind (siehe hierzu Berechnung zur 4-Zimmerwohnung). Gesucht ist wiederum der Grundwert (Miete in der Großstadt).

$G = \frac{P}{p} = \frac{54}{0{,}18} = 300$

Die Miete der 1-Zimmerwohnung in der Großstadt beträgt $300\,€$. *Die Miete in der Kleinstadt somit* $300 - 54 = 246\,€$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

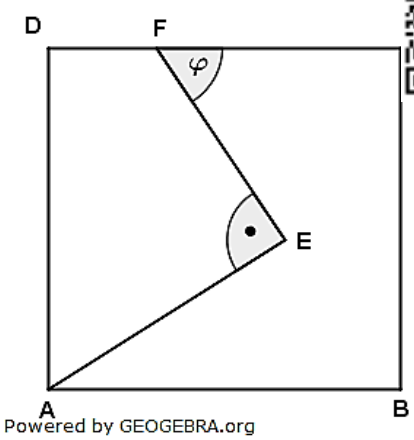
Aufgabe P1/2006

Im Quadrat $ABCD$ liegt der Streckenzug AEF.
Es gilt:

$\overline{AE} = 5{,}6\ cm$
$\overline{EF} = 4{,}7\ cm$
$\varphi = 57{,}0°$

Berechnen Sie die Länge einer Quadratseite.

Lösung: $\overline{AD} = a = 7{,}0\ cm$



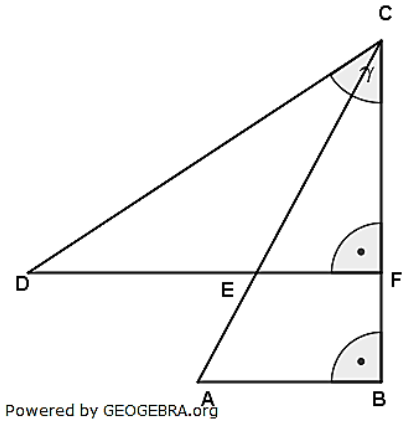
Aufgabe P2/2006

Die Figur besteht aus den Dreiecken ABC und DFC.
Gegeben sind:

$\overline{AB} = 4{,}0\ cm$
$\overline{BC} = 7{,}4\ cm$
$\overline{AE} = 2{,}7\ cm$
AC ist die Winkelhalbierende von γ.

Berechnen Sie die Länge $\overline{DF}$.

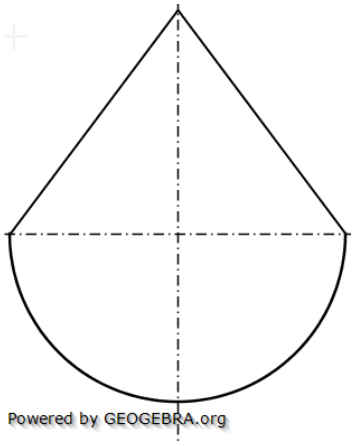
Lösung: $\overline{DF} = 7{,}7\ cm$



Aufgabe P3/2006

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Kegel und einer Halbkugel. Er hat die Oberfläche $O_{ges} = 149\ cm^2$.
Das Volumen der Halbkugel beträgt $V_{HK} = 97{,}7\ cm^3$.
Wie groß ist die Höhe des Kegels?

Lösung: $h_K = 4{,}8\ cm$



Aufgabe P4/2006

Für ein regelmäßiges fünfseitiges Prisma gilt:

$M = 100\,cm^2$ (Mantelfläche).

$h = 8\,cm$ (Körperhöhe).

Berechnen Sie das Volumen des Prismas. Lösung: $V = 86\,cm^3$

Aufgabe P5/2006

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $5(y-1) - 3(x-7) = 1$

(2) $\frac{2}{3}y + \frac{20+x}{3} = 1$ $\mathbb{L} = \{(-5;-6)\}$

Aufgabe P6/2006

Eine nach unten geöffnete Normalparabel hat den Scheitel $S(0|4)$.
Eine Gerade mit der Steigung $m = 2$ geht durch den Punkt $P(0|1)$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Parabel und Gerade. Wie weit sind diese Schnittpunkte voneinander entfernt?

Lösung: $d = 8{,}9\,LE$

Aufgabe P7/2006

Markus zahlt dreimal hintereinander jeweils zu Jahresanfang $1.500{,}00$ € auf ein Konto ein. Die Zinsbedingungen sind:

Zinssatz $2{,}25$ %

Zinsen werden mitverzinst

Wie hoch ist das Guthaben von Markus am Ende der drei Jahre?
Bettina möchte dieses Guthaben bei gleichen Zinsbedingungen bereits nach zwei Jahren erreichen. Welche gleiche Rate muss sie jeweils zu Jahresanfang einzahlen?

Lösung: Guthaben Markus $4.705{,}55$ €, Rate Bettina $2.275{,}40$ €

Aufgabe P8/2006

Die Mehrwertsteuersätze in Europa sind unterschiedlich.
Ein Unternehmen bietet in seinen europäischen Filialen Nordic-Walking-Stöcke zum gleichen Nettopreis an. Auf diesen Nettopreis kommen je nach Land unterschiedliche Mehrwertsteuerbeträge.
In Finnland kostet ein Paar dieser Stöcke einschließlich Mehrwertsteuer $41{,}48$ €.

Dänemark	25 %
Deutschland	16 %
Finnland	22 %
Irland	21 %

Stand 31. Oktober 2005

Was bezahlt man dafür in den dänischen Filialen einschließlich Mehrwertsteuer?
Wie viel Euro sind die Stöcke in Deutschland billiger als in Dänemark?
In Luxemburg ist ein Paar der Stöcke um $2{,}04$ € günstiger als in Irland.
Berechnen Sie den Mehrwertsteuersatz in Luxemburg.

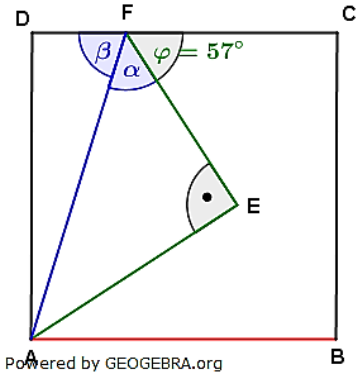
Lösung: Dänemark $42{,}50$ €
Deutschland $7{,}2$ % billiger
Mehrwertsteuersatz Luxemburg 15 %

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2006

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von α über den tan.
Berechnung von β über die Ergänzungswinkel.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{AB}$ über den $sin\beta$.



Klausuraufschrieb

$\overline{AF}$: $\overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 5,6^2 + 4,7^2 = 53,45 \quad | \sqrt{}$

$\overline{AF} = \sqrt{53,45} = 7,31$

α: $tan\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{EF}} = \frac{5,6}{4,7} = 1,1915$

$\alpha = tan^{-1}(1,1915) = 50°$

β: $\beta = 180° - \varphi - \alpha = 180° - 57° - 50° = 73°$

$\overline{AD}$: $sin\beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} \quad | \cdot \overline{AF}$

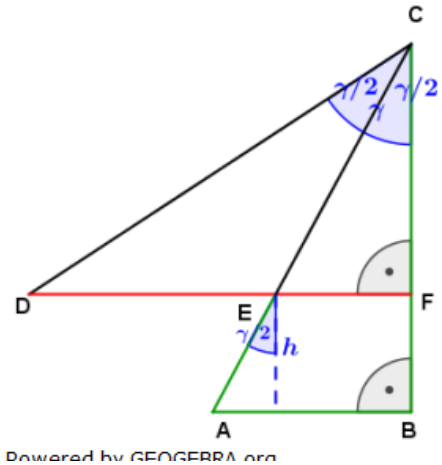
$\overline{AD} = \overline{AF} \cdot sin\beta = 7,31 \cdot sin73° = 6,99$

Die Quadratseite ist $7\ cm$ lang.

Lösung P2/2006

Lösungslogik

Berechnung von $\frac{\gamma}{2}$ über den tan.
Berechnung von h über den $cos\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von $\overline{CF}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über den $tan\gamma$.



Klausuraufschrieb

$\frac{\gamma}{2}$: $tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{7,4} = 0,54054$

$\frac{\gamma}{2} = tan^{-1}(0,54054) = 28,39°$

γ: $\gamma = 2 \cdot \frac{\gamma}{2} = 2 \cdot 28,39° = 56,78°$

h: $cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h}{\overline{AE}} \quad | \cdot \overline{AE}$

$h = \overline{AE} \cdot cos\frac{\gamma}{2} = 2,7 \cdot cos28,39° = 2,38$

$\overline{CF}$: $\overline{CF} = \overline{BC} - h = 7,4 - 2,38 = 5,02$

$\overline{DF}$: $tan\gamma = \frac{\overline{DF}}{\overline{CF}} \quad | \cdot \overline{CF}$

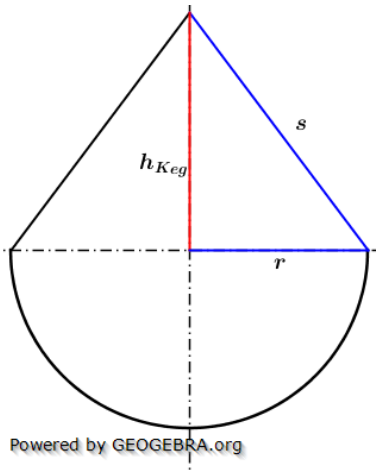
$\overline{DF} = \overline{CF} \cdot tan\gamma = 5,02 \cdot tan56,78° = 7,666$

Die Strecke $\overline{DF}$ ist $7,7\ cm$ lang.

Lösung P3/2006

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen der Halbkugel.
Berechnung der Oberfläche O_{HK} der Halbkugel.
Berechnung von M_{Keg}.aus der Differenz von O_{Ges} und O_{HK}.
Berechnung von s aus der Mantelfläche des Kegels.
Berechnung von h_{Keg} über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

r: $V_{HK} = \frac{2}{3}\pi r^3$ | $\cdot 3$; $: (2\pi)$; $\sqrt[3]{}$

$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{HK}}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 97{,}7}{2\pi}} = 3{,}6$

O_{HK}: $O_{HK} = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}6^2 = 81{,}43$

M_{Keg}: $M_{Keg} = O_{Ges} - O_{HK} = 149 - 81{,}43 = 67{,}57$

s: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s$ | $: (\pi \cdot r)$

$s = \frac{M_{Keg}}{\pi \cdot r} = \frac{67{,}57}{\pi \cdot 3{,}6} = 5{,}97$

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{5{,}97^2 - 3{,}6^2}$ | Satz des Pythagoras

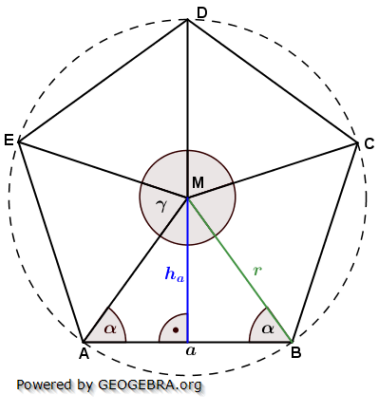
$h_{Keg} = \sqrt{22{,}6809} = 4{,}76$

Die Höhe des Kegels beträgt $4{,}8\ cm$.

Lösung P4/2006

Lösungslogik

Berechnung von u des Fünfecks über den gegebenen Mantel und die Höhe des Prismas.
Berechnung von a.
Berechnung von γ und α.
Berechnung von h_a über den $tan\alpha$.
Berechnung von A_{5-Eck}.
Berechnung des Volumens des Prismas.



Klausuraufschrieb

u: $M_{Prisma} = u \cdot h$ | $: h$

$u = \frac{M_{Prisma}}{h} = \frac{100}{8} = 12{,}5$

a: $a = \frac{u}{5} = \frac{12{,}5}{5} = 2{,}5$

γ: $\gamma = \frac{360°}{5} = 72°$

α: $\alpha = \frac{180° - \gamma}{2} = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$

h_a: $tan\alpha = \frac{h_a}{\frac{a}{2}}$ | $\cdot \frac{a}{2}$

$h_a = \frac{a}{2} \cdot tan\alpha = 1{,}25 \cdot tan54° = 1{,}72$

A_{5-Eck} $A_{5-Eck} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}72 = 10{,}75$

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = A_{5-Eck} \cdot h = 10{,}75 \cdot 8 = 86$

Das Prisma hat ein Volumen von $86\ cm^3$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P5/2006

(1)	$5(y-1)-3(x-7)=1$	|	ausmultiplizieren
(2)	$\frac{2}{3}y+\frac{20+x}{3}=1$	|	Nennerbeseitigung mit $\cdot 3$
(1)	$5y-5-3x+21=1$	|	$+3x;\ -16$
(2)	$2y+20+x=3$	|	$-x;\ -20$
(1)	$5y=3x-15$	|	$\cdot 2$
(2)	$2y=-x-17$	|	$\cdot 5$
(1)	$10y=6x-30$		
(2)	$10y=-5x-85$		
(1)-(2)	$0=6x-(-5x)-30-(-85)$		
	$0=11x+55$	|	$-11x$
	$-11x=55$	|	$:(-11)$
	$x=-5\ \longrightarrow$ (2)		
(2)	$2y=-(-5)-17=-12$	|	$:2$
	$y=-6 \Longrightarrow\ \mathbb{L}=\{(-5;-6)\}$		

Aufgabe P6/2006

Lösungslogik

Aufstellen der Parabelgleichung p, Aufstellung der Geradengleichung g, Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung, Abstandsbestimmung der Schnittpunkte über den Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p: $y=-x^2+4$ | in x–Richtung unverschobene Parabel

Geradengleichung g durch $P(0|1)$ mit $m=2$:

g: $y=2x+1$ | Wegen $P(0|1)$ ist $b=1$.

Schnittpunkte von p und g:

$p\cap g$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung

$-x^2+4=2x+1$ | $-1;\ -2x$

$-x^2-2x+3=0$ | $\cdot(-1)$

$x^2+2x-3=0$ | p/q-Formel

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+3}=-1\pm 2$

$x_1=1;\quad x_2=-3$

$y_1=2x_1+1=2\cdot 1+1=3$

$y_2=2x_2+1=2\cdot(-3)+1=-5$

Schnittpunkte sind $Q(1|3)$ und $R(-3|-5)$.

Abstand von Q und R:

$\overline{QR}$: $\overline{QR}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$=\sqrt{(-3-1)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}\approx 8{,}94$

Die Punkte Q und R sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P7/2006

Aufgabentyp: Ratensparvertrag über 3 Jahre mit festem Zinssatz.

Guthaben von Markus nach drei Jahren:

$K_3 = R \cdot (q^3 + q^2 + q)$

$K_3 = 1500 \cdot (1{,}0225^3 + 1{,}0225^2 + 1{,}0225)$

$K_3 = 4705{,}55$

Markus hat nach den drei Jahren ein Guthaben von $4.705{,}55$ *€.*

Rate von Bettina:

Sie soll nach zwei Jahren das gleiche Guthaben wie Markus haben, also ist jetzt $K_2 = 4705{,}55$.

$K_2 = R \cdot (q^2 + q)$

$4705{,}55 = R \cdot (1{,}0225^2 + 1{,}0225)$

$4705{,}55 = R \cdot (2{,}068) \qquad | \quad : 2{,}068$

$R = \frac{4705{,}55}{2{,}068} = 2275{,}41$

Bettina muss jeweils zu Jahresanfang einen Betrag von $2.275{,}40$ *€ einzahlen.*

Lösung P8/2006

Nettopreis der Stöcke:

Wir müssen zunächst den Nettopreis der Stöcke aus den Angaben über Finnland ermitteln. $41{,}48$ ist der Prozentwert als erhöhter Grundwert bei einem Mehrwertsteuersatz in Finnland von $22\,\%$. Wir berechnen den Grundwert:

$G = \frac{P}{p} = \frac{41{,}48}{1{,}22} = 34{,}00$

Ein Paar Nordic-Walking-Stöcke kostet ohne Mehrwertsteuer $34{,}00$ *€.*

Verkaufspreis in Dänemark:

Der Mehrwertsteuersatz in Dänemark ist $25\,\%$. Der Verkaufspreis dort ist der Prozentwert als erhöhter Grundwert. Wir berechnen den Prozentwert:

$P = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}25 = 42{,}50$

In Dänemark kostet ein Paar Stöcke $42{,}50$ *€.*

Prozentsatz „billiger" in Deutschland:

In Deutschland gilt (nach Aufgabe) ein Mehrwertsteuersatz von $16\,\%$. Ein Paar Stöcke kosten somit in Deutschland:

$P = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}16 = 39{,}44$

Da von der Aufgabe her gefragt ist, um wie viel Prozent die Stöcke in **Deutschland** billiger sind, ist der dänische Preis der Grundwert und der deutsche Preis der Prozentwert als verminderter Grundwert. Wir berechnen den Prozentsatz:

$$p = 1 - \frac{P}{G} = 1 - \frac{39{,}44}{42{,}50} = 0{,}072 = 7{,}2\,\%$$

In Deutschland sind die Stöcke $7{,}2\,\%$ *billiger als in Dänemark.*

Mehrwertsteuersatz in Luxemburg:

Für Luxemburg benötigen wir zunächst den Preis in Irland. Irland hat einen Mehrwertsteuersatz von $21\,\%$.

$P_{Irland} = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}21 = 41{,}14$

Preis in Luxemburg:

$P_{Luxemburg} = P_{Irland} - 2{,}04 = 41{,}14 - 2{,}04 = 39{,}10$

Dieser Preis ist nun der Prozentwert als erhöhter Grundwert zur Berechnung des Mehrwertsteuersatzes in Luxemburg. Der Grundwert ist nach wie vor $34{,}00$.

$p = \frac{P}{G} - 1 = \frac{39{,}10}{34{,}00} - 1 = 0{,}15 = 15\,\%$

Der Mehrwertsteuersatz in Luxemburg ist $15\,\%$*.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2007

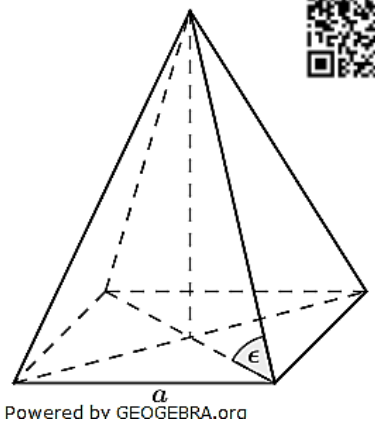
Von einer quadratischen Pyramide sind gegeben:

$M = 63{,}0\ cm^2$ (Mantelfläche)

$a = 4{,}2\ cm.$

Berechnen Sie den Winkel ϵ zwischen der Seitenkante und der Grundfläche der Pyramide.

Lösung: $\epsilon = 67{,}6°$



Aufgabe P2/2007

Die Skizze zeigt den Achsenschnitt eines Kegels.

Es gilt:

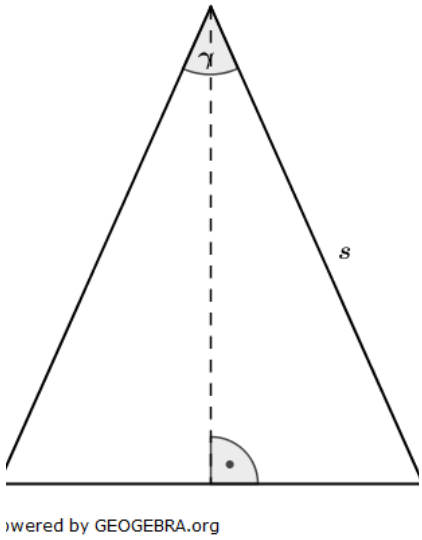
$s = 6{,}2\ cm$

$\gamma = 48°$

Eine Kugel hat das gleiche Volumen wie der Kegel.

Berechnen Sie den Radius der Kugel.

Lösung: $r_{Kugel} = 2{,}1\ cm$



Aufgabe P3/2007

Gegeben ist das gleichschenklige Trapez $ABCD$ und das rechtwinklige Dreieck ABE.

Es gilt:

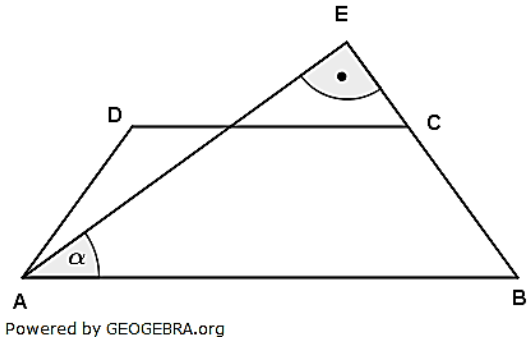
$\overline{AB} = 18{,}0\ cm$

$\alpha = 36{,}0°$

$\overline{CD} = 10{,}0\ cm$

Berechnen Sie die Länge CE.

Lösung: $\overline{CE} = 3{,}8\ cm.$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2007

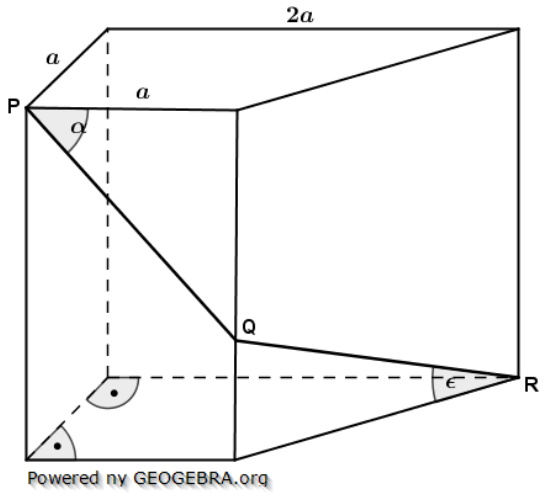
Auf dem Prisma liegt der Streckenzug PQR mit der Länge $9{,}1\ cm$.
Es gilt:

$a = 2{,}8\ cm$

$\alpha = 47{,}9°$

Berechnen Sie den Winkel ϵ.

Lösung: $\epsilon = 36{,}4°$



Aufgabe P5/2007

Lösen Sie die Gleichung:

$\frac{x^2+x+4}{3} + \frac{(x-2)\cdot(x+3)}{2} = \frac{(x-1)^2}{3}$

$\mathbb{L} = \{-4; 1\}$

Aufgabe P6/2007

Eine Parabel hat die Gleichung $y = ax^2 - 4{,}5$ und geht durch den Punkt $P(-2|-2{,}5)$. Berechnen Sie a.
Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Parabel und x-Achse.

Lösung: $a = 0{,}5;\ N_1(-3|0);\ N_2(3|0);\ S_y(0|-4{,}5)$

Aufgabe P7/2007

Der Mehrwertsteuersatz wurde in Deutschland am 1.1.2007 von 16 % auf 19 % angehoben. Der Endpreis eines Mountainbikes hat sich dadurch um 40,50 € erhöht.
Wie viel Euro kostet jetzt das Mountainbike einschließlich der Mehrwertsteuer?
Guido behauptet: Der Endpreis hat sich durch die Erhöhung der Mehrwertsteuer um 3 % erhöht. Überprüfen Sie diese Behauptung.

Lösung: Preis incl. 16 % MWSt: 1566,00 €
Erhöhung Endpreis 2,6 %
Behauptung von Guido ist falsch.

Aufgabe P7/2008

Gabi legt bei ihrer Bank 2.500,00 € zu folgenden Zinssätzen auf drei Jahre an:

1. Jahr: 3,50 %
2. Jahr: 3,75 %
3. Jahr: 4,25 %

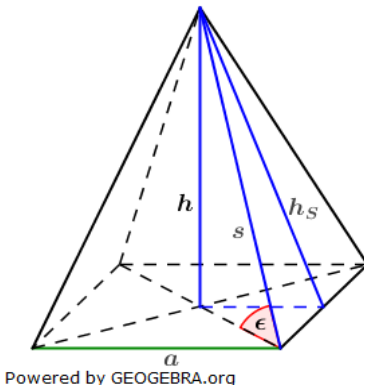
Zinsen werden mitverzinst.
Das angesparte Geld lässt sie nach Ablauf der drei Jahre ein weiteres Jahr bei der Bank. Für dieses vierte Jahr erhält sie 132,93 € Zinsen. Wie hoch ist der Zinssatz im vierten Jahr?

Lösung: 4,75 %

Lösung P1/2007

Lösungslogik

Berechnung von h_S über die Mantelformel der Pyramide
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Neigungswinkels ϵ über den sin.



Klausuraufschrieb

h_S: $M = 2 \cdot a \cdot h_S$ | $:(2a)$

$h_S = \frac{M}{2 \cdot a} = \frac{63}{2 \cdot 4{,}2} = 7{,}5$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}5^2 - 2{,}1^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2$

s: $s = \sqrt{h_S^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}5^2 + 2{,}1^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{60{,}66} = 7{,}79$

ϵ: $sin\epsilon = \frac{h}{s} = \frac{7{,}2}{7{,}79} = 0{,}9243$

$\epsilon = sin^{-1}(0{,}9243) = 67{,}56°$

Der Neigungswinkel ϵ hat $67{,}6°$.

Lösung P2/2007

Lösungslogik

Berechnung von r des Grundkreises des Kegels über den $sin\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von h des Kegels über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens des Kegels.
Gleichsetzung des Kegelvolumens mit dem Kugelvolumen.
Berechnung des Radius r_{Kug} der Kugel über die Volumenformel der Kugel.

Klausuraufschrieb

r_{Keg}: $sin\frac{\gamma}{2} = \frac{r_{Keg}}{s}$ | $\cdot s$

$r_{Keg} = s \cdot sin\frac{\gamma}{2} = 6{,}2 \cdot sin24° = 2{,}52$

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2} = \sqrt{6{,}2^2 - 2{,}52^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{32{,}0896} = 5{,}66$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r_{keg}^2 \cdot h_{keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 2{,}52^2 \cdot 5{,}66 = 37{,}64$

V_{Kug}: $V_{Kug} = V_{Keg} = \frac{4}{3}\pi r_{Kug}^3$ | $\cdot\frac{3}{4};\ :\pi$

$r_{Kug}^3 = \frac{\frac{3}{4}V_{Keg}}{\pi} = \frac{0{,}75 \cdot 37{,}64}{\pi} = 8{,}986$ | $\sqrt[3]{\ }$

$r_{Kug} = 2{,}079$

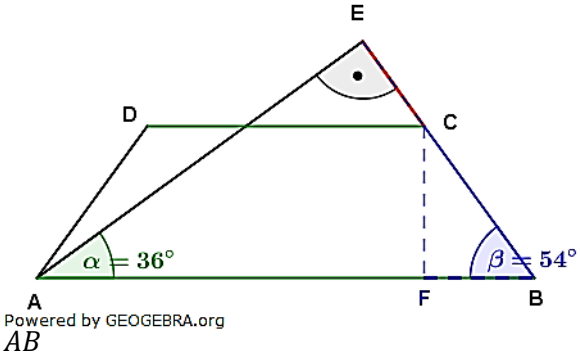
Der Radius der Kugel mit gleichem Volumen wie der Kegel beträgt $2{,}1\ cm$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P3/2007

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{BE}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von β über Ergänzungswinkel.
Berechnung von $\overline{FB}$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $cos\beta$.
Berechnung von $\overline{EC}$ als Differenz von $\overline{BE}$ und $\overline{BC}$.



Klausuraufschrieb

$\overline{BE}$: $\quad sin\alpha = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$

$\overline{BE} = \overline{AB} \cdot sin\alpha = 18 \cdot sin36° = 10{,}58$

β: $\quad \beta = 90° - \alpha = 54°$

$\overline{FB}$: $\quad \overline{FB} = \frac{\overline{AB}-\overline{DC}}{2} = \frac{18-10}{2} = 4$

$\overline{BC}$: $\quad cos\beta = \frac{\overline{FB}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC};\ : cos\beta$

$\overline{BC} = \frac{\overline{FB}}{cos\beta} = \frac{4}{cos54°} = 6{,}81$

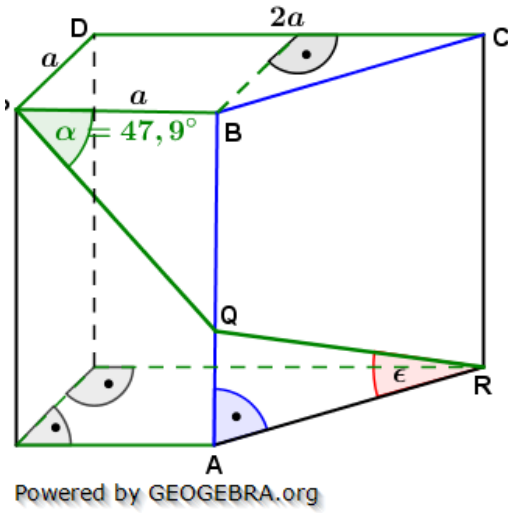
$\overline{EC}$: $\quad \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{BC} = 10{,}58 - 6{,}81 = 3{,}77$

Die Strecke $\overline{EC}$ ist $3{,}8\ cm$ lang.

Lösung Aufgabe P4/2007

Lösungslogik

Der Winkel ϵ lässt sich über den cos aus den Strecken $\overline{AR}$ und $\overline{QR}$ bestimmen.
Die Strecke $\overline{QR}$ berechnet sich aus der Differenz der Länge des Streckenzuges PQR und der Länge der Strecke $\overline{PQ}$.
$\overline{PQ}$ errechnet sich über den $cos\alpha$.
Die Strecke $\overline{AR} = \overline{BC}$ entspricht der Diagonalen eines Quadrates mit der Seitenlänge a, da die Strecke $\overline{DC}$ durch die Parallele zu $\overline{PD}$ durch den Punkt B halbiert wird.



Klausuraufschrieb

$\overline{PQ}$: $\quad cos\alpha = \frac{\overline{PB}}{\overline{PQ}} \quad | \quad \cdot \overline{PQ};\ : cos\alpha$

$\overline{PQ} = \frac{\overline{PB}}{cos\alpha} = \frac{a}{cos\alpha} = \frac{2{,}8}{cos47{,}9°} = 4{,}18$

$\overline{QR}$: $\quad \overline{QR} = \overline{PQR} - \overline{PQ} = 9{,}1 - 4{,}18 = 4{,}92$

$\overline{BC}$: $\quad \overline{BC} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{BC} = \sqrt{2 \cdot 2{,}8^2} = 3{,}96$

ϵ: $\quad cos\epsilon = \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{3{,}96}{4{,}92} = 0{,}804878$

$\epsilon = cos^{-1}(0{,}804878) = 36{,}4°$

Der Winkel ϵ ist $36{,}4°$ groß.

Lösung P5/2007

$\frac{x^2+x+4}{3}+\frac{(x-2)\cdot(x+3)}{2}=\frac{(x-1)^2}{3}$ | mit HN 6 multiplizieren

$2(x^2+x+4)+3(x-2)\cdot(x+3)=2(x-1)^2$ | Ausmultiplizieren

$2x^2+2x+8+3(x^2+3x-2x-6)=2(x^2-2x+1)$ | Restklammer auflösen

$2x^2+2x+8+3x^2+3x-18=2x^2-4x+2$ | Zusammenfassen

$5x^2+5x-10=2x^2-4x+2$ | $-2x^2;+4x;-2$

$3x^2+9x-12=0$ | $:(3)$

$x^2+3x-4=0$ | p/q-Formel

$x_{1,2}=-1{,}5\pm\sqrt{2{,}25+4}=-1{,}5\pm\sqrt{6{,}25}=-1{,}5\pm 2{,}5$

$x_1=1;\quad x_2=-4$

$\mathbb{L}=\{-4;1\}$

Aufgabe P6/2007

Lösungslogik

Über die Punktprobe mit P den Parameter a bestimmen. Parabel in Koordinatensystem einzeichnen.
Mit $y=0$ die Schnittpunkte mit der x–Achse und mit $x=0$ den Schnittpunkt mit der y–Achse berechnen.

Klausuraufschrieb

Parameter a:

p: $y=ax^2-4{,}5$

$-2{,}5=a\cdot(-2)^2-4{,}5$ | Punktprobe mit $P(-2|-2{,}5)$

$2=4a$ | $:4$

$a=0{,}5$

p: $y=0{,}5x^2-4{,}5$

Schnittpunkte mit der x–Achse:

$0=0{,}5x^2-4{,}5$

$4{,}5=0{,}5x^2$

$x^2=9$

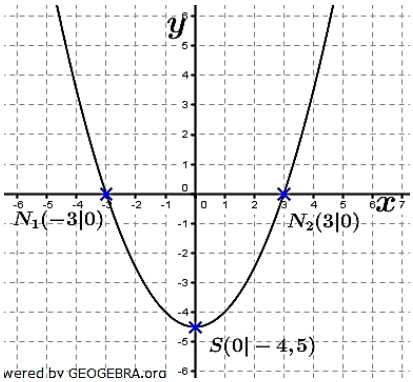
$x_{1,2}=\pm 3$

Schnittpunkt mit der y–Achse:

$y=0{,}5\cdot 0^2-4{,}5$

$y=-4{,}5$

$N_1(-3|0);\ N_2(3|0);\ S_y(0|-4{,}5)$



Lösung P7/2007

Die Preiserhöhung von $40{,}50$ € ist ausschließlich auf die Mehrwertsteuererhöhung zurückzuführen. Die Erhöhung betrug $19\%-16\%=3\%$. $40{,}50$ sind also 3 % des Grundpreises ohne Mehrwertsteuer. Somit können wir den Grundpreis ausrechnen:

$G=\frac{P}{p}=\frac{40{,}50}{0{,}03}=1350{,}00$

Das Mountainbike kostet Netto (ohne Mehrwertsteuer) $1.350{,}00$ €.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Der Preis mit Mehrwertsteuer beträgt somit $1.350{,}00 \cdot 1{,}19 = 1606{,}50$ €.
Der Preis inklusive 16% Mehrwertsteuer beträgt $1.350{,}00 \cdot 1{,}16 = 1566{,}00$
Die Preissteigerung von brutto $1.566{,}00$ € auf $1606{,}50$ € ist somit:
$p = \frac{P}{G} - 1 = \frac{1606{,}50}{1566} - 1 = 0{,}026 = 2{,}6\ \%$
Die Behauptung von Guido ist falsch.

Lösung P8/2007

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.
Endkapital:
Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass für die drei Jahre insgesamt $503{,}23$ € Zinsen gutgeschrieben werden. Daraus gibt sich das Endkapital.
$K_3 = K_0 + 503{,}23$
$K_3 = 5000 + 503{,}23 = 5503{,}23$
Zinssatz im dritten Jahr:
$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$
$5503{,}23 = 5000 \cdot 1{,}025 \cdot 1{,}0325 \cdot q_3$
$5503{,}23 = 5291{,}56 \cdot q_3 \qquad | \quad : 5291{,}56$
$q_3 = \frac{5503{,}23}{5291{,}56} = 1{,}04$
$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Longrightarrow \ p_3\% = 4\%$
Der Zinssatz im dritten Jahr ist $4\ \%$.

Aufgabe P1/2008

Gegeben sind das Rechteck $ABCD$ und das gleichschenklige Dreieck AEF.

Es gilt:

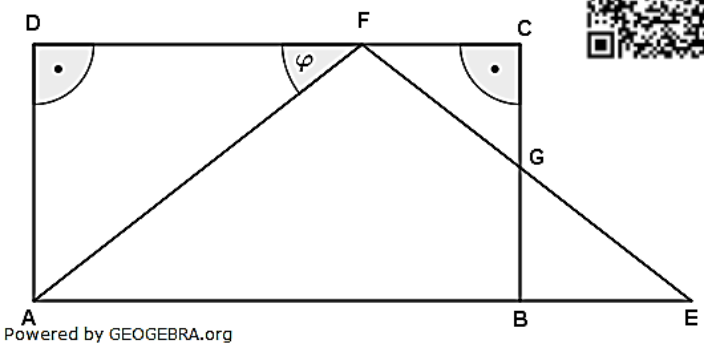
$\varphi = 38{,}0°$

$\overline{AD} = 5{,}4\ cm$

$\overline{FG} = 4{,}2\ cm$

$\overline{AF} = \overline{EF}$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks BEG.



Lösung: $A_{BEG} = 5{,}1\ cm^2$.

Tipp: Trigonometrischen Flächeninhalt für das Dreieck BEG.

Aufgabe P2/2008

Im Viereck $ABCD$ sind bekannt:

$\overline{BC} = 6{,}6\ cm$

$\overline{AD} = 10{,}8\ cm$

$\alpha = 47{,}0°$

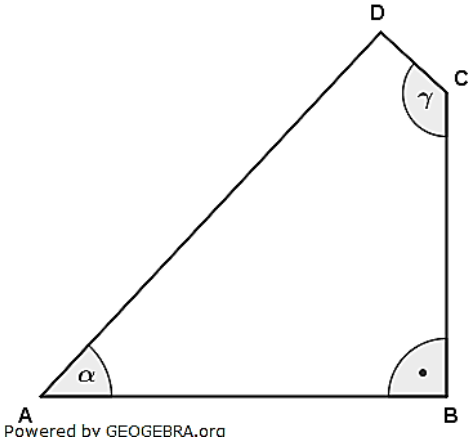
$\gamma = 132{,}0°$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$.

Berechnen Sie die Länge $\overline{AC}$.

Lösung: Abstand D von $\overline{AB}$: $7{,}9\ cm$.

Strecke $\overline{AC} = 11{,}0\ cm$.



Aufgabe P3/2008

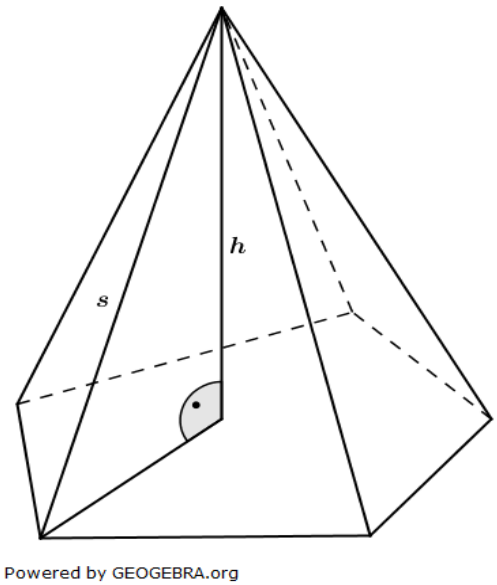
Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind bekannt:

$h = 8{,}4\ cm$

$s = 10{,}2\ cm$

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide.

Lösung: $V = 223{,}4\ cm^3$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2008

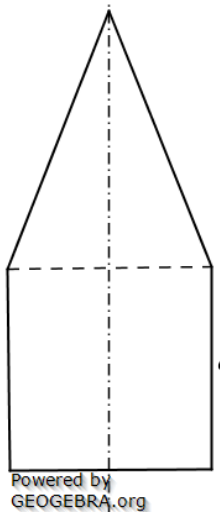
Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und einem Kegel.
Der Achsenschnitt des Zylinders ist ein Quadrat.
Es gilt:

$A_{Ges} = 67{,}0\ cm^2$.(Flächeninhalt der nebenstehenden Achsenschnittfläche)

$a = 6{,}2\ cm$

Berechnen Sie die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

Lösung: $O = 245{,}6\ cm^2$



Aufgabe P5/2008

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{4x^2+3x-6}{x^2+2x} + \frac{4+x}{x+2} = \frac{1-3x}{x}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-2; 0\}; \quad \mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Aufgabe P6/2008

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $\frac{3y-7}{2} - 5 = x$

(2) $y - 6 = \frac{x+3}{5}$ $\qquad \mathbb{L} = \{(2; 7)\}$

Aufgabe P7/2008

Gabi legt bei ihrer Bank 2.500,00 € zu folgenden Zinssätzen auf drei Jahre an:

1. Jahr: 3,50 %
2. Jahr: 3,75 %
3. Jahr: 4,25 %

Zinsen werden mitverzinst.
Das angesparte Geld lässt sie nach Ablauf der drei Jahre ein weiteres Jahr bei der Bank. Für dieses vierte Jahr erhält sie 132,93 € Zinsen. Wie hoch ist der Zinssatz im vierten Jahr? Lösung: 4,75 %

Aufgabe P8/2008

In einem Behälter liegen fünf blaue, drei weiße und zwei rote Kugeln. Mona zieht eine Kugel, notiert die Farbe und legt die Kugel wieder zurück. Danach zieht sie eine zweite Kugel.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zwei gleichfarbige Kugeln gezogen werden?

Lösung: $p = \frac{38}{100} = 38\ \%$

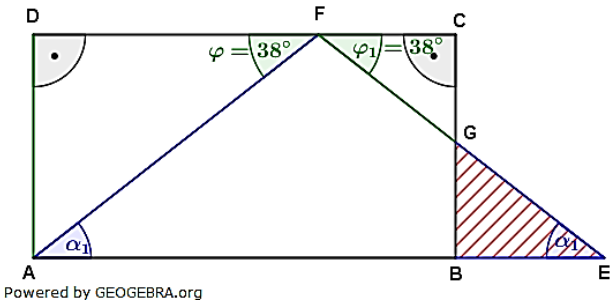
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den beiden gezogenen Kugeln eine rot und eine weiß ist?

Lösung: $p = \frac{12}{100} = 12\ \%$

Lösung P1/2008

Lösungslogik

Berechnung von α_1 als Wechselwinkel geschnittener Parallelen.
Berechnung von $\overline{AF} = \overline{EF}$ (gleichseitiges Dreieck) über den $sin\varphi$.
Berechnung von $\overline{EG}$ als Differenz von $\overline{EF}$ und $\overline{FG}$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den $cos\alpha_1$.
Berechnung von A_{BEG} mit dem trigonometrischen Flächeninhalt.



Klausuraufschrieb

$A_{BEG} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BE} \cdot \overline{EG} \cdot sin\alpha_1$ | trigonometrischer Flächeninhalt.

α_1: $\alpha_1 = \varphi = 38°$

$\overline{AF}$: $sin\varphi = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}}$ | $\cdot \overline{AF}$; $: sin\varphi$

$\overline{AF} = \frac{\overline{AD}}{sin\varphi} = \frac{5{,}4}{sin38°} = 8{,}77$

$\overline{EG}$: $\overline{EG} = \overline{AF} - \overline{FG} = 8{,}77 - 4{,}2 = 4{,}57$

$\overline{BE}$: $cos\alpha_1 = \frac{\overline{BE}}{\overline{EG}}$ | $\cdot \overline{EG}$

$\overline{BE} = \overline{EG} \cdot cos\alpha_1 = 4{,}57 \cdot cos38° = 3{,}60$

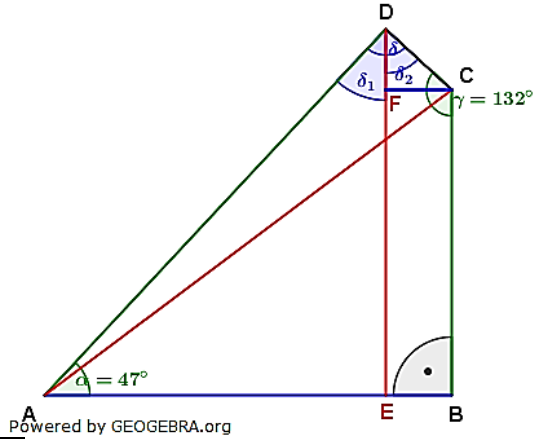
A_{BEG}: $A_{BEG} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BE} \cdot \overline{EG} \cdot sin38° = \frac{1}{2} \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}57 \cdot sin38° = 5{,}06$

Das Dreieck BEG hat eine Fläche von $5{,}1\ cm^2$.

Lösung P2/2008

Lösungslogik

Berechnung von δ über die Winkelsumme im Viereck.
Berechnung von δ_1 über die Winkelsumme im Dreieck.
Berechnung von δ_2.
Berechnung von $\overline{DE}$ über $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{AE}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{DF}$ als Differenz von $\overline{DE}$ und $\overline{BC}$.
Berechnung von $\overline{FC} = \overline{EB}$ über den $tan\delta_2$.
Berechnung von $\overline{AB}$ als Summe von $\overline{AE}$ und $\overline{EB}$.
Berechnung von $\overline{AC}$ mit dem Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

δ: $\delta = 360° - \alpha - 90° - \gamma = 360° - 90° - 41° - 132° = 91°$.

δ_1: $\delta_1 = 90° - \alpha = 90° - 47° = 43°$

δ_2: $\delta_2 = \delta - \delta_1 = 91° - 43° = 48°$

$\overline{DE}$: $sin\alpha = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$ | $\cdot \overline{AD}$

$\overline{DE} = \overline{AD} \cdot sin\alpha = 10{,}8 \cdot sin47° = 7{,}9$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$\overline{AE}$: $\overline{AE}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{DE}^2 = 10,8^2 - 7,9^2 = 54,23 \quad | \quad \sqrt{}$

$\overline{AE} = 7,36$

$\overline{DF}$: $\overline{DF} = \overline{DE} - \overline{BC} = 7,9 - 6,6 = 1,3$

$\overline{FC}$: $tan\delta_2 = \frac{\overline{FC}}{\overline{DF}} \quad | \quad \cdot \overline{DF}$

$\overline{FC} = \overline{DF} \cdot tan\delta_2 = 1,3 \cdot tan48° = 1,44$

$\overline{AB}$: $\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{FC} = 7,36 + 1,44 = 8,8$

$\overline{AC}$: $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 8,8^2 + 6,6^2 = 121 \quad | \quad \sqrt{}$

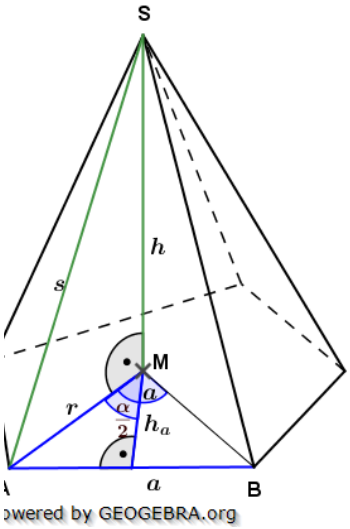
$\overline{AC} = 11$

Der Punkt D hat einen Abstand von $7,9\ cm$ von der Strecke $\overline{AB}$. Die Strecke $\overline{AC}$ ist $11\ cm$ lang.

Lösung P3/2008

Lösungslogik

Mit der gegebenen Höhe h der Pyramide muss lediglich noch der Flächeninhalt G der Grundfläche ermittelt werden.
Berechnung von r über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Spitzenwinkels α und daraus $\frac{\alpha}{2}$.
Berechnung von h_a über den $cos\frac{\alpha}{2}$.
Berechnung von $\frac{a}{2}$ über den Satz des Pythagoras und daraus a.
Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks ABM.
Berechnung des Flächeninhalts der Grundfläche .
Berechnung des Volumens der Pyramide.



Klausuraufschrieb

r: $r = \sqrt{s^2 - h^2} = \sqrt{10,2^2 - 8,4^2} = \sqrt{33,48}$ | Satz des Pythagoras

$r = 5,79$

α: $\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$ hieraus $\frac{\alpha}{2} = 36°$

h_a: $cos\frac{\alpha}{2} = \frac{h_a}{r} \quad | \quad \cdot r$

$h_a = r \cdot cos\alpha = 5,79 \cdot cos36° = 4,68$

$\frac{a}{2}$: $\frac{a}{2} = \sqrt{r^2 - h_a^2} = \sqrt{5,79^2 - 4,68^2}$ | Satz des Pythagoras

$\frac{a}{2} = \sqrt{11,6217} = 3,41$

hieraus $a = 6,82$

A_{ABM}: $A_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 6,82 \cdot 4,68 = 15,96$

G: $G = 5 \cdot A_{ABM} = 5 \cdot 15,96 = 79,8$

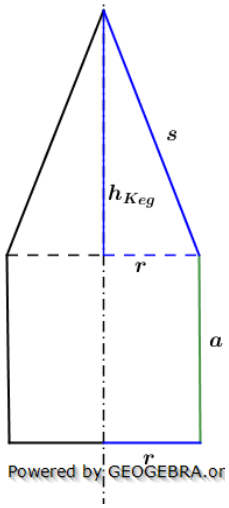
V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 79,8 \cdot 8,4 = 223,44$

Das Volumen der Pyramide beträgt $223,4\ cm^3$.

Lösung P4/2008

Lösungslogik

Berechnung von r.
Berechnung der Quadratfläche.
Berechnung der Dreiecksfläche aus der Differenz von A_{Ges} und der Quadratfläche.
Berechnung von h_{Keg} über die Flächenformel für das Dreieck.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Mantels M_{Zyl} des Zylinders.
Berechnung des Mantels M_{Keg} des Kegels.
Berechnung der kreisförmigen Grundfläche.
Berechnung von O_{Ges}.



Klausuraufschrieb

r: $\quad r = 0{,}5 \cdot a = 0{,}5 \cdot 6{,}2 = 3{,}1$

A_Q: $\quad A_Q = a^2 = 6{,}2^2 = 38{,}44$

A_{3-Eck}: $\quad A_{3-Eck} = A_{Ges} - A_Q = 67 - 38{,}44 = 28{,}56$

h_{Keg}: $\quad A_{3-Eck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{Keg} \quad | \quad \cdot 2;\ : a$

$\quad h_{Keg} = \frac{2 \cdot A_{3-Eck}}{a} = \frac{2 \cdot 28{,}56}{6{,}2} = 9{,}21$

s: $\quad s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{3{,}1^2 + 9{,}21^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\quad s = \sqrt{94{,}4341} = 9{,}72$

M_{Zyl}: $\quad M_{Zyl} = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = 2\pi \cdot 3{,}1 \cdot 6{,}2 = 120{,}76$

M_{Keg}: $\quad M_{Keg} = \pi r s = \pi \cdot 3{,}1 \cdot 9{,}72 = 94{,}66$

A_{Kreis}: $\quad A_{Kreis} = \pi r^2 = \pi \cdot 3{,}1^2 = 30{,}19$

O_{Ges}: $\quad O_{Ges} = M_{Zyl} + M_{Keg} + A_{Kreis} = 120{,}76 + 94{,}66 + 30{,}19 = 245{,}61$

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers beträgt $245{,}6\ cm^2$.

Lösung P5/2008

$$\frac{4x^2 + 3x - 6}{x^2 + 2x} + \frac{4 + x}{x + 2} = \frac{1 - 3x}{x}$$

Nenner 1:	$x^2 + 2x$	$x(x+2)$
Nenner 2:		$x + 2$
Nenner 3:		x
Hauptnenner:		$x(x+2)$

$x(x+2) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = -2$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \backslash \{-2; 0\}$

$$\frac{(4x^2 + 3x - 6) \cdot \cancel{x(x+2)}}{\cancel{x(x+2)}} + \frac{(4+x) \cdot x \cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} = \frac{(1-3x) \cdot \cancel{x}(x+2)}{\cancel{x}}$$

$4x^2 + 3x - 6 + x \cdot (4 + x) = (1 - 3x)(x + 2) \quad |$ Klammern auflösen

$4x^2 + 3x - 6 + 4x + x^2 = -3x^2 - 5x + 2 \quad | \quad +3x^2;\ +5x;\ -2$

$8x^2 + 12x - 8 = 0 \quad | \quad :(8)$

$x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0 \quad | \quad p/q$-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{16}{16}} = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{25}{16}} = -\frac{3}{4} \pm \frac{5}{4}$$

$x_1 = \frac{1}{2}; \quad x_2 = -2$

Wegen $x_2 = -2 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ die einzigste Lösung.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P6/2008

(1)	$\frac{3y-7}{2} - 5 = x$	|	$\cdot 2$
(2)	$y - 6 = \frac{x+3}{5}$	|	$\cdot 5$
(1)	$3y - 7 - 10 = 2x$	|	$+17$
(2)	$5y - 30 = x + 3$	|	$+30$
(1)	$3y = 2x + 17$		
(2)	$5y = x + 33$	|	$\cdot 2$
(1)	$3y = 2x + 17$		
(2)	$10y = 2x + 66$		
(2)-(1)	$7y = 0 + 66 - 17$		
	$7y = 49$	|	$:7$
	$y = 7 \longrightarrow$ (2)		
(2)	$5 \cdot 7 = x + 33$	|	-33
	$x = 2$		
	$\mathbb{L} = \{(2;7)\}$		

Lösung P7/2008

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 bzw. 4 Jahre mit variablem Zinssatz.

Endkapital nach drei Jahren:

$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$

$K_3 = 2500 \cdot 1{,}035 \cdot 1{,}0375 \cdot 1{,}0425$

$K_3 = 2798{,}62$

Gabi hat am Ende der drei Jahren ein Guthaben von $2.798{,}62$ €.

Zinssatz für das vierte Jahr:

$K_4 = K_3 + 132{,}93$

$K_4 = 2798{,}62 + 132{,}93 = 2931{,}55$

$K_4 = K_3 \cdot q_4$

$2931{,}55 = 2798{,}62 \cdot q_4 \quad | \quad :2798{,}62$

$q_4 = \frac{2931{,}55}{2798{,}62} = 1{,}0475$

$q_4 = 1 + \frac{p_4\%}{100} \Longrightarrow \; p_4\% = 4{,}75\,\%$

Der Zinssatz im vierten Jahr beträgt $4{,}75\,\%$.

Lösung P8/2008

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen mit Zurücklegen.
Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenfarbigen Kugeln.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugeln.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für eine Kugel rot und eine Kugel weiß.

Klausuraufschrieb

$P(blau) = \frac{5}{10}$ $\quad P(weiß) = \frac{3}{10}$ $\quad P(rot) = \frac{2}{10}$

$P(zwei\ gleichfarbene\ Kugeln) = P\{(b;b),(w;w),(r,r)\}$

$P(b;b) = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{100}$ $\quad P(w;w) = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$ $\quad P(r;r) = \frac{2}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{4}{100}$

$$P(zwei\ gleichfarbene\ Kugeln) = P(b;b) + P(w;w) + P(r;r)$$
$$= \frac{25}{100} + \frac{9}{100} + \frac{4}{100} = \frac{38}{100} = 38\ \%$$

$P(eine\ weiße\ und\ eine\ rote\ Kugel) = P\{(w;r),(r;w)\}$

$P(w;r) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{100}$ $\quad P(r;w) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{100}$

$$P(eine\ weiße\ und\ eine\ rote\ Kugel) = P(w;r) + P(r;w) = \frac{6}{100} + \frac{6}{100} = \frac{12}{100} = 12\ \%$$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2009

Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit einem einbeschriebenen Rechteck $DEFG$.

Es gilt:

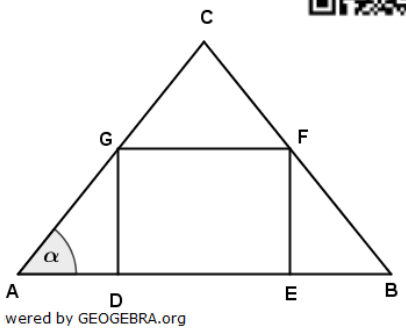
$\alpha = 51{,}3°$

$\overline{AG} = 3{,}1\ cm$

$\overline{AB} = 7{,}2\ cm$

$\overline{AC} = \overline{BC}$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks GFC.



Lösung: $A_{GFC} = 3{,}4\ cm^2$

Aufgabe P2/2009

Die Dreiecke ABC und ABD haben sie Seite $\overline{AB}$ gemeinsam.

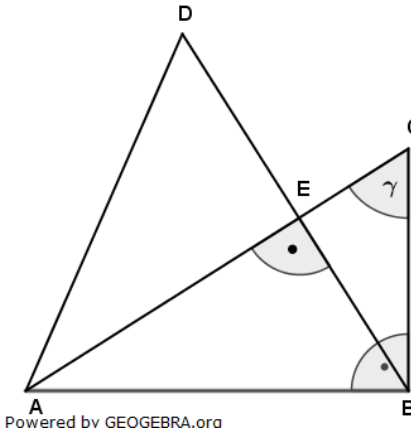
Es gilt:

$\overline{AB} = 6{,}8\ cm$

$\gamma = 57{,}7°$

$\overline{DE} = 3{,}9\ cm$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$.



Lösung: Abstand D von $\overline{AB}$: $6{,}4\ cm$.

Aufgabe P3/2009

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und einem Kegel.

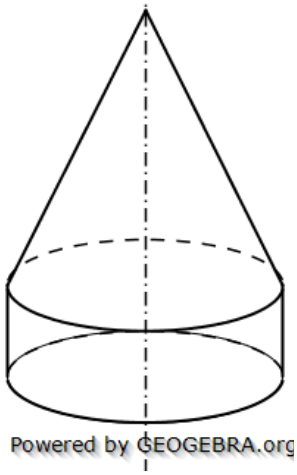
Es gilt:

$V_K = 223\ cm^3$ (Volumen des Kegels)

$h_K = 8{,}5\ cm$ (Höhe des Kegels)

$O_{Ges} = 344\ cm^2$ (Oberfläche des zusammengesetzten Körpers)

Berechnen Sie die Höhe des Zylinders.



Lösung: $h_{Zyl} = 3{,}5\ cm$

Aufgabe P4/2009

Eine Gerade hat die Gleichung $y = 2x - 5$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(3|-2)$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.
Bestimmen Sie die Entfernung der Schnittpunkte rechnerisch.

Lösung: $P(6|7)$; $Q(2|-1)$; $\overline{PQ} = 8{,}9\ LE$

Aufgabe P5/2009

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{x+4}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{3x^2+x-7}{x(x-1)}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;1\}; \quad \mathbb{L} = \{-3;2\}$

Aufgabe P6/2009

Frau Schön legt einen Betrag von $10.000{,}00\,€$ für die Dauer von vier Jahren zu einem Zinssatz von $4{,}2\,\%$ an. Zinsen werden mitverzinst.
Frau Reiche will ebenfalls $10.000{,}00\,€$ anlegen. Die Zinsen sollen mitverzinst werden. Sie möchte jedoch schon nach drei Jahren das gleiche Endkapital wie Frau Schön angespart haben.
Welchen jährlich gleichbleibenden Zinssatz müsste Frau Reiche vereinbaren?

Lösung: $5{,}65\,\%$

Aufgabe P7/2009

Die Jungen der Klassen 8a und 8b werden gemeinsam in einer Sportgruppe unterrichtet. Beim Ballwurf werden von den 10 Schülern der 8a und den 13 Schülern der 8b folgende Weiten (Angaben in Meter) erzielt:

8a	41,5	27,5	32	39,5	32	29	27	42	51	22,5			
8b	33	19	26	36	25,5	41,5	36,5	30	39,5	29,5	29	45,5	25

Bestimmen Sie jeweils den Zentralwert und den Mittelwert (arithmetisches Mittel) der 8a und der 8b.
Paul aus der Klasse 8a, der am weitesten geworfen hat, wird aus der Wertung genommen, weil er einen zu leichten Ball verwendet hat. Welche Auswirkungen hat dies auf den Zentralwert und das arithmetische Mittel der 8a?

Aufgabe P8/2009

In einem Gefäß befinden sich eine weiße, vier rote und fünf blaue Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen?

Lösung: $p = \frac{58}{90} \approx 64{,}4\,\%$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine der gezogenen Kugeln rot ist?

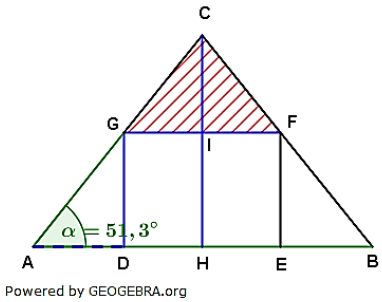
Lösung: $p = \frac{78}{90} \approx 86{,}7\,\%$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2009

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{GD}$ über $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{CH}$ über den $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{CI}$ aus der Differenz von $\overline{CH}$ und $\overline{GD}$.
Berechnung von $\overline{GF}$ über $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$.
Berechnung von A_{GFC} über die Flächenformel eines Dreiecks.



Klausuraufschrieb

$A_{GFC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{GF} \cdot \overline{CI}$

$\overline{GD}$: $sin\alpha = \frac{\overline{GD}}{\overline{AG}}$ | $\cdot \overline{AG}$

$\overline{GD} = \overline{AG} \cdot sin\alpha = 3{,}1 \cdot sin51{,}3° = 2{,}42$

$\overline{AD}$: $\overline{AD}^2 = \overline{AG}^2 - \overline{GD}^2 = 3{,}1^2 - 2{,}42^2 = 3{,}7536$ | $\sqrt{}$

$\overline{AD} = 1{,}94$

$\overline{CH}$: $tan\alpha = \frac{\overline{CH}}{0{,}5 \cdot \overline{AB}}$ | $\cdot 0{,}5 \cdot \overline{AB}$

$\overline{CH} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot tan\alpha = 0{,}5 \cdot 7{,}2 \cdot tan51{,}3° = 4{,}49$

$\overline{CI}$: $\overline{CI} = \overline{CH} - \overline{GD} = 4{,}49 - 2{,}42 = 2{,}07$

$\overline{GF}$: $\overline{GF} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AD} = 7{,}2 - 2 \cdot 1{,}94 = 3{,}32$

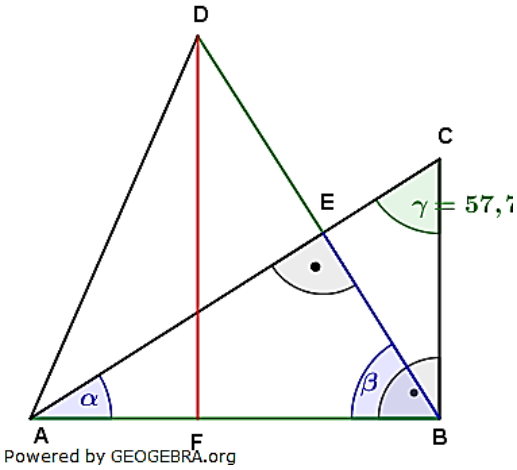
A_{GFC}: $A_{GFC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{GF} \cdot \overline{CI} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}32 \cdot 2{,}07 = 3{,}43$

Das Dreieck GFC hat einen Flächeninhalt von $3{,}4\ cm^2$.

Lösung P2/2009

Lösungslogik

Berechnung von α als Ergänzungswinkel des Dreiecks ABC.
Berechnung von β als Ergänzungswinkel des Dreiecks ABD.
Berechnung von $\overline{EB}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über den $sin\beta$.



Klausuraufschrieb

α: $\alpha = 90° - \gamma = 90° - 57{,}7° = 32{,}3°$

β: $\beta = 90° - \alpha = 90° - 32{,}3° = 57{,}7°$

$\overline{EB}$: $sin\alpha = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$

$\overline{EB} = \overline{AB} \cdot sin\alpha = 6{,}8 \cdot sin32{,}3° = 3{,}63$

$\overline{DF}$: $sin\beta = \frac{\overline{DF}}{\overline{DE} + \overline{EB}}$ | $\cdot (\overline{DE} + \overline{EB})$

$\overline{DF} = (\overline{DE} + \overline{EB}) \cdot sin\alpha = (3{,}9 + 3{,}63) \cdot sin57{,}7° = 6{,}36$

Der Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$ beträgt $6{,}4\ cm$.

Lösung P3/2009

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen des Kegels und dessen Höhe.
Berechnung der Seitenkante s des Kegels über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Mantelfläche M_{Keg} des Kegels.
Berechnung der Restoberfläche O_{Rest} für den Zylinder aus der Differenz von O_{Ges} und M_{Keg}.
Berechnung der Fläche A_{Kreis} des Grundkreises.
Berechnung der Mantelfläche M_{Zyl} des Zylinders aus der Differenz von O_{Rest} und M_{Kreis}.
Berechnung der Höhe h_{Zyl} des Zylinders über dessen Mantelfläche M_{Zyl}.

Klausuraufschrieb

r: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ :(\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 223}{\pi \cdot 8{,}5}} = 5{,}0$

s: $s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{5^2 + 8{,}5^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{97{,}25} = 9{,}86$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi r s = \pi \cdot 5 \cdot 9{,}86 = 154{,}88$

O_{Rest}: $O_{Rest} = O_{Ges} - M_{Keg} = 344 - 154{,}88 = 189{,}12$

A_{Kreis}: $A_{Kreis} = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54$

M_{Zyl}: $M_{Zyl} = O_{Rest} - A_{Kresi} = 189{,}12 - 78{,}54 = 110{,}58$

h_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi r h_{Zyl}$ | $:(2\pi \cdot r)$

$h_{Zyl} = \frac{M_{Zyl}}{2\pi \cdot r} = \frac{110{,}58}{2\pi \cdot 5} = 3{,}52$

Die Höhe des Zylinders beträgt $3{,}5\ cm$.

Aufgabe P4/2009

Lösungslogik

Über den Scheitelpunkt S die Parabelgleichung aufstellen.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.
Abstandsberechnung mit dem Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung der Parabel p *mit* $S(3|-2)$*:*

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$

$y = (x-3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 6x + 7$ | allgemeine Gleichung der Parabel

g: $y = 2x - 5$

Schnittpunkte von p *und* g*:*

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$x^2 - 6x + 7 = 2x - 5$ | $+5;\ -2x$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2$

$x_1 = 6;\quad x_2 = 2$

$y_1 = 2x_1 - 5 = 2 \cdot 6 - 5 = 7$

$y_2 = 2x_2 - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$

Schnittpunkte sind $P(6|7)$ *und* $Q(2|-1)$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Abstand von P und Q:

$\overline{PQ}$: $\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$= \sqrt{(2-6)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \approx 8{,}94$

Die Punkte P und Q sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P5/2009

$$\frac{x+4}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{3x^2+x-7}{x(x-1)}$$

Nenner 1:	$x-1$
Nenner 2:	x
Nenner 3:	$x(x-1)$
Hauptnenner:	$x(x-1)$

$x(x-1) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;1\}$

$$\frac{(x+4)\cdot \cancel{x(x-1)}}{\cancel{x-1}} - \frac{5\cdot \cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}} = \frac{(3x^2+x-7)\cdot \cancel{x(x-1)}}{\cancel{x(x-1)}}$$

$x(x+4) - 5x(x-1) = 3x^2 + x - 7$ | Klammern auflösen

$x^2 + 4x - 5x + 5 = 3x^2 + x - 7$ | $-3x^2;\ -x;\ +7$

$-2x^2 - 2x + 12 = 0$ | $:(-2)$

$x^2 + x - 6 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25+6} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 2;\quad x_2 = -3$

$\mathbb{L} = \{-3;2\}$

Lösung P6/2009

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 bzw. 4 Jahre mit festem Zinssatz.

Endkapital von Frau Schön:

$K_4 = K_0 \cdot q^4$

$K_4 = 10000 \cdot 1{,}042^4 = 11788{,}83$

Frau Schön hat nach vier Jahren ein Guthaben von $11.788{,}83$ €.

Zinssatz von Frau Reiche:

Frau Reiche möchte das gleiche Ergebnis bereits nach drei Jahren erzielen, somit ist $K_3 = 11788{,}83$.

$K_3 = K_0 \cdot q^3$

$11788{,}83 = 10000 \cdot q^3$ | $:10000$

$q^3 = \frac{11788{,}83}{10000} = 1{,}179$ | $\sqrt[3]{\ }$

$q = 1{,}0564$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow\ p\% \approx 5{,}65\ \%$

Frau Reiche muss einen festen Zinssatz von $5{,}65\ \%$ vereinbaren.

Lösung P7/2009

Lösungslogik

Erstellung einer Rangliste getrennt nach Klasse 8a und 8b.

Berechnung des Zentralwertes und des Mittelwertes getrennt nach Klasse 8a und 8b.

Beurteilung der Auswirkung auf Zentral- und Mittelwert von Klasse 8a nach Wegnahme der Wertung von Paul.

Klausuraufschrieb

Rangliste Jungen 8a:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weite (m)	22,5	27	27,5	29	32	32	39,5	41,5	42	51

Rangliste Jungen 8b:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Weite (m)	19	25	25,5	26	29	29,5	30	33	36	36,5	39,5	41,5	45,5

Klasse 8a:

z_{8a}: $r_z = n \cdot 10 = 10 \cdot 0{,}5 = 5$

$z_{8a} = \frac{x_5+x_6}{2} = \frac{32+32}{2} = 32\,m$

$\overline{x}_{8a}$: $\overline{x}_{8a} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10} = \frac{22{,}5+27+\cdots+51}{10} = \frac{344}{10} = 34{,}4\,m$

Klasse 8b:

z_{8b}: $r_z = n \cdot 13 = 13 \cdot 0{,}5 = 6{,}5$

$z_{8b} = x_7 = 30\,m$

$\overline{x}_{8b}$: $\overline{x}_{8b} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{13} = \frac{19+25+\cdots+45{,}5}{13} = \frac{416}{13} = 32{,}0\,m$

Klasse 8a ohne Wurf von Paul:

z_{8aoP}: $r_z = n \cdot 9 = 9 \cdot 0{,}5 = 4{,}5$

$z_{8aoP} = x_5 = 32\,m$

$\overline{x}_{8aoP}$: $\overline{x}_{8aoP} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_9}{9} = \frac{22{,}5+27+\cdots+42}{9} = \frac{293}{9} = 32{,}6\,m$

Die Herausnahme der Wertung für Paul hat keinen Einfluss auf den Zentralwert. Das arithmetische Mittel hingegen nimmt ab.

Lösung P8/2009

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenfarbigen Kugeln für das erste Ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln. Zwei verschiedenfarbige Kugeln ist das Gegenereignis zu zwei gleichfarbige Kugeln. Da nur eine einzige Kugel weiß ist, ist das Gegenereignis mit $P(r;r)$ und $P(w;w)$ sehr schnell ermittelt.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für höchstens eine Kugel rot. Höchstens eine Kugel rot bedeutet eine oder keine rote Kugel. Das Gegenereignis hierzu sind zwei rote Kugeln.

Klausuraufschrieb

$P(weiß) = \frac{1}{10}$ $\quad P(rot) = \frac{4}{10}$ $\quad P(blau) = \frac{5}{10}$

Zwei verschiedenfarbige Kugeln:

$$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = 1 - P\{(r;r),(b;b)\}$$

$$P(r;r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} \quad P(b;b) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90}$$

$$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = 1 - \big(P(r;r) + P(b;b)\big)$$

$$= 1 - \frac{12}{90} - \frac{20}{90} = \frac{58}{90}$$

$$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) \approx 64{,}4\,\%$$

Höchstens eine Kugel ist rot:

$$P(höchstens\ eine\ rote\ Kugel) = 1 - P(r;r) = 1 - \frac{12}{90} = \frac{78}{90} \approx 86{,}7\,\%$$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

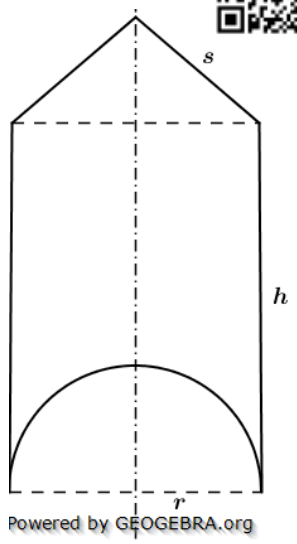
Aufgabe P1/2010

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und aufgesetztem Kegel.
Aus diesem Körper wird eine Halbkugel herausgearbeitet (siehe Achsenschnitt).
Es gilt:

$r = 3{,}0\ cm$ (Radius des Zylinders)
$h = 8{,}6\ cm$ (Höhe des Zylinders)
$s = 3{,}8\ cm$ (Mantellinie des Kegels)

Berechnen Sie das Volumen des Restkörpers.

Lösung: $V_{Rest} = 209\ cm^3$



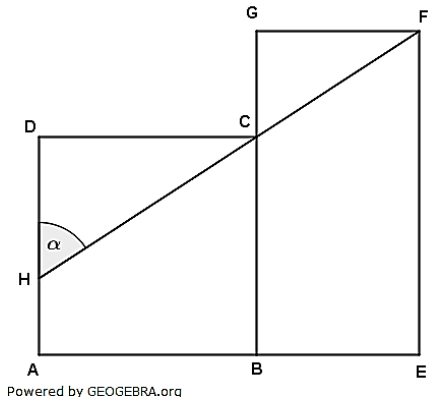
Aufgabe P2/2010

Ein Quadrat und ein Rechteck haben die Punkte B und C gemeinsam.
Es gilt:

$\overline{CD} = 4{,}8\ cm$
$\overline{FH} = 10{,}0\ cm$
$\alpha = 57{,}0°$

Berechnen Sie den Umfang des Vierecks $BEFC$.

Lösung: $u_{BEFC} = 19{,}8\ cm$.



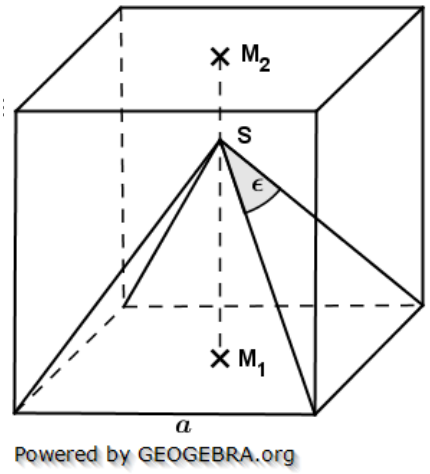
Aufgabe P3/2010

Das Schrägbild zeigt eine Pyramide in einem Würfel.
Es gilt:

$a = 8\ cm$
$\epsilon = 58{,}0\ °$

Wie groß ist das Volumen der Pyramide?
Berechnen Sie die Länge $\overline{ES}$.

Lösung: $V = 128\ cm^3$
$\overline{ES} = 6{,}0 cm$



Aufgabe P4/2010

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $\frac{x-3}{2} = y + 1$

(2) $\frac{2x-5}{3} - 10(y-1) = 16$ $\mathbb{L} = \{(4; -0{,}5)\}$

Aufgabe P5/2010

Die nach unten geöffnete Parabel p hat die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$. Zeichnen Sie die Parabel in ein Koordinatensystem.

Die Gerade g hat die Steigung $m = \frac{1}{2}$ und schneidet die y-Achse im Punkt $P(0|3)$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.

Lösung: $P(-4|1); Q(2|4)$

Aufgabe P6/2010

In einem Behälter befinden sich drei blaue und drei rote Kugeln. Viola führt zwei Zufallsexperimente durch:

Experiment 1: Sie zieht zwei Kugeln mit Zurücklegen.

Lösung: $p = \frac{1}{2} = 50\,\%$

Experiment 2: Sie zieht zwei Kugeln ohne Zurücklegen.

Lösung: $p = \frac{18}{30} = 60\,\%$

Sie vermutet: "In beiden Experimenten ist die Wahrscheinlichkeit, zwei verschiedenfarbige Kugeln zu ziehen, fünfzig Prozent."

Überprüfen Sie diese Vermutung.

Aufgabe P7/2010

Die Klasse 10c wurde über die Anzahl der im letzten Monat versandten SMS befragt. Die Tabelle zeigt die Angaben von 12 Jungen und von 15 Mädchen:

Jg.	5	0	39	21	77	14	46	25	128	24	35	66			
Md.	37	29	67	36	10	47	34	177	56	116	28	51	80	0	132

Um wie viel Prozent liegt das arithmetische Mittel der versandten SMS der 15 Mädchen über dem der 12 Jungen?

Geben Sie die Zentralwerte der beiden Datenreihen an.

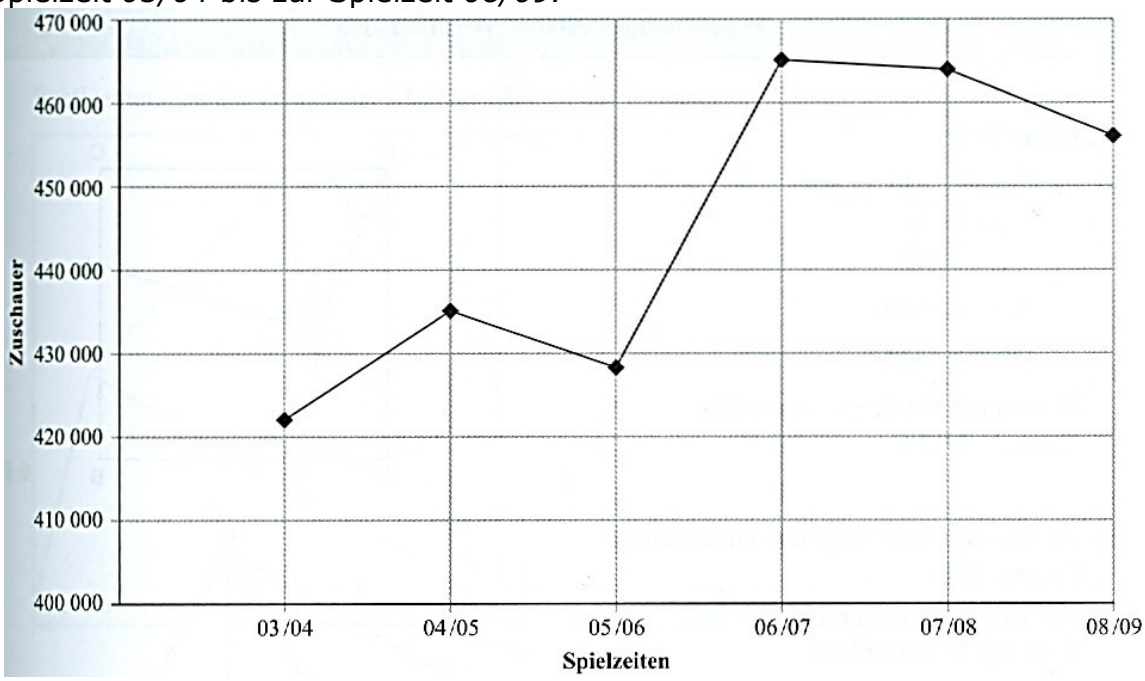
Florian (20 SMS), Eva (15 SMS) und Laura (170 SMS) können ihre Werte erst nachträglich mitteilen.

Welchen Einfluss hat dies auf die bereits ermittelten Zentralwerte?

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P8/2010

Die Grafik veranschaulicht die Zuschauerentwicklung eines Fußballvereins von der Spielzeit *03/04* bis zur Spielzeit *08/09.*



Zwischen welchen Spielzeiten liegt die größte Steigerung vor; wie viel Prozent beträgt sie? (Entnehmen Sie der Zeichnung die notwendigen Werte so genau wie möglich).

Um die Zuschauerzahl für 09/10 vorhersagen zu können, wird die prozentuale Veränderung zwischen *07/08* und *08/09* ermittelt. Diese prozentuale Veränderung verwendet der Verein für die Prognose.

Mit welcher Zuschauerzahl kann er für 09/10 planen?

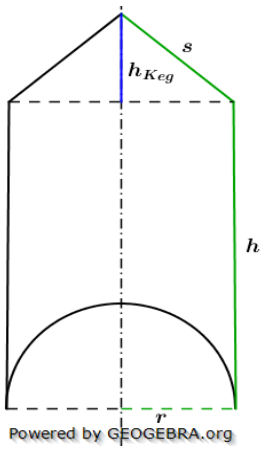
Lösung: Größte Steigerung Zuschauerzahlen 05/06 nach 06/07: 8,6 %

Planung für Spielzeit 09/10 etwa 449000 Zuschauer.

Lösung P1/2010

Lösungslogik

Das Volumen des Körpers setzte sich zusammen aus dem Volumen des Zylinders mit der Höhe h abzüglich des Volumens der Halbkugel mit dem Radius r zuzüglich dem Volumen des aufgesetzten Kegels mit dem Radius r und der Höhe h_{Keg}.



Berechnung von h_{keg} Über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens des Zylinders.
Berechnung des Volumens der Halbkugel.
Berechnung des Volumens des Kegels.
Berechnung des Volumens des zusammengesetzten Körpers.

Klausuraufschrieb

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{3{,}8^2 - 3^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{5{,}44} = 2{,}33$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 8{,}6 = 243{,}2$

V_{HK}: $V_{HK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}\pi \cdot 3^3 = 56{,}55$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 h_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 2{,}33 = 22{,}0$

$V_{Körper}$: $V_{Körper} = V_{Zyl} - V_{HK} + V_{Keg} = 243{,}2 - 56{,}55 + 22 = 208{,}65$

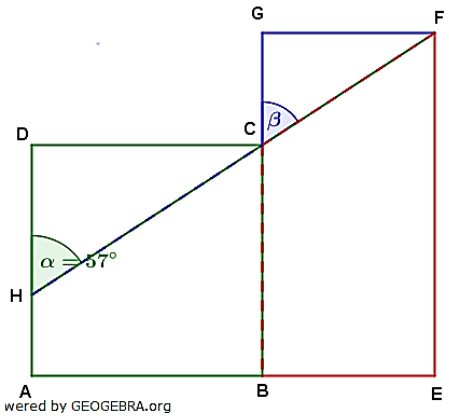
Der Körper hat ein Volumen von $209\ cm^3$.

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers beträgt $311\ cm^2$.

Lösung P2/2010

Lösungslogik

Berechnung von β als Stufenwinkel.
Berechnung von $\overline{HC}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{CF}$ aus der Differenz von $\overline{HF}$ und $\overline{HC}$.
Berechnung von $\overline{GF}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{GC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EF}$ aus der Summe von $\overline{BC} = \overline{CD}$ und $\overline{GC}$.
Berechnung von u_{BEFC}.



Klausuraufschrieb

$u_{BEFC} = \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF} + \overline{BE}$

β: $\beta = \alpha = 57°$

$\overline{HC}$: $sin\alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{HC}}$ | $\cdot \overline{HC}; : sin\alpha$

$\overline{HC} = \frac{\overline{CD}}{sin\alpha} = \frac{4{,}8}{sin57°} = 5{,}72$

$\overline{CF}$: $\overline{CF} = \overline{HF} - \overline{HC} = 10{,}0 - 5{,}72 = 4{,}28$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$\overline{GF}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{GF}}{\overline{CF}} \quad | \quad \cdot \overline{CF}$

$\overline{GF} = \overline{CF} \cdot sin\beta = 4{,}28 \cdot sin57° = 3{,}59$

$\overline{GC}$: $\quad \overline{GC}^2 = \overline{CF}^2 - \overline{GF}^2 = 4{,}28^2 - 3{,}59^2 = 5{,}4304 \quad | \quad \sqrt{}$

$\overline{GC} = 2{,}33$

$\overline{EF}$: $\quad \overline{EF} = \overline{CD} + \overline{GC} = 4{,}8 + 2{,}33 = 7{,}13$

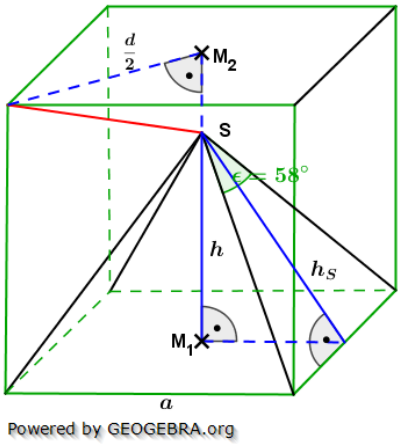
u_{BEFC}: $\quad u_{BEFC} = \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF} + \overline{BE} = 4{,}8 + 4{,}28 + 7{,}13 + 3{,}59 = 19{,}8$

Der Umfang des Vierecks $BEFC$ beträgt $19{,}8\ cm$.

Lösung P3/2010

Lösungslogik

Berechnung von h_s über den $tan\frac{\epsilon}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide.
Berechnung von $\overline{SM_2}$ aus der Differenz von a und h.
Berechnung der Diagonalen d des Würfelquadrats und daraus $\frac{d}{2}$.
Berechnung von $\overline{ES}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

h_s: $\quad tan\frac{\epsilon}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_S} \quad | \quad \cdot h_S;\ : tan\frac{\epsilon}{2}$

$h_s = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\epsilon}{2}} = \frac{4}{tan29°} = 7{,}22$

h: $\quad h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}22^2 - 4^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{36{,}1284} = 6{,}0$

V_{Pyr}: $\quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 6 = 128$

Das Volumen der Pyramide beträgt $128\ cm^3$.

$\overline{SM_2}$: $\quad \overline{SM_2} = a - h = 8 - 6 = 2$

d: $\quad d = a \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2} = 11{,}31 \implies \frac{d}{2} = 5{,}66$

$\overline{ES}$: $\quad \overline{ES} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \overline{SM_2}^2} = \sqrt{5{,}66^2 + 2^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{ES} = \sqrt{36{,}0356} = 6{,}0$

Die Strecke $\overline{ES}$ ist $6{,}0\ cm$ lang.

Lösung P4/2010

(1) $\quad \frac{x-3}{2} = y + 1 \quad | \quad \cdot 2$

(2) $\quad \frac{2x-5}{3} - 10(y-1) = 16 \quad | \quad \cdot 3$

(1) $\quad x - 3 = 2y + 2 \quad | \quad -2$

(2) $\quad 2x - 5 - 30(y-1) = 48 \quad |$ ausmultiplizieren

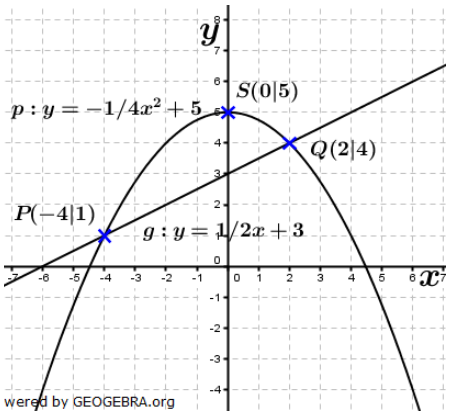
(1)	$2y = x - 5$	|	$\cdot 2$
(2)	$2x - 5 - 30y + 30 = 48$	|	$-2x;\ -25$
(1)	$4y = 2x - 10$		
(2)	$-30y = -2x + 23$		
(1)+(2)	$-26y = 0 - 10 + 23$	|	$:(-26)$
	$y = -0{,}5 \longrightarrow$ (1)		
(1)	$2 \cdot (-0{,}5) = x - 5$	|	$+5$
	$x = 4$		
	$\mathbb{L} = \{(4; -0{,}5)\}$		

Lösung P5/2010

Lösungslogik

Erstellung der Graphik. Die Parabel ist nach unten geöffnet, breiter und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt somit bei $S(0|5)$.
Aufstellung der Geradengleichung.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.

Klausuraufschrieb



p: $\quad y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$

Geradengleichung g durch $P(0|3)$ mit $m = \frac{1}{2}$:

g: $\quad y = mx + b \quad | \quad m = \frac{1}{2}$ (gegeben)

$y = \frac{1}{2}x + 3 \quad |$ wegen $P(0|3)$ ist $b = 3$

Schnittpunkte von p mit g:

$p \cap g \quad |$ Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$\frac{1}{4}x^2 + 5 = \frac{1}{2}x + 3 \quad | \quad -3;\ -\frac{1}{2}x$

$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2 = 0 \quad | \quad \cdot(-4)$

$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad | \quad p/q$-Formel

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1+8} = -1 \pm 3$

$x_1 = 2;\quad x_2 = -4$

$y_1 = \frac{1}{2}x_1 + 3 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 3 = 4$

$y_2 = \frac{1}{2}x_2 + 3 = \frac{1}{2} \cdot (-4) + 3 = 1$

Schnittpunkte sind $P(-4|1)$ und $Q(2|4)$.

Lösung P6/2010

Lösungslogik

Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenfarbigen Kugeln für das erste Ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln getrennt nach mit Zurücklegen und ohne Zurücklegen.
Vergleich der beiden sich ergebenden Wahrscheinlichkeiten.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

$P(blau) = \frac{3}{6}$ $\qquad$ $P(rot) = \frac{3}{6}$

Mit Zurücklegen:

$$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P\{(b;r),(r;b)\}$$
$$P(b;r) = \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{9}{36}\quad P(r;b) = \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{6} = \frac{9}{36}$$
$$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P(b;r) + P(r;b) = \frac{9}{36} + \frac{9}{36} = \frac{18}{36} = 50\ \%$$

Ohne Zurücklegen:

$$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P\{(b;r),(r;b)\}$$
$$P(b;r) = \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{30}\quad P(r;b) = \frac{3}{6}\cdot\frac{3}{5} = \frac{9}{30}$$
$$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P(b;r) + P(r;b) = \frac{9}{30} + \frac{9}{30} = \frac{18}{30} = 60\ \%$$

Violas Vermutung ist falsch.

Lösung Aufgabe P7/2010

Lösungslogik

Erstellung einer Rangliste getrennt nach Klasse Jungen und Mädchen
Berechnung der prozentualen Differenz des arithmetischen Mittels der versandten SMS der Mädchen und Jungen.
Berechnung des Zentralwertes der beiden Datenreihen.
Einfluss der Nachmeldung von Florian, Eva und Laura auf die ermittelten Zentralwerte.

Klausuraufschrieb

Rangliste Jungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl SMS	0	5	14	21	24	25	35	39	46	66	77	128

Rangliste Mädchen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl SMS	0	10	28	29	34	36	37	47	51	56	67	80	116	132	177

Arithmetische Mittel:

$\overline{x}_{Jungen}$: $\quad \overline{x}_{Jungen} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{12}}{12} = \frac{0+5+14\ldots+128}{13} = \frac{480}{12} = 40\ SMS$

$\overline{x}_{Mädchen}$: $\quad \overline{x}_{Mädchen} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{15}}{15} = \frac{0+10+28\ldots+177}{15} = \frac{900}{15} = 60\ SMS$

$p\%$: $\quad p\% = \frac{\overline{x}_{Mädchen}}{\overline{x}_{Jungen}}\cdot 100 = \frac{60}{40}\cdot 100 = 150\ \%$

$\overline{x}_{Mädchen}$ ist erhöhter Grundwert von $\overline{x}_{Jungen}$.

$p\%_{Diff}$: $\quad p\%_{Diff} = p\% - 100\% = 50\ \%$

Das arithmetische Mittel der versandten SMS der Mädchen liegt $50\ \%$ *höher als der Jungen.*

Zentralwerte:

z_{Jungen}: $\quad r_z = n\cdot 12 = 12\cdot 0{,}5 = 6$

$\quad z_{Jungen} = \frac{x_6+x_7}{2} = \frac{25+35}{2} = 30\ SMS$

$z_{Mädchen}$: $r_z = n\cdot 15 = 15\cdot 0{,}5 = 7{,}5$

$\quad z_{Mädchen} = x_8 = 47\ SMS$

Einfluss der Nachmeldung auf die Zentralwerte:

Rangliste Jungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl SMS	0	5	14	21	24	25	35	39	46	66	77	128

↑ neu: $\boxed{20}$

Rangliste Mädchen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl SMS	0	10	28	29	34	36	37	47	51	56	67	80	116	132	177

↑ neu: $\boxed{15}$ ↑ neu: $\boxed{170}$

z_{Jungen}: $r_z = n \cdot 13 = 13 \cdot 0{,}5 = 6{,}5$

$z_{Jungen} = x_7 = 25\,SMS$

$z_{Mädchen}$: $r_z = n \cdot 17 = 17 \cdot 0{,}5 = 8{,}5$

$z_{Mädchen} = x_9 = 47\,SMS$

Der Zentralwert der Jungen sinkt auf $25\,SMS$ *während der der Mädchen gleichbleibt.*

Lösung P8/2010

Größte Steigerung der Zuschauerzahlen und Prozentsatz hierzu:

Die größte Steigerung fand von der Spielzeit 05/06 zur Spielzeit 06/07 statt. Aus der Grafik liest du ab:

Zuschauerzahlen 05/06 etwa 428000 Zuschauerzahlen 06/07 etwa 465000. Gesucht ist der Prozentsatz der Steigerung. Der Grundwert ist 428000, der Prozentwert als erhöhter Grundwert ist 465000.

$p = \frac{P}{G} = \frac{465000}{428000} = 1{,}086 = 108{,}6\,\%$

Wegen des „erhöhten Grundwertes" musst du rechnen:

$p_{erhöht} = p - 100\% = 108{,}6 - 100 = 8{,}6\,\%$

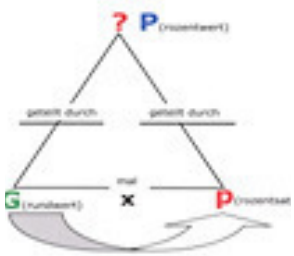
Die größte Steigerung der Zuschauerzahlen von 05/06 nach 06/07 liegt bei etwa $8{,}6\,\%$.

Prognose für die Spielzeit 09/10:

Wir berechnen zunächst die prozentuale Veränderung von 07/08 auf 08/09. Grundwert 07/08 aus Grafik etwa 463000. Prozentwert 08/09 aus Grafik etwa 456000.

$p = \frac{P}{G} = \frac{456000}{463000} = 0{,}985 = 98{,}5\,\%$

Die Zuschauerzahlen sind also rückläufig. Dieser Prozentsatz wird nach Aufgabenstellung für die Zuschauerzahl 09/10 angenommen, jetzt ist 456000 der Grundwert mit $p = 98{,}5\,\%$. Gesucht ist der Prozentwert.



$P = G \cdot p = 456000 \cdot 0{,}985 = 449160$

Der Verein kann mit etwa 449000 *Zuschauern für die Spielzeit 09/10 planen.*

Aufgabe P1/2011

Im rechtwinkligen Dreieck ABC sind gegeben:

$\overline{AB} = 10{,}3\ cm$

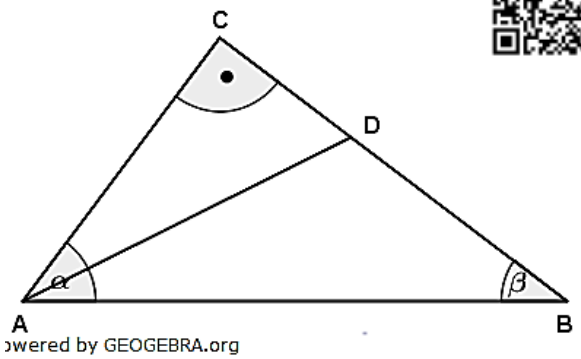
$\beta = 37{,}0\,°$

$\overline{AD}$ halbiert den Winkel α.

Berechnen Sie die Länge $\overline{AC}$ und den Abstand des Punktes D von $\overline{AB}$.

Lösung: $\overline{AC} = 6{,}2\ cm$.

Abstand D von $\overline{AB}$: $3{,}1\ cm$.



Aufgabe P2/2011

Für das Rechteck $ABCD$ gilt:

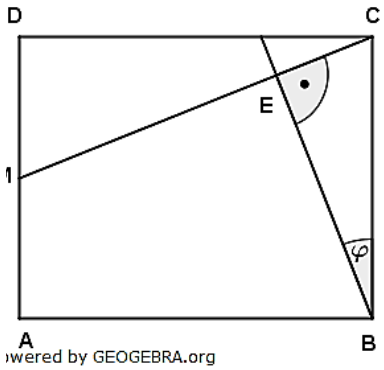
$\overline{BE} = 4{,}2\ cm$

$\varphi = 21{,}7°$

M ist der Mittelpunkt der Seite $\overline{AD}$.

Berechnen Sie die Länge $\overline{ME}$.

Lösung: $\overline{ME} = 4{,}4\ cm$.



Aufgabe P3/2011

Tina vergleicht einen Kegel mit einer quadratischen Pyramide.

Der Durchmesser d der Kegelgrundfläche und die Grundkante a der quadratischen Pyramide sind gleich lang.

Es gilt:

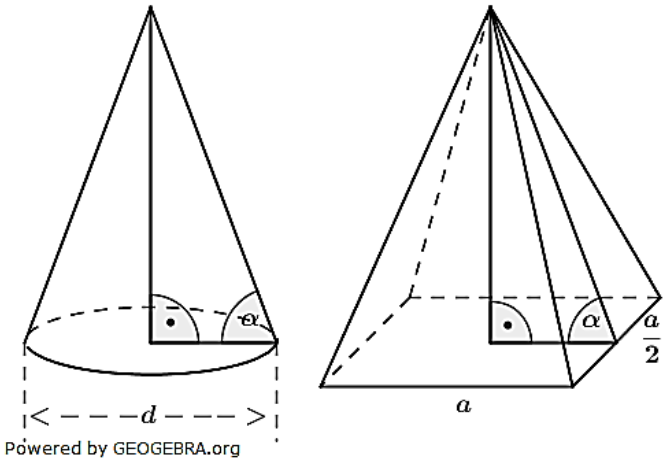
$G_K = 78{,}5\ cm^2$

(Grundfläche des Kegels)

$\alpha = 70\,°$

Tina meint: „Die Oberflächen beider Körper sind gleich groß."

Überprüfen Sie diese Aussage.



Lösung: $O_{Pyramide} = 392{,}4\ cm^2$

$O_{Kegel} = 308{,}2\ cm^2$

Die beiden Oberflächen sind nicht gleich.

Aufgabe P4/2011

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{x+3}{2x+2} - \frac{1}{2} = \frac{x^2}{x+1}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1\}; \quad \mathbb{L} = \{1\}$

Aufgabe P5/2011

Drei Gleichungen - vier Graphen.

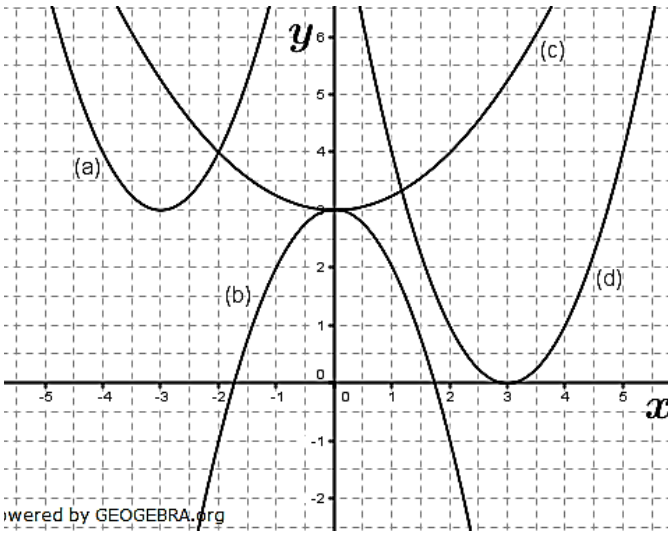
(I) $y = \frac{1}{4}x^2 + 3$

(II) $y = (x-3)^2$

(III) $y = x^2 + 6x + 12$

Welche Funktionsgleichung gehört zu welchem Graphen? Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

Wie heißt die Funktionsgleichung des vierten Graphen?



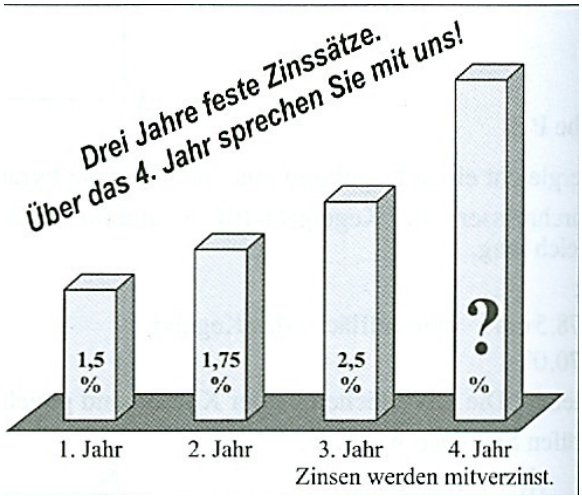
Aufgabe P6/2011

Eine Bank wirbt mit nebenstehender Grafik. Herr Lenz möchte einen Betrag von 5.000,00 € anlegen. Nach Ablauf von vier Jahren soll sich der Betrag auf 5.500,00 € erhöhen.

Welchen Zinssatz müsste die Bank für das vierte Jahr anbieten?

Bei welchem jährlich gleichbleibenden Zinssatz würde er nach vier Jahren das gleiche Endkapital erzielen?

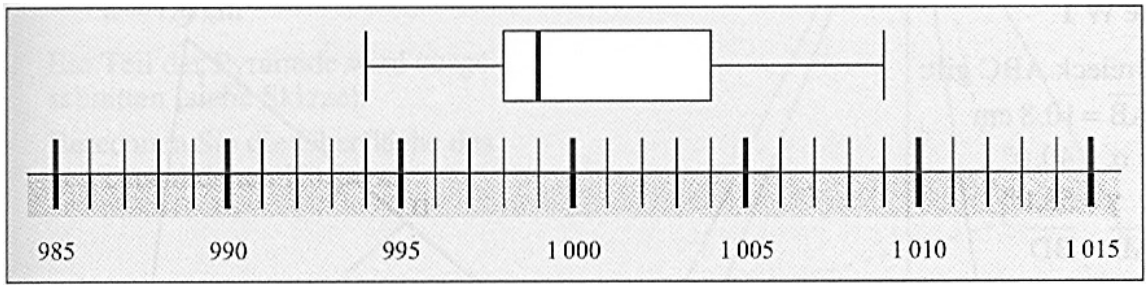
Lösung: Zinssatz 4. Jahr 3,91 %, gleichbleibender Zinssatz 2,4 %



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P7/2011

Eine Maschine füllt 1–kg-Mehltüten ab. Bei einer Qualitätskontrolle werden die tatsächlichen Gewichte ermittelt.
Der Boxplot zeigt das Ergebnis der erfassten Stichprobe auf Gramm (g) gerundet.



Geben Sie das untere und das obere Quartil sowie den Zentralwert an.
Nehmen Sie zu folgender Aussage Stellung:
„Das arithmetische Mittel der Stichprobe beträgt 999 g."

Aufgabe P8/2011

Für eine Geburtstagsparty werden 20 Glückskekse gebacken, unterschiedlich gefüllt und in einen Korb gelegt:
12 Kekse enthalten jeweils ein Sprichwort.
6 Kekse enthalten jeweils einen Witz, die restlichen werden mit jeweils einem Kinogutschein gefüllt.
Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis "mit einem Zug ein Sprichwort ziehen"?

Lösung: $p = \frac{3}{5} = 60\,\%$

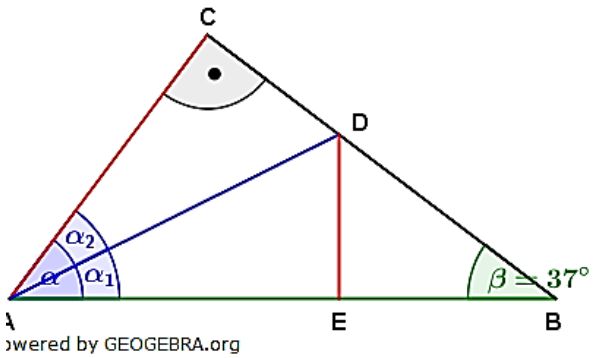
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis "beim gleichzeitigen Ziehen von zwei Glückskeksen unterschiedliche Füllungen erhalten"?

Lösung: $p = \frac{54}{95} \approx 56{,}8\,\%$

Lösung P1/2011

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AC}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von α als Ergänzungswinkel.
Berechnung von α_1 bzw. α_2.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den $cos\alpha_2$.
Berechnung von $\overline{DE}$ über den $sin\alpha_1$.



Klausuraufschrieb

$\overline{AC}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$

$\overline{AC} = \overline{AB} \cdot sin\beta = 10{,}3 \cdot sin37° = 6{,}2$

α: $\quad \alpha = 90° - \beta = 90° - 37° = 53°$

α_1/α_2: $\quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5° = \alpha_2$

$\overline{AD}$: $\quad cos\alpha_2 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \quad | \quad \cdot \overline{AD}; : cos\alpha_2$

$\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{cos\alpha_2} = \frac{6{,}2}{cos26{,}5°} = 6{,}93$

$\overline{DE}$: $\quad sin\alpha_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \quad | \quad \cdot \overline{AD}$

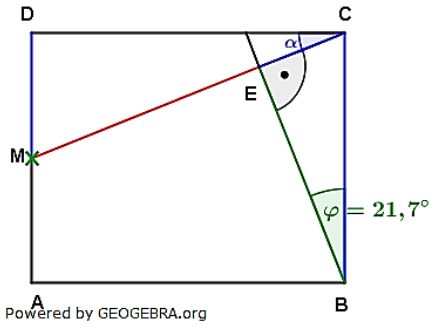
$\overline{DE} = \overline{AD} \cdot sin\alpha_1 = 6{,}93 \cdot sin26{,}5° = 3{,}09$

Die Strecke $\overline{AC}$ ist $6{,}2\ cm$ lang. Der Abstand des Punktes D von $\overline{AB}$ beträgt $3{,}1\ cm$.

Lösung P2/2011

Lösungslogik

Bestimmung von α.
Berechnung von $\overline{EC}$ über den $tan\varphi$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den Satz des Pythagoras.
Bestimmung von $\overline{MD}$.
Berechnung von $\overline{MC}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{ME}$ aus der Differenz von $\overline{MC}$ und $\overline{EC}$.



Klausuraufschrieb

$\overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC}$

α: $\quad \alpha = \varphi = 21{,}7°$

$\overline{EC}$: $\quad tan\varphi = \frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} \quad | \quad \cdot \overline{BE}$

$\overline{EC} = \overline{BE} \cdot tan\varphi = 4{,}2 \cdot tan21{,}7° = 1{,}67$

$\overline{BC}$: $\quad \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EC}^2 = 4{,}2^2 + 1{,}67^2 = 20{,}42890211 \quad | \quad \sqrt{\ }$

$\overline{BC} = 4{,}52$

$\overline{MD}$: $\quad \overline{MD} = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{4{,}52}{2} = 2{,}26$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$\overline{MC}$: $\quad sin\alpha = \frac{\overline{MD}}{\overline{MC}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{MC};\ : sin\alpha$

$\overline{MC} = \frac{\overline{MD}}{sin\alpha} = \frac{2{,}26}{sin21{,}7°} = 6{,}11$

$\overline{ME}$: $\quad \overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC} = 6{,}11 - 1{,}67 = 4{,}44$

Die Strecke $\overline{ME}$ ist $4{,}4\ cm$ lang.

Lösung P3/2011

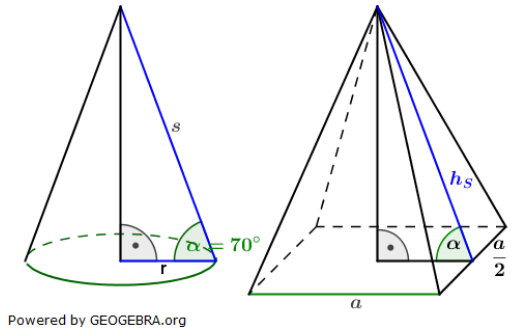
Lösungslogik

Pyramide:

Berechnung von $d = 2r$ über die Kreisfläche des Kegels.
Berechnung von h_s über $cos\alpha$.
Berechnung von $O_{Pyramide}$ über die Oberflächenformel.

Kegel:

Berechnung von s über $cos\alpha$.
Berechnung von O_{Kegel} über die Oberflächenformel.



Klausuraufschrieb

$O_{Pyramide} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

d: $\quad G_K = \pi \cdot r^2$ $\quad | \quad : \pi;\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{G_K}{\pi}} = \sqrt{\frac{78{,}5}{\pi}} = 5{,}0$

$d = 2 \cdot r = 10{,}0 = a$

h_S: $\quad cos\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{h_S}$ $\quad | \quad \cdot h_S;\ : cos\alpha$

$h_S = \frac{\frac{a}{2}}{cos\alpha} = \frac{5}{cos70°} = 14{,}62$

O_{Pyr}: $\quad O_{Pyr} = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 14{,}62 = 392{,}4$

$O_{Kegel} = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

s: $\quad s = h_S = 14{,}62$

O_{Keg}: $\quad O_{Keg} = \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5 \cdot 14{,}62 = 308{,}2$

Die beiden Oberflächen von Kegel und Pyramide sind nicht gleich groß.

Lösung P4/2011

$$\frac{x+3}{2x+2} - \frac{1}{2} = \frac{x^2}{x+1}$$

Nenner 1:	$2x+2$	$2(x+1)$
Nenner 2:		2
Nenner 3:		$x+1$
Hauptnenner:		$2(x+1)$

$2(x+1) = 0$ für $x_1 = -1$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$

$\frac{(x+3)\cdot\cancel{2(x+1)}}{\cancel{2(x+1)}} - \frac{\cancel{1\cdot 2}(x+1)}{\cancel{2}} = \frac{x^2\cdot\cancel{2(x+1)}}{\cancel{x+1}}$

$x + 3 - x - 1 = 2x^2$

$2x^2 = 2$

$x_1 = 1; \quad x_2 = -1$

Wegen $x_2 = -1 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{1\}$ die einzigste Lösung.

Aufgabe P5/2011

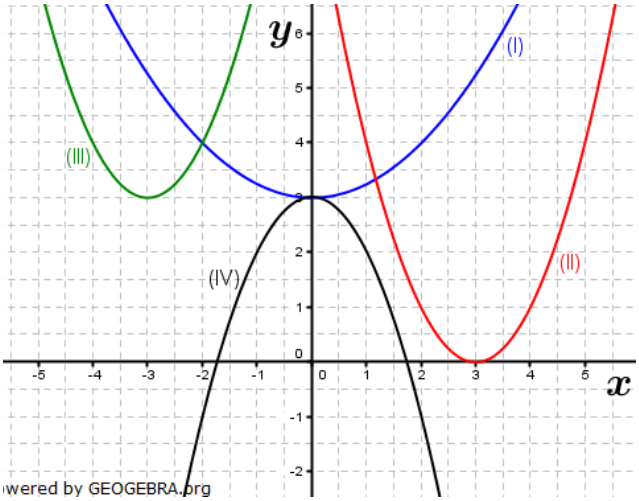
Klausuraufschrieb

(a) gehört zur Gleichung (III)
Nach oben geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt $S(-3|3)$

(c) gehört zur Gleichung (I)
Nach oben geöffnete, gestauchte Parabel ohne Verschiebung in x–Richtung mit Scheitelpunkt $S(0|3)$.

(d) gehört zur Gleichung (II)
Nach oben geöffnete Normalparabel mit Verschiebung nach links und nach oben.

Funktionsgleichung von (b):
$y = -x^2 + 3$



Lösung P6/2011

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über vier Jahre mit festem/variablem Zinssatz.

Zinssatz für das vierte Jahr:

$K_0 = 5000;\ \ K_4 = 5500$

$K_4 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$

$5500 = 5000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0175 \cdot 1{,}025 \cdot q_4$

$5500 = 5292{,}91 \cdot q_4 \qquad | \quad :5292{,}91$

$q_4 = \frac{5500}{5292{,}91} = 1{,}0391$

$q_4 = 1 + \frac{p_4\%}{100} \Longrightarrow\ \ p_4\% = 3{,}91\ \%$

Die Bank müsste für das vierte Jahr einen Zinssatz von $3{,}91\ \%$ *anbieten.*

Jährlich gleichbleibender Zinssatz:

$K_4 = K_0 \cdot q^4$

$5500 = 5000 \cdot q^4 \qquad | \quad :5000$

$1{,}1 = q^4 \qquad | \quad \sqrt[4]{\ }$

$q = 1{,}024$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow\ \ p\% = 2{,}4\ \%$

Bei einem jährlich gleichbleibenden Zinssatz von $2{,}4\ \%$ *wäre dasselbe Ergebnis erzielt worden.*

Lösung P7/2011

Lösungslogik

Ablesen der Werte über das gegebene Boxplot.

Klausuraufschrieb

q_u: $\quad q_u = 998$

q_o: $\quad q_o = 1004$

z: $\quad z = 999$

Stellungnahme:

Das arithmetische Mittel lässt sich nicht aus einem Boxplot ablesen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P8/2011

Lösungslogik

Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenen Keksfüllungen für den ersten Zug.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „mit einem Zug ein Sprichwort" ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „unterschiedliche Füllung beim gleichzeitigen Ziehen von zwei Keksen".

Hinweis: Gleichzeitiges Ziehen von zwei Keksen muss als Ziehen hintereinander ohne Zurücklegen betrachtet werden.

Klausuraufschrieb

$P(Witz) = \frac{6}{20}$ $\quad P(Sprichwort) = \frac{12}{20}$ $\quad P(Gutschein) = \frac{2}{20}$

A: *„Mit einem Zug ein Sprichwort"*

$P(A) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 60\ \%$

B: *„Unterschiedliche Füllungen beim gleichzeitigen Ziehen zweier Kekse"*

$P(B) = \{(W;S),(S;W),(W;G),(G;W),(S;G),(G;S)\}$

$P(W;S) = \frac{6}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{72}{380}$ $\quad P(S;W) = \frac{12}{20} \cdot \frac{6}{19} = \frac{72}{380}$

$P(W;G) = \frac{6}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{12}{380}$ $\quad P(G;W) = \frac{2}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{72}{380}$

$P(S;G) = \frac{12}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{24}{380}$ $\quad P(G;S) = \frac{2}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{24}{380}$

$P(B) = 2 \cdot \left(\frac{72+12+24}{380}\right) = \frac{108}{190} = \frac{54}{95} \approx 56{,}8\ \%$

Aufgabe P1/2012

Die Rechtecke $ABCD$ und $BEFG$ sind kongruent. Sie haben die Punkte B und C gemeinsam, wobei C auf der Strecke $\overline{AH}$ liegt.

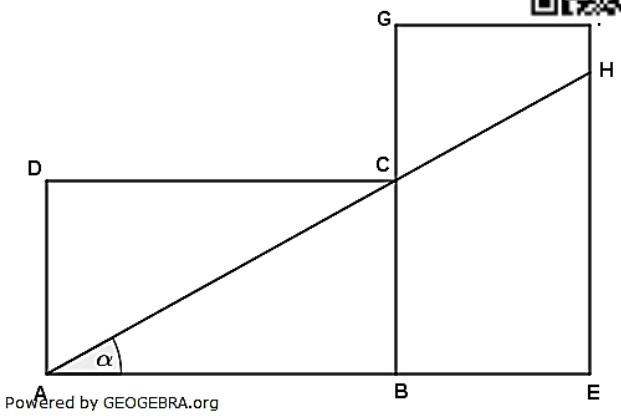
Es gilt:

$\overline{AD} = 4{,}5\ cm$

$\alpha = 29°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $CHFG$.

Lösung: $A_{CHFG} = 10{,}7\ cm^2$



Aufgabe P2/2012

Eine massive quadratische Pyramide wird durch einen Diagonalschnitt halbiert.

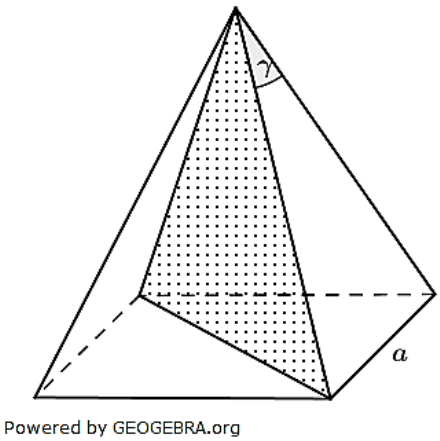
Es gilt:

$a = 8{,}6\ cm$

$\gamma = 40{,}8°$.

Berechnen Sie die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften.

Lösung: $O_{Halbpyramide} = 202\ cm^2$



Aufgabe P3/2012

Auf einem gleichschenkligen Dreiecksprisma liegt der Streckenzug $RSTU$ mit der Länge $23{,}4\ cm$.

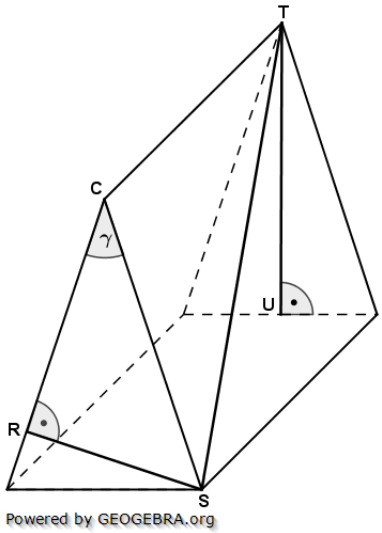
Es gilt:

$\overline{CS} = 6{,}0\ cm$

$\gamma = 38{,}2°$

Berechnen Sie das Volumen des Prismas.

Lösung: $V = 141\ cm^3$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2012

Seit dem Jahr 2007 können Städte und Kommunen Umweltzonen zur Reduzierung des Schadstoffausstoßes durch Fahrzeuge einrichten.
Zur Kennzeichnung werden grüne, gelbe und rote Plaketten verwendet.
In einem Parkhaus stehen 51 Autos mit einer grünen, 23 Autos mit einer gelben und 11 Autos mit einer roten Umweltplakette.
An der Ausfahrt fahren zwei Autos nacheinander aus.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben die beiden ausfahrenden Autos Plaketten mit gleicher Farbe? Lösung: $p = \frac{3166}{7140} \approx 44{,}3\ \%$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der beiden ausfahrenden Autos eine grüne Plakette hat? Lösung: $p = \frac{59}{70} \approx 84{,}3\ \%$

Aufgabe P5/2012

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $2(x-3y)-(x-y)=7$

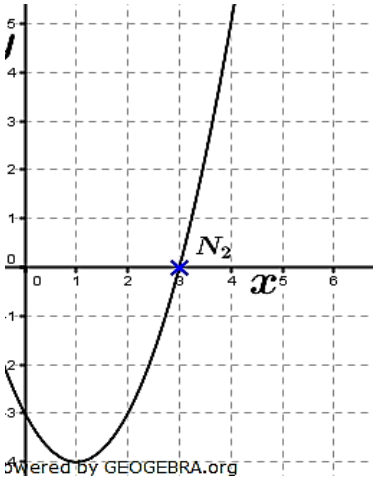
(2) $2(5y-x)+16=\frac{4x-2}{3}$

$\mathbb{L} = \{(2;-1)\}$

Aufgabe P6/2012

Das Schaubild zeigt einen Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p. Sie schneidet die x–Achse in N_1 und N_2
Bestimmen Sie die Koordinaten von N_2 rechnerisch oder über eine Argumentation.
Eine Gerade g verläuft durch die Punkte N_1 und $P(8|36)$. Berechnen Sie die Koordinaten des zweiten Schnittpunkts Q von p und g.

Lösung: $N_1(-1|0); Q(7|32)$



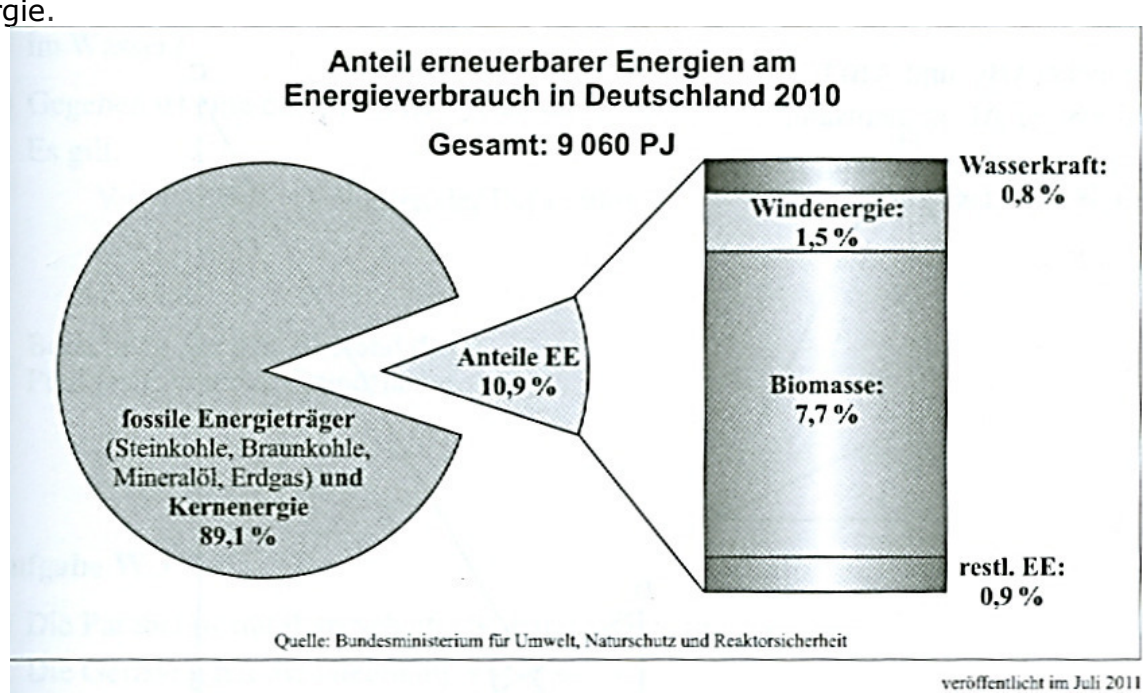
Aufgabe P7/2012

Bei einer Umfrage in der Klasse 9a der Pestalozzi-Realschule wurden 21 Schülerinnen und Schüler über die Höhe ihres monatlichen Taschengeldes befragt.
Stellen Sie die Verteilung der Daten in einem Boxplot dar.
Geben Sie die dafür notwendigen Kennwerte an.
Vier weitere Schülerinnen und Schüler der 9a wurden nachträglich befragt. Sie erhalten folgende Taschengeldbeträge: 10 €, 20 €, 30 € und 40 €.
Verändert sich dadurch der Boxplot?
Begründen Sie Ihre Aussage.

Euro	Anzahl
0	II
10	II
15	II
20	III
25	II
30	IIII
35	I
40	III
50	I
60	I

Aufgabe P8/2012

Das Diagramm zeigt den Energieverbrauch in Deutschland im Jahr 2010. Dabei unterscheidet man zwischen fossilen Energieträgern und erneuerbaren Energien. Der Anteil der erneuerbaren Energien (EE) ist zusätzlich in unterschiedliche Energiearten aufgeteilt. Petajoule (PJ) ist eine Maßeinheit für Energie.



Berechnen Sie die im Jahr 2010 durch Windenergie erzeugte Energiemenge in Petajoule.

Wie hoch ist der prozentuale Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien?

Pauline möchte die einzelnen Energiearten der erneuerbaren Energien (Wasserkraft, Windenergie, Biomasse und restliche EE) im obigen Kreisdiagramm darstellen. Wie groß müsste der Mittelpunktswinkel für Wasserkraft sein?

Lösung: Energiemenge Wind 2010: $135{,}9\ PJ$

Anteil Biomasse an erneuerbaren Energien: $71\,\%$

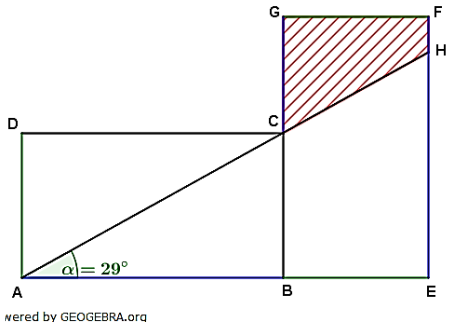
Mittelpunktswinkel für Wasserkraft ca. $2{,}9\,°$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2012

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{EH}$ über $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{FH}$ über Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{EH}$.
Berechnung von $\overline{GC}$ über Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$.
Berechnung von A_{CHFG} über die Flächenformel des Trapezes.



Klausuraufschrieb

$A_{CHFG} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{FH} + \overline{GC}\right) \cdot \overline{GF}$

$\overline{AB}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{CD};\ : tan\alpha$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AD}}{tan\alpha} = \frac{4{,}5}{tan29°} = 8{,}12$

$\overline{EH}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{EH}}{\overline{AB}+\overline{BE}} \quad | \quad \cdot \left(\overline{AB} + \overline{BE}\right)$

$\overline{EH} = \left(\overline{AB} + \overline{BE}\right) \cdot tan\alpha = (8{,}12 + 4{,}5) \cdot tan29° = 7$

$\overline{FH}$: $\quad \overline{FH} = \overline{AB} - \overline{EH} = 8{,}12 - 7 = 1{,}12$

$\overline{GC}$: $\quad \overline{AB} - \overline{AD} = 8{,}12 - 4{,}5 = 3{,}62$

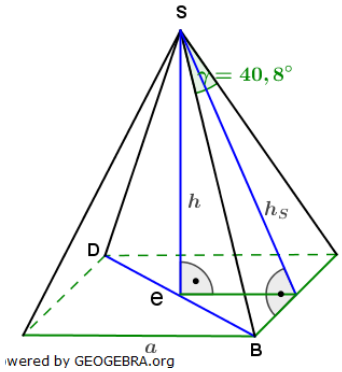
A_{CHFG}: $\quad A_{CHFG} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{FH} + \overline{GC}\right) \cdot \overline{GF} = \frac{1}{2} \cdot (1{,}12 + 3{,}62) \cdot 4{,}5 = 10{,}67$

Die Fläche des Trapezes $CHFG$ beträgt $10{,}7\ cm^2$.

Lösung P2/2012

Lösungslogik

Berechnung von h_S über den $tan\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Diagonalen e der Grundfläche.
Berechnung der Oberfläche der Pyramide über die Oberflächenformel.
Halbierung der Oberfläche.
Berechnung der Dreiecksfläche BSD.
Berechnung der Oberfläche der Pyramidenhälfte.



Klausuraufschrieb

$O_{Halb} = \frac{O_{Pyramide}}{2} + A_{BSD}$

$O_{Halb} = \frac{a^2+2\cdot a\cdot h_S}{2} + \frac{1}{2} \cdot e \cdot h$

h_S: $\quad tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_S} \quad | \quad \cdot h_S;\ : tan\frac{\gamma}{2}$

$h_S = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\gamma}{2}} = \frac{4{,}3}{tan20{,}4°} = 11{,}56$

h: $\quad h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{11{,}56^2 - 4{,}3^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{115{,}1436} = 10{,}73$

e: $e = a \cdot \sqrt{2} = 8{,}6 \cdot \sqrt{2} = 12{,}16$

O_{Halb}: $O_{Halb} = \frac{8{,}6^2 + 2 \cdot 8{,}6 \cdot 11{,}56}{2} + \frac{1}{2} \cdot 12{,}16 \cdot 10{,}73 = 136{,}396 + 65{,}2384$

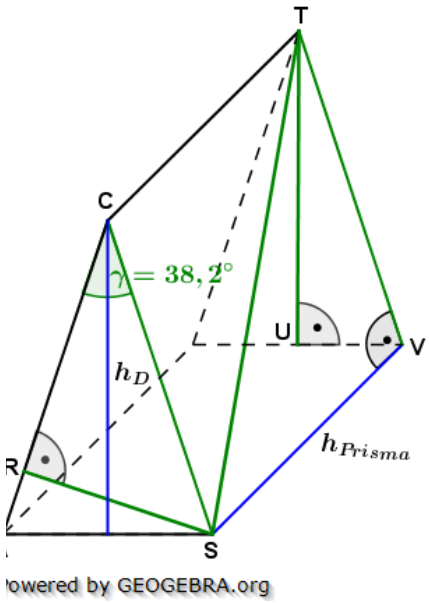
$O_{Halb} = 201{,}63$

Die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften beträgt etwa $202\ cm^2$.

Lösung Aufgabe P3/2012

Lösungslogik

Das Volumen des Prismas errechnet sich aus der Fläche des Dreiecks ASC multipliziert mit der Höhe des Prismas $h_{Prisma} = \overline{SV}$.
Die Strecke $h_{Prisma} = \overline{SV}$ berechnet sich über den Satz des Pythagoras und den Längen der Strecken $\overline{ST}$ und $\overline{TV} = \overline{CS}$.
$\overline{ST}$ errechnet sich aus der Differenz des Streckenzuges $RSTU$ und der Strecken $\overline{RS}$ und $\overline{TU} = h_D$.
$\overline{RS}$ errechnet sich über den $sin\gamma$.
h_D errechnet sich über den $cos\frac{\gamma}{2}$.
Die Fläche des Dreiecks ASC errechnet sich nun über die Flächenformel des Dreiecks.
Berechnung des Volumens des Prismas.



Klausuraufschrieb

$\overline{RS}$: $sin\gamma = \frac{\overline{RS}}{\overline{CS}}$ | $\cdot \overline{CS}$

$\overline{RS} = \overline{SC} \cdot sin\gamma = 6 \cdot sin38{,}2° = 3{,}71$

h_D: $cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h_D}{\overline{CS}}$ | $\cdot \overline{CS}$

$h_D = \overline{CS} \cdot cos\frac{\gamma}{2} = 6 \cdot cos19{,}1° = 5{,}67$

$\overline{ST}$: $\overline{ST} = \overline{RSTU} - \overline{RS} - h_D = 23{,}4 - 3{,}71 - 5{,}67 = 14{,}02$

$\overline{SV}$: $\overline{SV} = \sqrt{\overline{ST}^2 - \overline{CS}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{SV} = \sqrt{14{,}02^2 - 6^2} = 12{,}67$

A_{ASC}: $A_{ASC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CS} \cdot \overline{RS} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3{,}71 = 11{,}13$

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = A_{ASC} \cdot h_{Prisma} = A_{ASC} \cdot \overline{SV} = 11{,}13 \cdot 12{,}67 = 141{,}02$

Das Volumen des Prismas beträgt $141\ cm^3$.

Lösung P4/2012

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die erste Ausfahrt eines Autos pro Plakette.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „beide Autos haben Plaketten mit gleicher Farbe".
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „mindestens eines der beiden Autos hat eine grüne Plakette". Hierzu erklären wir die gelben und roten Plaketten zu „nicht grün" und berechnen die Wahrscheinlichkeit über das Gegenereignis.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

$P(grün) = \frac{51}{85}$ $\quad P(gelb) = \frac{23}{85}$ $\quad P(rot) = \frac{11}{85}$

A: *„beide ausfahrenden Autos haben gleichfarbige Plaketten"*

$P(A) = P\{(gr;gr);(ge;ge);(ro;ro)\}$

$P(gr;gr) = \frac{51}{85} \cdot \frac{50}{84} = \frac{2550}{7140}$ $\quad P(ge;ge) = \frac{23}{85} \cdot \frac{22}{84} = \frac{506}{7140}$ $\quad P(ro;ro) = \frac{11}{85} \cdot \frac{10}{84} = \frac{110}{7140}$

$P(A) = \frac{2550+506+110}{7140} = \frac{3166}{7140} \approx 44{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Autos gleichfarbige Plaketten haben, beträgt $44{,}3\ \%$.

B: „mindestens eines der ausfahrenden Autos hat eine grüne Plakette"

$P(B) = 1 - P(\overline{gr};\overline{gr})$

$P(\overline{gr};\overline{gr}) = \frac{34}{85} \cdot \frac{33}{84} = \frac{1122}{7140}$

$P(B) = 1 - \frac{1122}{7140} = \frac{6018}{7140} = \frac{59}{70} \approx 84{,}3\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eines der Autos eine grüne Plakette hat, beträgt $84{,}3\ \%$.

Lösung P5/2012

(1)	$2(x-3y)-(x-y)=7$	|	ausmultiplizieren
(2)	$2(5y-x)+16=\frac{4x-2}{3}$	|	$\cdot 3$
(1)	$2x-6y-x+y=7$	|	$-x$
(2)	$6(5y-x)+48=4x-2$	|	ausmultiplizieren
(1)	$-5y=-x+7$	|	$\cdot 6$
(2)	$30y-6x+48=4x-2$	|	$+6x;\ -48$
(1)	$-30y=-6x+42$		
(2)	$30y=10x-50$		
(1)+(2)	$0=4x-8$	|	$+8$
	$4x=8$	|	$:4$
	$x=2 \longrightarrow (1)$		
(1)	$-5y=-2+7$	|	$:(-5)$
	$y=-1$		
	$\mathbb{L}=\{(2;-1)\}$		

Lösung P6/2012

Lösungslogik

Bestimmung des Scheitelpunktes S anhand der gegebenen Zeichnung. Dieser liegt bei $S(1|-4)$.

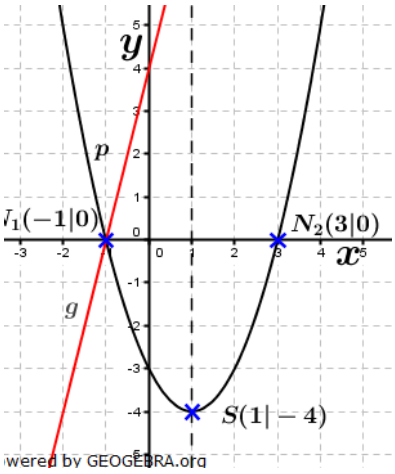
Prüfung, ob eine Normalparabel vorliegt. Vom Scheitelpunkt aus eine Stelle nach rechts und eine Stelle nach oben treffen wir wieder auf die Parabel. Vom Scheitel zwei Stellen nach rechts und vier Stellen nach oben treffen wir wieder auf die Parabel. Es ist also eine Normalparabel.

Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

Bestimmung der Nullstelle N_1 durch Argumentation:

Die Parallele zur y–Achse durch den Scheitel der Parabel ist Symmetrieachse. Die linke Nullstelle N_1 ist somit genausoweit von der Symmetrieachse nach links entfernt, wie die Nullstelle N_2 von der Symmetrieachse nach rechts entfernt liegt, hier also zwei Stellen. Zwei Stellen nach links von der Symmetrieachse liegt also der Punkt $N_1(-1|0)$.

Nullstellenbestimmung durch Rechnung:
Siehe Klausuraufschrieb
Aufstellung der Geradengleichung g.
Schnittpunktbestimmung von p mit g.



<u>Klausuraufschrieb</u>
Scheitelpunkt aus Zeichnung: $S(1|-4)$
Punktprobe $A(2|-3)$ liegt auf Parabel, Punktprobe $B(3|0)$ liegt auf Parabel, die Parabel ist eine Normalparabel.

p: $y = (x-1)^2 - 4$
$y = x^2 - 2x - 3$

Bestimmung der Nullstelle N_1 durch Argumentation:
N_1: Wegen der Symmetrieachse bei $x_0 = 1$ liegt N_1 genauso weit nach links von x_0 entfernt, wie N_2 nach rechts, also 2 Stellen. Die Koordinaten von N_1 sind somit $N_1(-1|0)$.

Nullstellenbestimmung durch Rechnung:
N_1: $y = 0 \Longrightarrow \; x^2 - 2x - 3 = 0$
$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+3} = 1 \pm 2$ | p/q-Formel
$x_1 = -1; \;\; x_2 = 3$
$N_1(-1|0)$

Geradengleichung von durch N_1 und P:
g: $y = mx + b$
m: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_P - y_{N_1}}{x_P - x_{N_1}} = \frac{36-0}{8-(-1)} = \frac{36}{9} = 4$
$y = 4x + b$ | Punktprobe mit $N_1(-1|0)$
$0 = 4 \cdot (-1) + b \;\Longrightarrow\; b = 4$
$y = 4x + 4$

Schnittpunkte von p mit g:
$p \cap g$: | Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$x^2 - 2x - 3 = 4x + 4$ | $-4x; -4$
$x^2 - 6x - 7 = 0$ | p/q-Formel
$x_{1,2} = +3 \pm \sqrt{9+7} = 3 \pm \sqrt{16} = 3 \pm 4$
$x_1 = 7; \quad x_2 = -1$
$x_1 \longrightarrow g$:
$y_1 = 4 \cdot x_1 + 4 = 4 \cdot 7 + 4 = 32$

Der Punkt Q hat die Koordinaten $Q(7|32)$.

Lösung P7/2012

<u>Lösungslogik</u>
Erstellung einer Rangliste
Berechnung des unteren und oberen Quartils, des Zentralwertes und der Spannweite.
Zeichnen des Boxplots
Beurteilung der Veränderung des Boxplots durch die Nachmeldungen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

<u>Klausuraufschrieb</u>

Rangliste:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Betrag (€)	0	0	10	10	15	15	20	20	20	25	25	30	30	30	30	35	40	40	40	50	60

q_u: $r_{q_u} = n \cdot 0{,}25 = 21 \cdot 0{,}25 = 5{,}25$

$q_u = x_6 = 15$ €

q_o: $r_{q_o} = n \cdot 0{,}75 = 21 \cdot 0{,}75 = 15{,}75$

$q_o = x_{16} = 35$ €

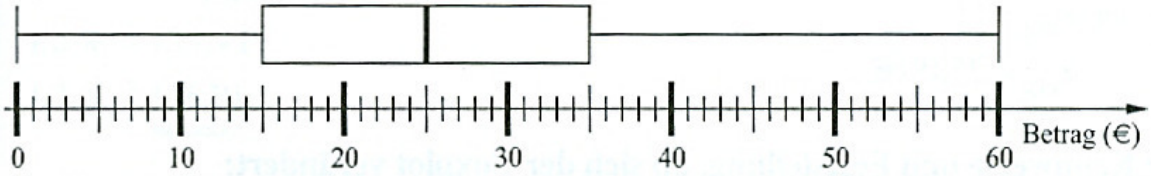
z: $r_z = n \cdot 0{,}5 = 21 \cdot 0{,}5 = 10{,}5$

$z = x_{11} = 25$ €

x_{Min}: $x_{Min} = 0{,}00$ €

x_{Max}: $x_{Max} = 60{,}00$ €

Boxplot:



Beurteilung der Nachmeldungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
Betrag (€)	0	0	10	10	10	15	15	20	20	20	20	25	25	
					↑ neu						↑ neu			

...	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	30	30	30	30	30	35	40	40	40	40	50	60
					↑ neu					↑ neu		

Da sich alle Nachmeldungen innerhalb der alten Reichweite befinden, haben diese keinen Einfluss auf die Reichweite.

Da sich zwei Nachmeldungen vor und zwei Nachmeldungen nach dem alten Zentralwert befinden, ändert sich der neue Zentralwert nicht.

Da sich eine Nachmeldung vor und eine Nachmeldung nach dem unteren Quartil befindet, ändert sich das untere Quartil nicht.

Da sich eine Nachmeldung vor und eine Nachmeldung nach dem oberen Quartil befindet, ändert sich das obere Quartil nicht.

Die Nachmeldungen haben somit keinen Einfluss auf die Form des Boxplots.

Lösung P8/2012

Energiemenge der Windenergie:

Aus der Grafik liest du ab, dass die Windenergie $1{,}5\ \%$ der Gesamtenergie ausmacht. Gesucht ist also der Prozentwert.

$P = G \cdot p = 9060 \cdot 0{,}015 = 135{,}9\ PJ$

Die im Jahre 2010 durch Windenergie erzeugte Energiemenge betrug etwa $136\ PJ$.

Prozentualer Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien:

Für die weiteren Fragen dieser Aufgabe musst du zunächst die Anteile der Wasserkraft, der Biomasse sowie der restlichen Energieerzeuger ermitteln sowie die Gesamtmenge der von den erneuerbaren Energien erzeugten Energie. Alles sind jeweils Prozentwerte.

$P_{EE_{Ges}} = G \cdot p_{EE_{Ges}} = 9060 \cdot 0{,}109 \approx 987{,}5\ PJ$

$P_{EE_{Wasser}} = G \cdot p_{EE_{Wasser}} = 9060 \cdot 0{,}008 \approx 72{,}5\ PJ$

$P_{EE_{Wind}} \approx 136\ PJ$

$P_{EE_{Bio}} = G \cdot p_{EE_{Bio}} = 9060 \cdot 0{,}077 \approx 698\ PJ$

$P_{EE_{Rest}} = 987{,}5 - 72{,}5 - 136 - 698 = 81\ PJ$

Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien.

Gegeben ist nun der Grundwert mit $G = P_{EE_{Ges}} = 987{,}5$ und der Prozentwert mit $P_{EE_{Bio}} = 698$. Gesucht ist der Prozentsatz p.

$p = \frac{P}{G} = \frac{698}{987{,}5} \approx 0{,}71 = 71\ \%$

Der Anteil der Biomasse an den erneuerbaren Energien beträgt etwa $71\ \%$.

Mittelpunktswinkel für die Wasserkraft:

Anteil der Wasserkraft am Energieverbrauch:

$\alpha = 360° \cdot 0{,}8\% \approx 2{,}9°$

Der Mittelpunktswinkel für die Wasserkraft beträgt ca. $2{,}9°$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2013

Im Trapez $ABCD$ gilt:

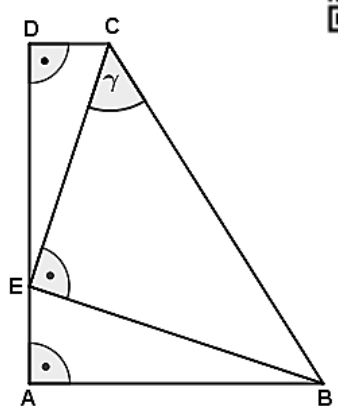
$\overline{AB} = 5{,}2\ cm$

$\overline{BC} = 7{,}1\ cm$

$\gamma = 50{,}5°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{AD}$.

Lösung: $\overline{AD} = 6{,}0\ cm$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P2/2013

Das rechtwinklige Dreieck AEF überdeckt das Quadrat $ABCD$ teilweise.

Es gilt:

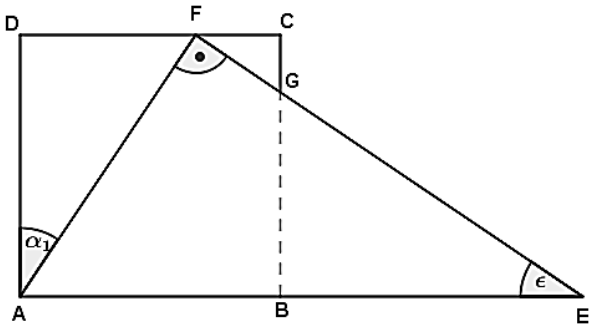
$\overline{AD} = 5{,}0\ cm$

$\alpha_1 = 34°$

Berechnen Sie den Winkel ϵ und die Länge von $\overline{EG}$.

Lösung: $\epsilon = 34°$

$\overline{EG} = 7\ cm$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P3/2013

Ein Zylinder und eine quadratische Pyramide haben gleich große Mantelflächen.

Die Umfänge der beiden Grundflächen sind ebenfalls gleich.

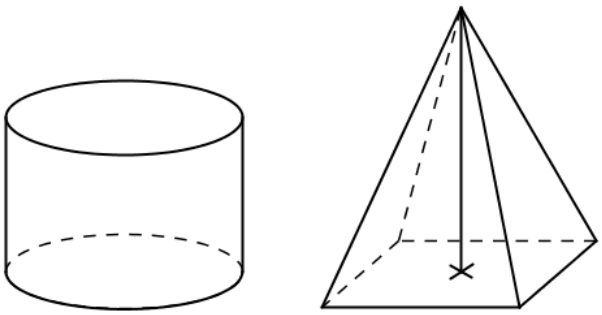
Für den Zylinder gilt:

$V_Z = 220\ cm^3$ (Volumen)

$r_Z = 3{,}8\ cm$ (Radius)

Berechnen Sie die Höhe der Pyramide.

Lösung: $h_{Pyr} = 9{,}2\ cm$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P4/2013

Lösen Sie die Gleichung:

$(3x+1)^2 + x(5-4x) = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)(6x+2) - 11$ $\qquad \mathbb{L} = \{-7; -1\}$

Aufgabe P5/2013

Eine Parabel p mit der Gleichung $y = x^2 + 4x + q$ geht durch den Punkt $A(-3|-4)$.
Der Punkt $B(1|y_B)$ liegt ebenfalls auf der Parabel p.
Berechnen Sie die y–Koordinate des Punktes B.
Die Gerade g geht durch den Scheitelpunkt S von p und durch den Punkt B.
Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g.

Lösung: $B(1|4)$; $g\colon y = 3x + 1$

Aufgabe P6/2013

Frau Wagner möchte einen Betrag von 5000,00 € für drei Jahre anlegen.
Das Bankhaus Adler wirbt mit folgendem Angebot:

Zinsen für das 1. Jahr	*1,50 %*
Zinsen für das 2. Jahr	*1,75 %*
Zinsen für das 3. Jahr	*2,25 %*
Zinsen werden mitverzinst	

Im Beratungsgespräch bietet das Bankhaus Adler an, dass Frau Wagner nach Ablauf der drei Jahre zuzüglich eine Bonusprämie von 100,00 € erhält.
Welchen Gesamtbetrag würde das Bankhaus Adler nach Ablauf der drei Jahre einschließlich Bonusprämie auszahlen?
Zusätzlich lässt sich Frau Wagner von der Opti-Bank beraten.
Ihr wird ein jährlich gleichbleibender Zinssatz angeboten. Zinsen werden mitverzinst. Eine Bonusprämie wird nicht vereinbart.
Wie hoch müsste der jährlich gleichbleibende Zinssatz für die drei Jahre bei der Opti-Bank mindestens sein, damit sich Frau Wagner für dieses Angebot entscheidet?

Lösung: $K_{3Bonus} = 5.380{,}00$ €
p_O % $= 2{,}48$ %

Aufgabe P7/2013

In einer Schale liegen gleich aussehende Schokowürfel.
Sechs Schokowürfel sind mit Marzipan, vier mit Nougat und zwei mit Karamell gefüllt. Anastasia zieht gleichzeitig zwei Schokowürfel mit unterschiedlichen Füllungen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht sie zwei Schokowürfel mit unterschiedlichen Füllungen?
In einer anderen Schale liegen von jeder Sorte halb so viele Schokowürfel (dreimal Marzipan, zweimal Nougat, einmal Karamell). Leon zieht ebenfalls zwei Schokowürfel mit einem Griff.
Er behauptet: „Die Wahrscheinlichkeit zwei Schokowürfel mit unterschiedlichen Füllungen zu ziehen bleibt gleich."
Hat Leon recht? Begründen Sie durch Rechnung.

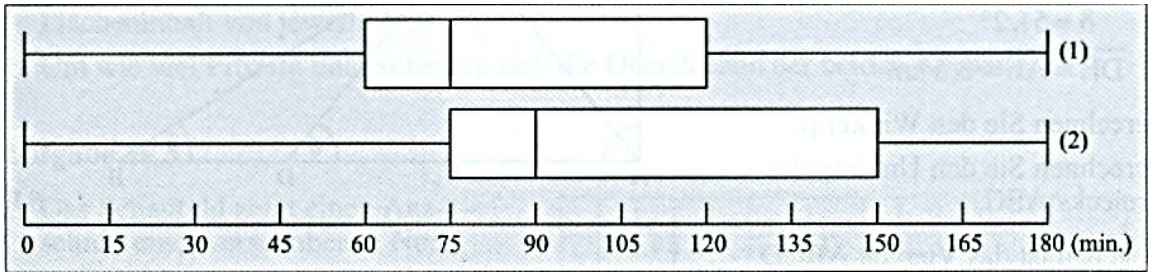
Lösung:
$P_1(unterschiedlich) = 66{,}7$ %
Leon hat nicht recht.
$P_2(unterschiedlich) = 73{,}3$ %

Aufgabe P8/2013

Drei Jugendgruppen wurden über den Zeitraum von einer Woche nach Ihren Onlinezeiten bei der Nutzung „Soziale Netzwerke" befragt. Dabei ergaben sich folgende Zeitangaben in Minuten:

Gruppe A	0	0	0	30	45	60	60	150	150	150	165	180	180				
Gruppe B	0	30	45	45	60	60	60	75	75	75	90	105	120	135	150	150	180
Gruppe C	0	30	45	75	90	90	90	90	120	150	150	180	180				

Zu welchen Gruppen gehören die beiden Boxplots?
Begründen Sie Ihre Antwort.

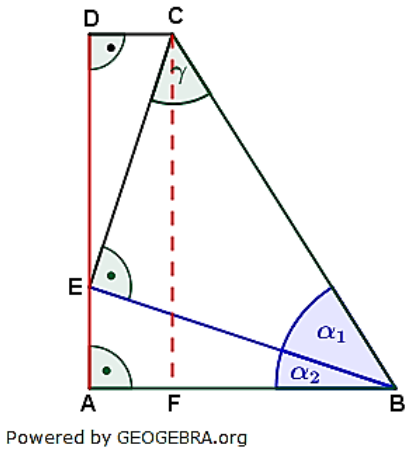


Erstellen Sie für die dritte Gruppe den fehlenden Boxplot.

Lösung P1/2013

Lösungslogik

Berechnung von α_1 über die Winkelsumme im Dreieck BCE.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den $sin\gamma$ im Dreieck BEC.
Berechnung von α_2 über den cos im Dreieck ABE.
Die Strecke $\overline{AD}$ entspricht der Strecke $\overline{FC}$.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{FC}$ über den $sin(\alpha_1 + \alpha_2)$ im Dreieck ABE.



Klausuraufschrieb

α_1: $\alpha_1 = 90° - \gamma = 90° - 50{,}5° = 39{,}5\,°$

$\overline{BE}$: $sin\gamma = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

$\overline{BE} = \overline{BC} \cdot sin\gamma = 7{,}1 \cdot sin50{,}5° = 5{,}48$

α_2: $cos\alpha_2 = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}}$

$cos\alpha_2 = \frac{5{,}2}{5{,}48} = 0{,}95$

$\alpha_2 = cos^{-1}(0{,}95) = 18{,}19°$

$\overline{AD}$: $\overline{AD} = \overline{FC}$

$sin(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{\overline{AD}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

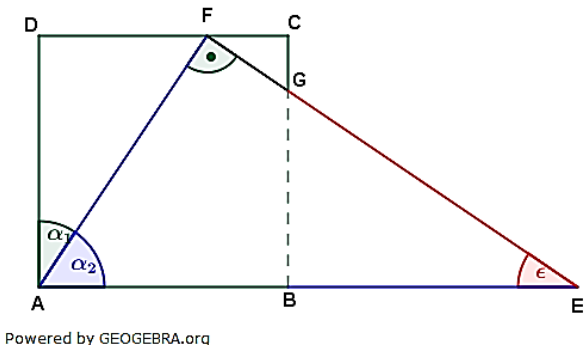
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdot sin(\alpha_1 + \alpha_2) = 7.1 \cdot sin(39{,}5° + 18{,}19°) = 7.1 \cdot sin57{,}69° = 6$

Die Strecke $\overline{AD}$ ist $6\,cm$ lang.

Lösung P2/2013

Lösungslogik

Berechnung von α_2 als Ergänzungswinkel von α_1 zu $90°$.
Berechnung von ϵ im rechtwinkligen Dreieck AEF.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $cos\alpha_1$ im Dreieck AFD.
Berechnung von $\overline{AE}$ über den $cos\alpha_2$ im Dreieck AEF.
Berechnung von $\overline{BE}$ als Differenz aus $\overline{AE}$ und $\overline{AB}$ ($\overline{AB} = \overline{AD}$).
Berechnung von $\overline{EG}$ über den $cos\epsilon$ im Dreieck AEG.



Klausuraufschrieb

α_2: $\alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 34° = 56°$

ϵ: $\epsilon = 90° - \alpha_2 = 901° - 56° = 34°$

$\overline{AF}$: $cos\alpha_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}}$ | $\cdot \overline{AF}$; $: cos\alpha_1$

$\overline{AF} = \frac{\overline{AD}}{cos\alpha_1} = \frac{5{,}0}{cos34°} = 6{,}03$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$\overline{AE}$: $\quad cos\alpha_2 = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE};\ : cos\alpha_2$

$\overline{AE} = \frac{\overline{AF}}{cos\alpha_2} = \frac{6{,}03}{cos56°} = 10{,}78$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 10{,}78 - 5 = 5{,}78$

$\overline{EG}$ $\quad cos\epsilon = \frac{\overline{BE}}{\overline{EG}} \quad | \quad \cdot \overline{EG};\ : cos\epsilon$

$\overline{EG} = \frac{\overline{BE}}{cos\epsilon} = \frac{5{,}78}{cos34°} = 6{,}97$

Der Winkel ϵ ist $34°$ groß, die Strecke $\overline{EG}$ ist $7\ cm$ lang.

Lösung P3/2013

Lösungslogik

Über das gegebene Volumen des Zylinders berechnen wir zunächst dessen Höhe über die Volumenformel $V_z = \pi r_z^2 \cdot h_z$.
Mit dem gefundenen h_z berechnen wir den Mantel des Zylinders über die Formel $M_Z = 2\pi r_Z \cdot h_z$.
Über den gegebenen Radius r_Z berechnen wir den Umfang des Grundkreises des Zylinders über die Formel $u_Z = 2\pi \cdot r_z$.
Der Umfang der Grundfläche der Pyramide ist (nach Aufgabenstellung) gleich groß wie der Umfang der Grundfläche des Zylinders. Somit muss gelten:
$u_Z = u_P = 4 \cdot a$.
Hieraus errechnen wir die Länge der Seitenkante der Pyramidengrundfläche.
Der Mantel der quadratischen Pyramide errechnet sich aus $M_P = 2 \cdot a \cdot h_s$ mit h_s als Höhe einer Seitenfläche. Nach dem Satz des Pythagoras gilt $h_s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$.
Daraus folgt $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$.
Mantelfläche des Zylinders soll gleich groß sein wie die Mantelfläche der Pyramide, also $M_Z = M_P = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$
Die so gefundene Formel lösen wir dann nach h auf.

Klausuraufschrieb

h_z: $\quad V_z = \pi r_z^2 \cdot h_z$

$220 = \pi \cdot 3{,}8^2 \cdot h_z \quad | \quad : \pi \cdot 3{,}8^2$

$h_z = \frac{220}{\pi \cdot 3{,}8^2} = 4{,}85$

M_z: $\quad M_Z = 2\pi r_Z \cdot h_z = 2\pi \cdot 3{,}8 \cdot 4{,}85 = 115{,}8$

u_z: $\quad u_Z = 2\pi \cdot r_z = 2\pi \cdot 3{,}8 = 23{,}88$

a_P: $\quad u_Z = u_P = 4 \cdot a_P$

$23{,}88 = 4 \cdot a_P \quad | \quad : 4$

$a_P = \frac{23{,}88}{4} = 5{,}97$

h_P: $\quad M_P = 2 \cdot a_p \cdot h_s$

$h_s^2 = \left(\frac{a_p}{2}\right)^2 + h_p^2 \Longrightarrow \ h_s = \sqrt{\frac{a_p^2}{4} + h_p^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$M_P = 2 \cdot a_p \cdot \sqrt{\frac{a_p^2}{4} + h_p^2}$

$M_Z = M_P = 115{,}8$

$115{,}8 = 2 \cdot 5{,}97 \cdot \sqrt{\frac{5{,}79^2}{4} + h_P^2} \quad | \quad : 2 \cdot 5{,}97$

$\frac{115{,}8}{2\cdot 5{,}97} = \sqrt{8{,}91 + h_P^2}$

$9{,}7 = \sqrt{8{,}91 + h_P^2}$ | ^{2}

$94{,}06 = 8{,}91 + h_P^2$ | $-8{,}91$

$h_P^2 = 85{,}15$ | $\sqrt{}$

$h_p = 9{,}23$

Die Höhe der Pyramide beträgt $9{,}2\ cm$.

Lösung P4/2013

$(3x+1)^2 + x(5-4x) = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)(6x+2) - 11$ | ausmultiplizieren

$9x^2 + 6x + 1 + 5x - 4x^2 = 3x^2 + x - 6x - 2 - 11$ | Zusammenfassen

$5x^2 + 11x + 1 = 3x^2 - 5x - 13$ | $-3x^2;\ +5x;\ +13$

$2x^2 + 16x + 14 = 0$ | $:2$

$x^2 + 8x + 7 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16-7} = -4 \pm \sqrt{9} = -4 \pm 3$

$x_1 = -7; \quad x_2 = -1$

$\mathbb{L} = \{-7; -1\}$

Lösung P5/2013

Lösungslogik

Über eine Punktprobe mit Punkt A ermitteln wir die Unbekannte q
Wir errechnen y_B, indem wir in die Parabelgleichung $x = 1$ einsetzen.
Wir stellen die Parabelgleichung in die Scheitelpunktgleichung um und bestimmen die Koordinaten des Scheitelpunktes S.
Wir berechnen die Steigung der Geraden g durch die beiden Punkte S und B.
Wir berechnen b der Geradengleichung, indem wir einen der beiden Punkte S oder B in die Geradengleichung einsetzen.

Klausuraufschrieb

Bestimmung von q:

$y = x^2 + 4x + q$ | Punktprobe mit Punkt $A(-3|-4)$

$-4 = (-3)^2 + 4\cdot(-3) + q$

$-4 = 9 - 12 + q$ | $+3$

$q = -1$

Koordinaten von B:

$y = x^2 + 4x - 1$ | y_B für $x = 1$

$y_B = 1^2 + 4\cdot 1 - 1 = 4 \implies B(1|4)$

Scheitelpunkt von p:

$y = x^2 + 4x - 1$ | Umstellen in die Scheitelpunktgleichung

$y = (x+2)^2 - 4 - 1$

$y = (x+2)^2 - 5 \implies S(-2|-5)$

Geradengleichung g durch S und B:

$g\colon\ y = mx + b$

$m\colon \quad m = \frac{y_S - y_B}{x_S - x_B} = \frac{-5-4}{-2-1} = \frac{-9}{-3} = 3$

$g\colon\ y = 3x + b$ | Punktprobe mit $B(1|4)$

$y_B = 3x_B + b$

$4 = 3\cdot 1 + b \implies b = 1$

$g\colon\ y = 3x + 1$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P6/2013

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung; beim Bankhaus Adler variabler Zinssatz, bei der Opti-Bank fester Zinssatz.

Endkapital beim Bankhaus Adler:

$K_{3Bonus} = K_o \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + 100$

$K_{3Bonus} = 5000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0175 \cdot 1{,}0225 + 100$

$K_{3Bonus} = 5380$

Das Endkapital beim Bankhaus Adler beträgt 5380 *€.*

Fester Zinssatz bei der Opti-Bank:

Das Endkapital soll gleich hoch sein, also $K_{3Bonus} = K_{3Opti} = 5380$

$K_{3Opti} = K_0 \cdot q^3$

$5380 = 5000 \cdot q^3 \quad | \quad :5000$

$q^3 = \frac{5380}{5000} \quad | \quad \sqrt[3]{}$

$q = 1{,}0247$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow \; p\% = 2{,}47\,\%$

Die Opti-Bank muss Frau Wagner mindestens $2{,}48\,\%$ *Zinsen bieten.*

Lösung P7/2013

<u>Lösungslogik</u>

Gleichzeitiges Ziehen von zwei Schokowürfeln ist zu behandeln wir Ziehen nacheinander von zwei Schokowürfeln ohne Zurücklegen.

Die möglichen Ereignisse „Zwei unterschiedliche Füllungen" sind:

„Marzipan; Nougat", „Marzipan; Karamell", „Nougat; Marzipan", „Karamell; Marzipan", Nougat; Karamell" und „Karamell; Nougat".

Wir müssen also sechs Einzelwahrscheinlichkeiten ermitteln und diese dann aufsummieren.

Wesentlich weniger Rechenaufwand entsteht, wenn wir über das Gegenereignis gehen. Das Gegenereignis von „Zwei unterschiedliche Füllungen" ist „Zwei gleiche Füllungen". Diese Einzelwahrscheinlichkeiten sind dann:

„Marzipan; Marzipan", „Nougat; Nougat" und „Karamell; Karamell"

Aus $1 -$ „Zwei gleiche Füllungen" erhalten wir dann das Endergebnis.

Leon hat nicht Recht, Nachweis siehe Klausuraufschrieb.

<u>Klausuraufschrieb</u>

$P(unterschiedliche\,) = 1 - P(gleiche)$

$P(gleiche) = P(M;M) + P(N;N) + P(K;K)$

$P(M;M) = \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{30}{132} \qquad P(N;N) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{132} \qquad P(K;K) = \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132}$

$P(unterschiedliche) = 1 - \left(\frac{30}{132} + \frac{12}{132} + \frac{2}{132}\right) = 1 - \frac{44}{132} = \frac{88}{132} = \frac{2}{6} = 66{,}7\,\%$

Die Wahrscheinlichkeit, zwei unterschiedliche Füllungen zu ziehen beträgt $66{,}7\,\%$*.*

Leon hat nicht recht, denn:

$P(M;M) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} \qquad P(N;N) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{30}$

$P(K;K) = \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{5} = 0$

$P(unterschiedliche) = 1 - \left(\frac{6}{30} + \frac{2}{30} + 0\right) = 1 - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} = 73{,}3\,\%$

Die Wahrscheinlichkeit, zwei unterschiedliche Füllungen aus der zweiten Schale zu ziehen beträgt $73{,}3\,\%$*.*

Lösung P8/2013

Lösungslogik

Wir ermitteln die Zentralwerte getrennt nach Gruppe A, Gruppe B und Gruppe C. Nach den sich ergebenden Zentralwerten, entscheiden wir, welches Boxplot zu welcher Gruppe gehört.
Für den Boxplot der dritten Gruppe ermitteln wir noch das untere sowie obere Quartil, um den Boxplot zeichnen zu können.

Klausuraufschrieb

Gruppe A: $n = 13$ $\quad \frac{13}{2} = 6{,}5 \Longrightarrow \; z_A = 60$

Gruppe B: $n = 17$ $\quad \frac{17}{2} = 8{,}5 \Longrightarrow \; z_B = 75$

Gruppe C: $n = 17$ $\quad \frac{13}{2} = 6{,}5 \Longrightarrow \; z_C = 90$

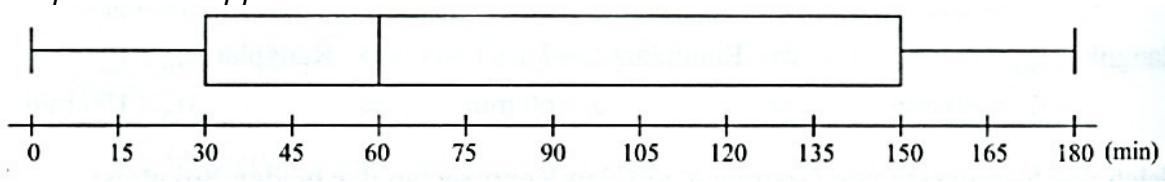
Boxplot (1) gehört zur Gruppe B, da der Zentralwert bei $75\,min$ *eingetragen ist.*
Boxplot (2) gehört zur Gruppe C, da der Zentralwert bei $90\,min$ *eingetragen ist.*

Für den Boxplot der dritten Gruppe ermitteln wir noch das untere sowie obere Quartil, um den Boxplot zeichnen zu können.

Gruppe A: q_u: $\quad \frac{13}{4} = 3{,}25 \Longrightarrow \; q_u = 30$

q_o: $\quad \frac{3 \cdot 13}{4} = 9{,}75 \Longrightarrow \; q_o = 150$

Boxplot für Gruppe A:



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2014

Im Viereck $ABCD$ sind gegeben:

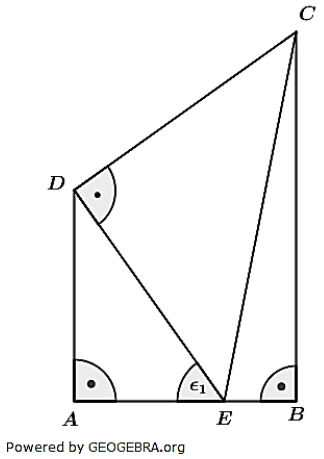
$\overline{AE} = 3{,}2\ cm$

$\overline{CD} = 5{,}8\ cm$

$\epsilon_1 = 54{,}6°$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks EBC.

Lösung: $u = 17{,}4\ cm$



Aufgabe P2/2014

Das Dreieck ABC und das Dreieck DBE überdecken sich teilweise.

Es gilt:

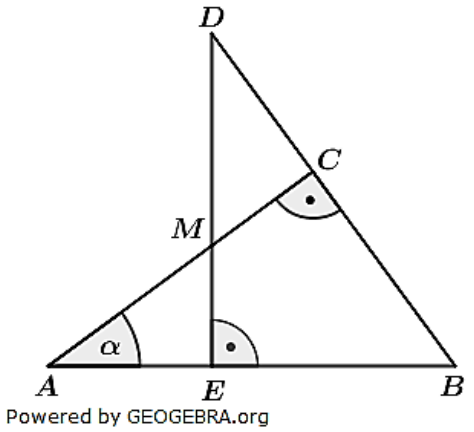
$\overline{AB} = 6{,}2\ cm$

$\alpha = 36{,}2°$

M ist Mittelpunkt von $\overline{AC}$.

Berechnen Sie die Länge $\overline{DE}$.

Lösung: $\overline{DE} = 5{,}7\ cm$



Aufgabe P3/2014

Eine quadratische Pyramide wurde aus Wachs hergestellt. Es gilt:

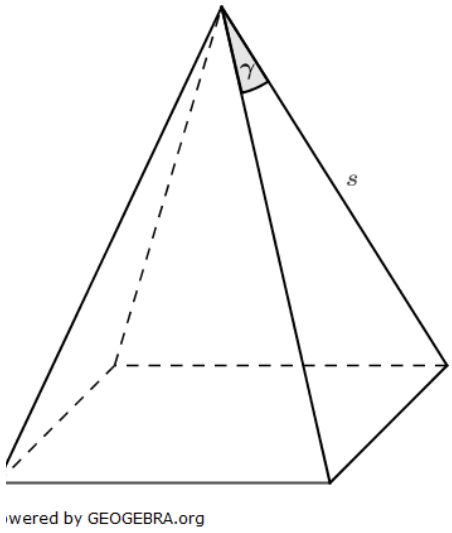
$s = 11{,}2\ cm$ und

$\gamma = 34\ °$

Die Pyramide wird eingeschmolzen und zu einer Kugel umgeformt.

Berechnen Sie den Radius der Kugel.

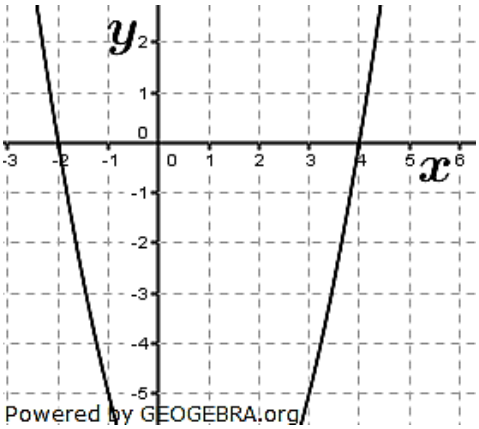
Lösung: $r_{Kug} = 3{,}3\ cm$



Aufgabe P4/2014

Das Schaubild zeigt den Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p. Eine Gerade g geht durch den Punkt $R(2{,}5|-4)$ und hat die Steigung $m=-2$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.

Lösungen: $S_1(-3|7)$; $g\colon y=-2x+1$
$S_2(3|-5)$



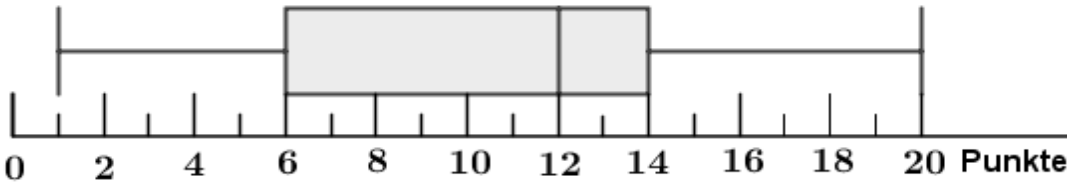
Aufgabe P5/2014

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{x}{x+4}=\frac{3x+28}{x^2+4x}+\frac{1}{x}$ $\qquad \mathbb{D}=\mathbb{R}\backslash\{-4;0\}; \quad \mathbb{L}=\{8\}$

Aufgabe P6/2014

Die Französischgruppe der Klasse $10a$ mit 17 Schülerinnen und Schülern hat einen Vokabeltest geschrieben. Es konnten maximal 20 Punkte erreicht werden. Dabei wurden nur ganze Punkte verteilt. Der Durchschnitt (arithmetisches Mittel) betrug 10 Punkte. Der Boxplot zeigt die Verteilung der Punkte.



Zum Boxplot gehört die unvollständig ausgefüllte Rangliste.

Platz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	1	1		5		7	7	9		12	12	13	14		16	17	

a) Vervollständigen Sie die Rangliste. Beachten Sie dabei die Kennwerte und den Durchschnitt.

b) Pauline behauptet: „Mehr als die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler ist besser als der Durchschnitt.“ Hat Pauline recht? Begründen Sie.

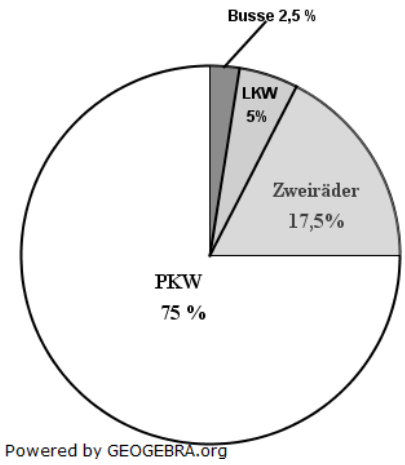
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P7/2014

Die Polizei informiert:
Bei insgesamt 640 Fahrzeugen wurde die Geschwindigkeit kontrolliert. Dabei überschritt jeder Achte der PKW-Fahrer die zulässige Höchstgeschwindigkeit. 5 % dieser PKW-Fahrer droht sogar ein zeitweiliges Fahrverbot.

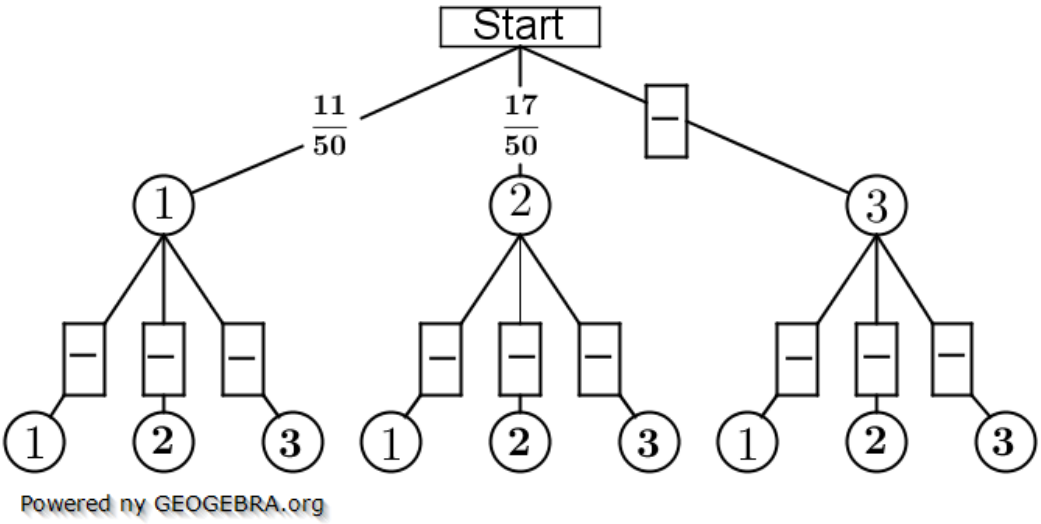
a) Wie viele Zweiräder wurden kontrolliert?
b) Wie viele der protokollierten PKW-Fahrer müssen mit einem zeitweiligen Fahrverbot rechnen?

Lösung: a) 112 Zweiräder
b) 3 PKW-Fahrer



Aufgabe P8/2014

In einem Behälter liegen 50 gleich große Kugeln. Sie sind mit den Zahlen 1, 2 und 3 beschriftet. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Die Grafik zeigt ein unvollständiges Baumdiagramm.

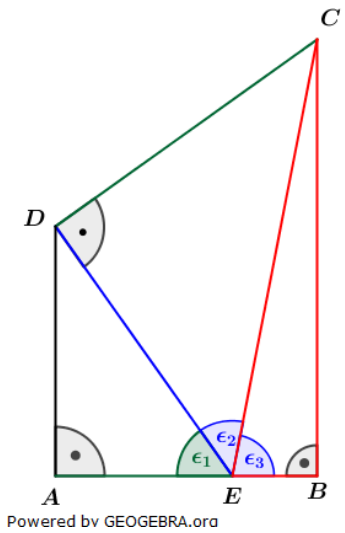


- Vervollständigen Sie dieses Baumdiagramm.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht man zwei Kugeln, die mit der gleichen Zahl beschriftet sind?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Zahl größer als die zweite ist?

Aufgabe P1/2014

Lösungslogik

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.
Berechnung von $\overline{CE}$ im Dreieck CED über den Satz des Pythagoras, hierzu zunächst $\overline{ED}$ im Dreieck AED über $cos\epsilon_1$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über $sin\epsilon_3$. Hierzu zunächst ϵ_2 über $sin\epsilon_2$.
Berechnung von $\overline{EB}$ über Satz des Pythagoras im Dreieck BCE.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE}$

$\overline{CE}$: $\quad \overline{CE} = \sqrt{\overline{CD}^2 + \overline{ED}^2}$

$\overline{ED}$: $\quad cos\,\epsilon_1 = \frac{\overline{AE}}{\overline{ED}} \quad | \quad \cdot \overline{ED};\ : cos\epsilon_1$

$\overline{ED} = \frac{\overline{AE}}{\cos\epsilon_1} = \frac{3{,}2}{cos54{,}6°} = 5{,}5240$

$\overline{CE} = \sqrt{5{,}8^2 + 5{,}524^2} = 8{,}0$

ϵ_2: $\quad sin\,\epsilon_2 = \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{5{,}8}{8{,}0} = 0{,}725 \implies$

$\epsilon_2 = \sin^{-1} 0{,}725 = 46{,}47\,°$

ϵ_2: $\quad \epsilon_3 = 180° - \epsilon_1 - \epsilon_2 = 78{,}93\,°$

$\overline{BC}$: $\quad sin\epsilon_3 = \frac{\overline{BC}}{\overline{CE}} \quad | \quad \cdot \overline{CE}$

$\overline{BC} = \overline{CE} \cdot sin78{,}93\,° = 7{,}85$

$\overline{EB}$: $\quad \overline{EB} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{8^2 - 7{,}85^2} = 1{,}54$

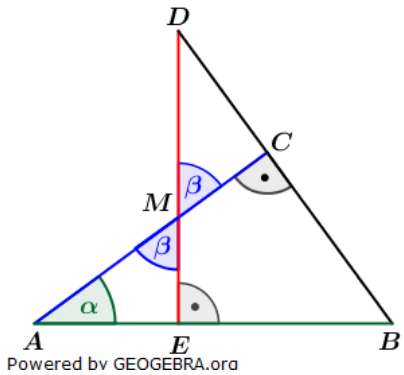
u: $\quad u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE} = 1{,}54 + 7{,}85 + 8{,}0 = 17{,}39\ cm$

Der Umfang des Dreiecks BCE beträgt $17{,}4\ cm$.

Lösung P2/2014

Lösungslogik

Berechnung von β als Ergänzungswinkel zu $90°$ im Dreieck AEM.
Berechnung von $\overline{AC}$ im Dreieck ABC über $cos\alpha$.
$\overline{AM}$ und $\overline{MC}$ sind jeweils $\frac{1}{2} \cdot \overline{AC}$.
Berechnung von $\overline{EM}$ über $sin\alpha$. Berechnung von $\overline{MD}$ über $cos\beta$.
$\overline{ED} = \overline{EM} + \overline{MD}$.



Klausuraufschrieb

$\overline{DE} = \overline{EM} + \overline{MD}$

β: $\beta = 90° - \alpha = 90° - 36{,}2° = 53{,}8°$

$\overline{AC}$: $\cos\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$

$\overline{AC} = \overline{AB} \cdot \cos\alpha = 6{,}2 \cdot \cos 36{,}2° = 5{,}00$

$\overline{AM}$: $\overline{AM} = \overline{MC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} = 2{,}5$

$\overline{EM}$: $\sin\alpha = \frac{\overline{EM}}{\overline{AM}}$ | $\cdot \overline{EM}$

$\overline{EM} = \overline{AM} \cdot \sin\alpha = 2{,}5 \cdot \sin 36{,}2° = 1{,}4765$

$\overline{MD}$: $\cos\beta = \frac{\overline{MC}}{\overline{MD}}$ | $\cdot \overline{MD}; : \cos\beta$

$\overline{MD} = \frac{\overline{MC}}{\cos\beta} = \frac{2{,}5}{\cos 53{,}8°} = 4{,}2329$

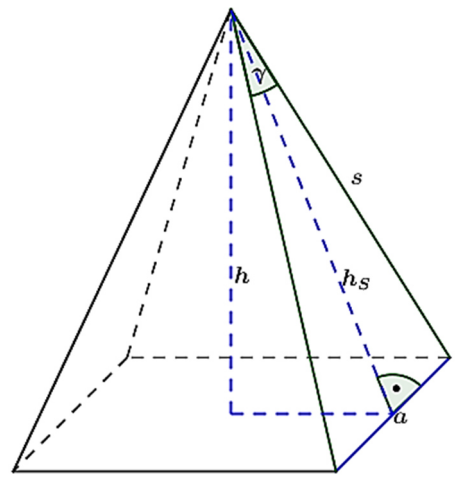
$\overline{DE} = 1{,}4765 + 4{,}2329 = 5{,}7094$

Die Strecke $\overline{DE}$ ist $5{,}7\ cm$ lang.

Lösung P3/2014

Lösungslogik

Wir benötigen zunächst das Volumen der Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$, um das so erhaltene Volumen mit dem Volumen der Kugel $V_{Kug} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ gleichsetzen zu können.
Berechnung von a der Pyramide aus s und $\frac{\gamma}{2}$ über den $\sin$.
Berechnung von h_S der Pyramide über den Satz des Pythagoras aus s und $\frac{a}{2}$.
Berechnung der Höhe der Pyramide h über den Satz des Pythagoras aus h_s und $\frac{a}{2}$.
Berechnung von V_{Pyr} und Gleichsetzung mit V_{Kug}. Die Auflösung der Gleichung nach r ergibt den Radius der Kugel.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

a: $\frac{\frac{a}{2}}{s} = \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \Longrightarrow \ a = 2s \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

$a = 2 \cdot 11{,}2 \cdot \sin(17{,}0°) = 6{,}55$

h_S: $h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{11{,}2^2 - 3{,}275^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_s = 10{,}71$

h: $h\sqrt{= h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{10{,}71^2 - 3{,}275^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = 10{,}20$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6{,}55^2 \cdot 10{,}20 = 145{,}87$

r_{Kug}: $V_{Pyr} = V_{Kug} = 145{,}87 = \frac{4}{3}\pi r^3$

$r^3 = \frac{3 \cdot 145{,}87}{4\pi} = 34{,}82$ | $\sqrt[3]{}$

$r = \sqrt[3]{34{,}82} = 3{,}26$

Der Radius der Kugel mit gleichem Volumen wie die Pyramide beträgt ca. $3{,}3\ cm$.

Lösung P4/2014

Lösungslogik

Aufstellung der Funktionsgleichung g.
Aufstellung der Funktionsgleichung p.
Schnittpunktberechnung von g mit p.

Klausuraufschrieb

Geradengleichung g durch R mit $m = -2$:

g: $y = -2x + b$

$-4 = -2 \cdot 2{,}5 + b$ | Punktprobe mit $R(2{,}5|-4)$

$b = 1 \implies y = -2x + 1$

Funktionsgleichung von p:

p: $y = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ | Nullstellen bei -2 und 4

$y = (x+2)(x-4) = x^2 - 2x - 8$

Schnittpunkte von p mit g:

$p \cap g$: | Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$-2x + 1 = x^2 - 2x - 8$ | $+2x;\ +8$

$x^2 = 9 \implies x_1 = -3;\quad x_2 = 3$

$y_1 = (-3)^2 - 2 \cdot (-3) - 8 = 7 \implies P_1(-3|7)$

$y_2 = 3^2 - 2 \cdot 3 - 8 = -5 \implies P_2(3|-5)$

Lösung P5/2014

$$\frac{x}{x+4} = \frac{3x+28}{x^2+4x} + \frac{1}{x}$$

Nenner 1:		$x+4$
Nenner 2:	x^2+4x	$x(x+4)$
Nenner 3:		x
Hauptnenner:		$x(x+4)$

$x_1 = 0;\ x + 4 = 0 \Longrightarrow x_2 = -4$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-4; 0\}$

$\frac{x \cdot x(x+4)}{x+4} = \frac{(3x+28)x(x+4)}{x^2+4x} + \frac{x(x+4)}{x}$

$\frac{x \cdot \cancel{x(x+4)}}{\cancel{x+4}} = \frac{(3x+28)\cancel{x(x+4)}}{\cancel{x^2+4x}} + \frac{\cancel{x}(x+4)}{\cancel{x}}$

$x^2 = 3x + 28 + x + 4$ | $-4x; -32$

$x^2 - 4x - 32 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4+32} = 2 \pm 6$

$x_1 = 8;\ x_2 = -4$

Wegen $x_2 = -4 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{8\}$ die einzigste Lösung.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P6/2014

Lösungslogik

Wir ermitteln zunächst den Rangplatz des Zentralwertes sowie den Rangplatz des unteren Quartils. Am Boxplot können wir dann ablesen, welche Punktzahl bei Rangplatz 5 und 9 einzutragen ist.
Der Boxplot endet bei 20 Punkten, somit wissen wir, welcher Wert auf Rangplatz 17 einzutragen ist. Das arithmetische Mittel beträgt 10 Punkte bei 17 Rangplätzen. Also müssen insgesamt 170 Punkte vergeben worden sein.
Die Summe aller Punkte einschließlich der bereits eingetragenen Rangplätze 5, 9 und 17 ergibt 153 Punkte. Somit fehlen noch 17 Punkte, die auf die Rangplätze 3 und 14 zu verteilen sind. Dies bedeutet 3 Punkte für Rangplatz 3 und 14 Punkte für Rangplatz 14.
Der Zentralwert liegt bei 12 Punkten auf Rangplatz 9. Somit haben 9 Schülerinnen und Schüler mehr Punkte als der Durchschnitt mit nur 10 Punkten. 9 von 17 Schülerinnen und Schüler ist jedoch mehr als $50\,\%$.

Klausuraufschrieb

a) $n = 17$ $\quad \frac{17}{2} = 8{,}5 \Longrightarrow$ Rangplatz 9, aus Boxplot 12 Punkte abgelesen.
q_u: $\quad \frac{17}{4} = 4{,}25 \Longrightarrow$ Rangplatz 5, aus Boxplot 6 Punkte abgelesen.
Maximalwert 20 Punkte.
Rangplatz 17 mit 20 Punkten belegt, $\Longrightarrow$ Rangplatz 17 hat 20 Punkte.
Mittelwert $\overline{m} = 10$ ergibt $\overline{m} \cdot 17 = 170$ vergebene Gesamtpunkte. Summe aller Punkte ohne Rangplatz 3 und 14 ist 153 Punkte. Somit fehlen noch 17 Punkte, was 3 Punkte für Rangplatz 3 und 14 Punkte für Rangplatz 14 bedeutet (alternativ 2 Punkte für Rangplatz 3 und 15 Punkte für Rangplatz 14 oder 1 Punkt für Rangplatz 3 und 16 Punkte für Rangplatz 14).

Vollständig ausgefüllte Rangliste:

Platz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Punkte	1	1	3	5	6	7	7	9	12	12	12	13	14	14	16	17	20

b) $z = 12 > \overline{m}$ ab Rangplatz 9. Somit 9 Schülerinnen und Schüler besser $\overline{m}$.
9 Schülerinnen und Schüler sind mehr als $50\,\%$ von 17. Pauline hat recht.

Lösung P7/2014

a) *Anzahl kontrollierter Zweiräder:*
Der Grafik entnimmst du, dass $17{,}5\,\%$ von 640 kontrollierten Fahrzeugen Zweiräder waren.
$P = G \cdot p = 640 \cdot 0{,}175 = 112$ Zweiräder.
Es wurden 112 Zweiräder kontrolliert.

b) *Anzahl PKW-Fahrer mit zeitweiligem Fahrverbot:*
Jeder Achte PKW von $75\,\%$ von 640 kontrollierten Fahrzeugen haben die Höchstgeschwindigkeit überschritten. $5\,\%$ von diesen müssen mit einem Fahrverbot rechnen.

$$P = \frac{1}{8} \cdot 640 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}05 = 3$$

3 PKW-Fahrer müssen mit einem zeitweiligen Fahrverbot rechnen.

Lösung P8/2014

Lösungslogik

Die Quersumme der Bruchzahlen im ersten Zug muss 1 ergeben, somit für eine 3 im ersten Zug $\frac{22}{50}$. Da ohne Zurücklegen gezogen wird, befinden sich nur noch 49 Kugeln in der Urne, sodass wir es im zweiten Zug mit $\frac{21}{49}$ zu tun haben.
Wurde im ersten Zug eine 1 gezogen, befinden sich noch 10 Kugeln mit einer 1, aber weiterhin 17 Kugeln mit einer 2 und 22 Kugeln mit einer 3 in der Urne.
Wurde im ersten Zug eine 2 gezogen, befinden sich noch 16 Kugeln mit einer 2, aber weiterhin 11 Kugeln mit einer 1 und 22 Kugeln mit einer 3 in der Urne.
Wurde im ersten Zug eine 3 gezogen, befinden sich noch 21 Kugeln mit einer 3, aber weiterhin 11 Kugeln mit einer 1 und 17 Kugeln mit einer 2 in der Urne.
Hieraus ergeben sich die einzelnen Wahrscheinlichkeiten für den zweiten Zug gemäß Grafik.
Die Wahrscheinlichkeit für zwei Kugeln, die mit der gleichen Zahl beschriftet sind, ist die Wahrscheinlichkeit der Einzelereignisse $P(1;1)$, $P(2;2)$ und $P(3;3)$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass die erste gezogene Zahl größer ist als die Zweite, ist die Wahrscheinlichkeit der Einzelereignisse $P(2;1)$, $P(3;1)$ und $P(3;2)$.

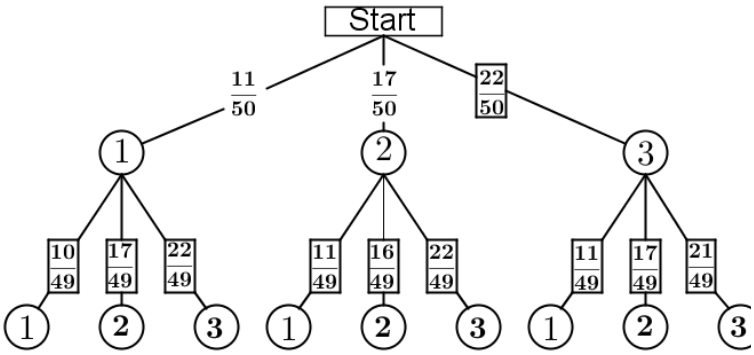
Klausuraufschrieb

$P(1;1) = \frac{11}{50} \cdot \frac{10}{49} = \frac{110}{2450}$

$P(2;2) = \frac{17}{50} \cdot \frac{16}{49} = \frac{272}{2450}$

$P(3;3) = \frac{22}{50} \cdot \frac{21}{49} = \frac{462}{2450}$

$P\{(1;1),(2;2),(3;3)\} = \frac{110+272+462}{2450} = \frac{844}{2450} \approx 34{,}4\,\%$



$P(2;1) = \frac{17}{50} \cdot \frac{11}{49} = \frac{187}{2450}$

$P(3;1) = \frac{22}{50} \cdot \frac{11}{49} = \frac{242}{2450}$

$P(3;2) = \frac{22}{50} \cdot \frac{17}{49} = \frac{374}{2450}$

$P\{(2;1),(3;1),(3;2)\} = \frac{187+242+374}{2450} = \frac{803}{2450} \approx 32{,}8\,\%$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2015

Im Dreck ABC gilt:

$\overline{AC} = \overline{CE} = 9{,}2\ cm$

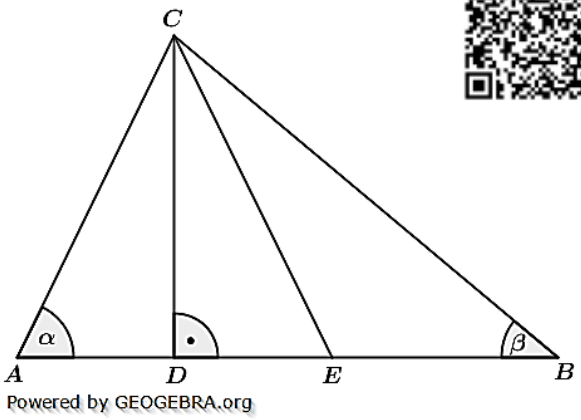
$\alpha = 64\,°$

$\beta = 40\,°$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks EBC.

Lösung: $u = 27{,}9\ cm$

Tipp: Dreimal Sinussatz für $\overline{AE}$, $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$.



Aufgabe P2/2015

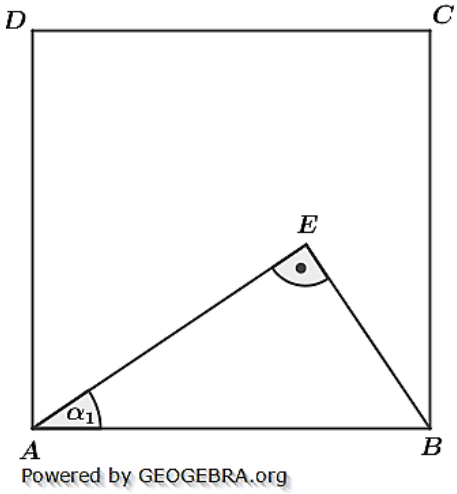
Das Viereck $ABCD$ ist ein Quadrat.
Es gilt:

$\overline{AE} = 7{,}8\ cm$

$\alpha_1 = 34\,°$

Berechnen Sie die Länge von $\overline{CE}$.

Lösung: $\overline{CE} = 5{,}84\ cm$



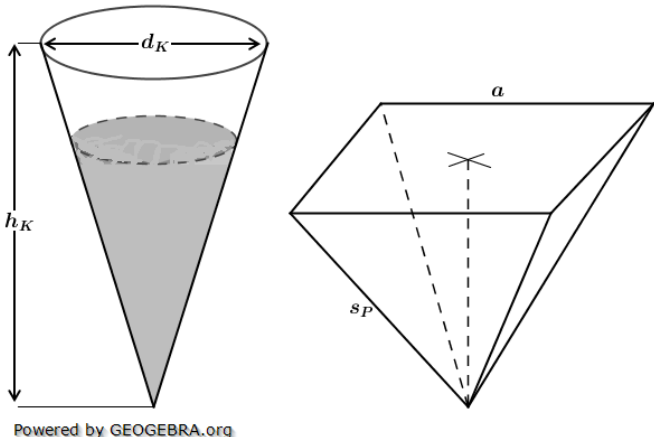
Aufgabe P3/2015

Ein Kegel ist teilweise mit Wasser gefüllt. Dabei nimmt das Wasser die Hälfte des Kegelvolumens ein. Das Wasser soll vollständig in eine quadratische Pyramide gefüllt werden. Es gilt:

$d_k = 20\ cm;\quad h_k = 30{,}0\ cm$

$a = 16\ cm;\quad s_P = 24{,}0\ cm$

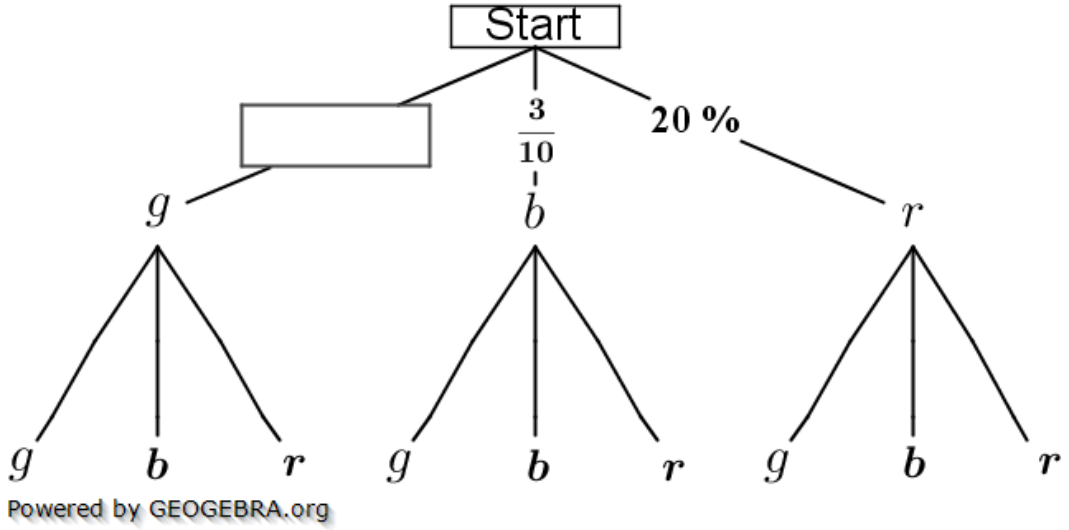
Läuft das Wasser über? Überprüfen Sie durch Rechnung.
Berechnen Sie den Radius der Kugel.



Lösung: Wasservolumen $V_W = 1570{,}8\ cm^3$
Pyramidenvolumen $V_P = 1806{,}2\ cm^3$
Somit läuft das Wasser beim Umfüllen nicht über.

Aufgabe P4/2015

In einem Behälter liegen 20 Kugeln. Sie sind rot, blau und grün gefärbt. Es werden zwei Kugeln gleichzeitig gezogen.



- Im Baumdiagramm fehlt eine Wahrscheinlichkeitsangabe. Ergänzen Sie diese.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine grüne Kugeln zu ziehen?
- In einem anderen Behälter liegen von jeder Farbe doppelt so viele Kugeln, also insgesamt 40 Kugeln. Es werden ebenfalls zwei Kugeln gleichzeitig gezogen. Uli sagt „Die Wahrscheinlichkeit, höchstens eine grüne Kugel zu ziehen, ist gleich." Hat Uli Recht? Begründen Sie durch Rechnung.

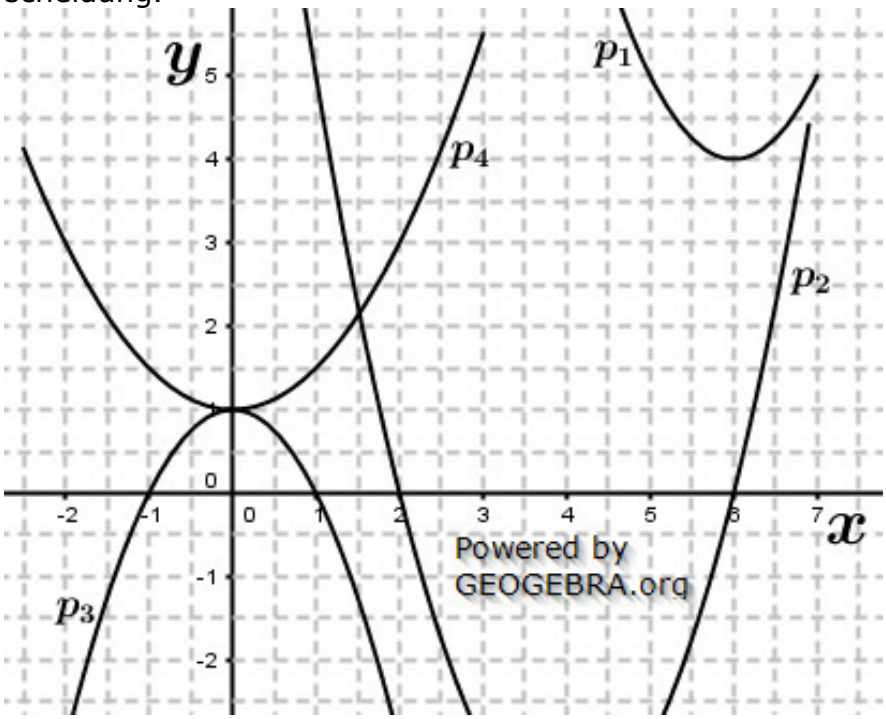
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P5/2015

Das Schaubild zeigt die Ausschnitte von vier Parabeln.

- Welcher Graph gehört zur angegebenen Wertetabelle? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

x	0	1	2	3
y	1	0	-3	-8



- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes Q der beiden verschobenen Normalparabeln p_1 und p_2.
- Wie heißt die Gleichung der Parabel p_4?

Entnehmen Sie dazu erforderliche Werte dem Schaubild.

Aufgabe P6/2015

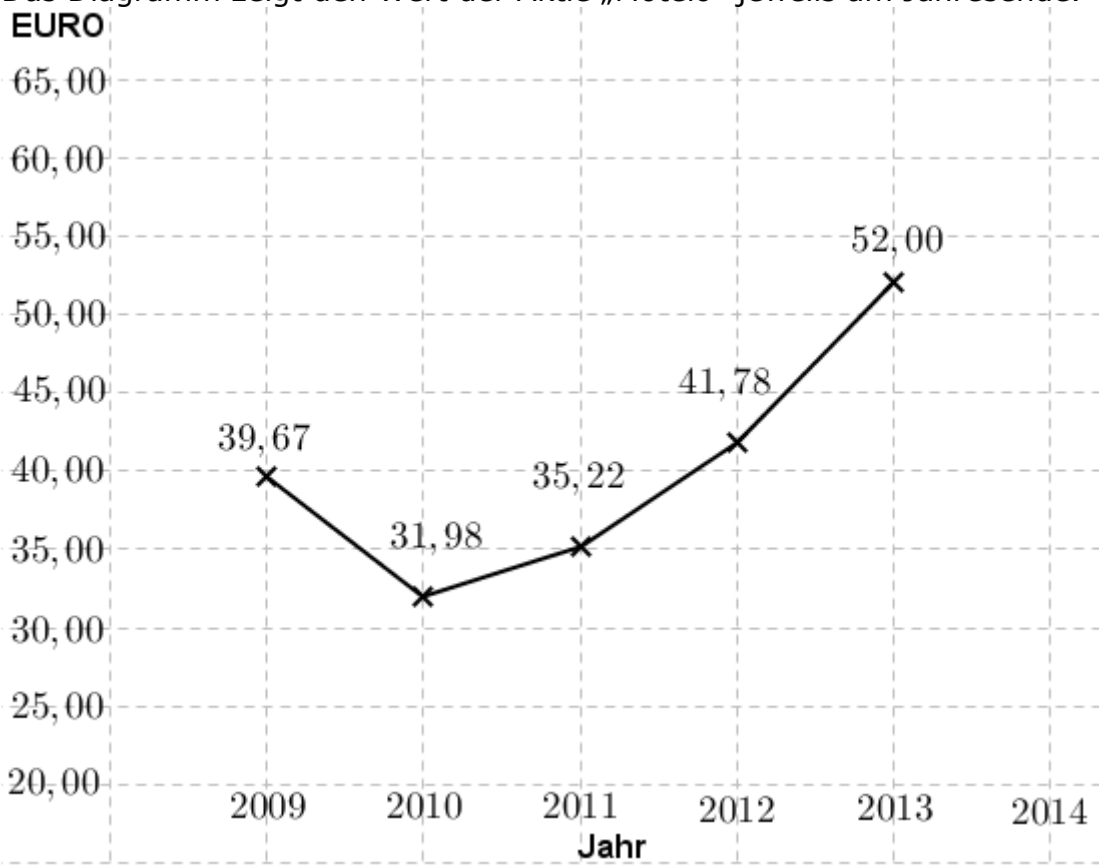
Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $\frac{x-4y}{3} = 4$

(2) $3(2x+y) - 17 = \frac{x-2}{2}$ $\qquad \mathbb{L} = \{(4; -2)\}$

Aufgabe P7/2015

Das Diagramm zeigt den Wert der Aktie „Motelo" jeweils am Jahresende.



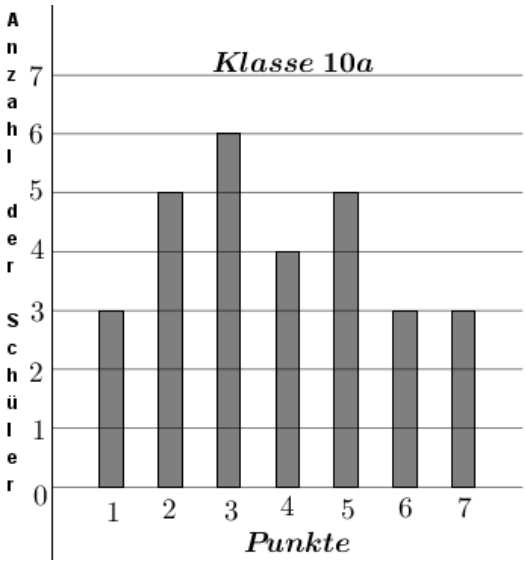
- Um wie viel Prozent ist der Wert der Aktie von 2010 bis 2013 insgesamt gestiegen?
- Am Ende des Jahres 2014 lag der Wert der Aktie 15,4 % über dem Wert am Ende des Jahres 2013.
  Zeichnen Sie im Diagramm den Jahresendwert von 2014 ein.
- Welchen jährlich gleichbleibenden Zinssatz hätte eine Bank bieten müssen, um von 2009 bis 2013 den gleichen Wertzuwachs zu erzielen.

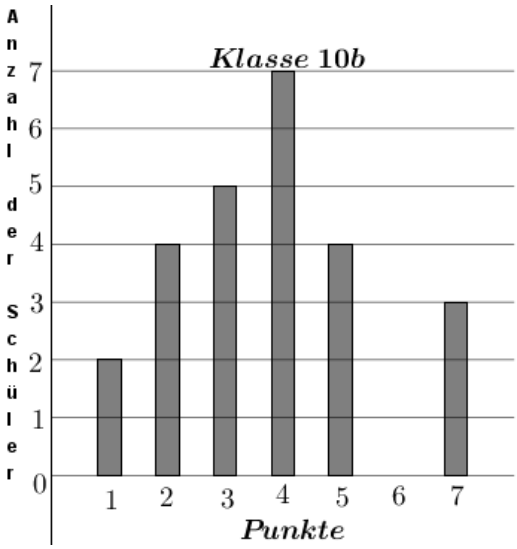
Lösung: Anstieg von 2010 bis 2013 um 62,6 %.
Jahresendwert von 2014: 60,01 €
Gleichbleibender Zinssatz: 7,0 %

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

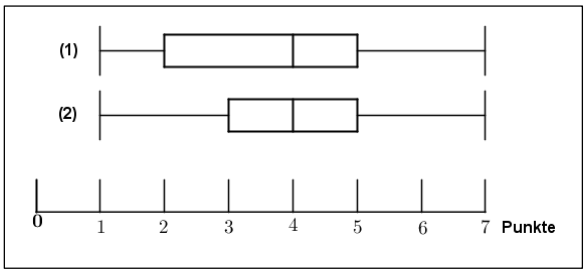
Aufgabe P8/2015

Die Klasse $10a$ und $10b$ machen einen gemeinsamen Ausflug und spielen Minigolf. Beim Minigolf zählt jeder Schlag als Punkt. Hat der Ball nach sechs Punkten sein Ziel nicht erreicht, ist ein Zusatzpunkt anzurechnen. Die Höchstanzahl an einer Bahn beträgt also sieben Punkte.
Die Diagramme und die Boxplots zeigen die Ergebnisse der beiden Klassen nach der ersten Bahn.





- Zu welcher Klasse gehört der jeweilige Boxplot? Begründen Sie.
- Wie viel Prozent der Schüler der Klasse $10a$ haben fünf oder mehr Punkte?
- Überprüfen Sie folgende Aussage: „Die durchschnittliche Punktzahl der Klasse $10b$ beträgt genau vier Punkte."

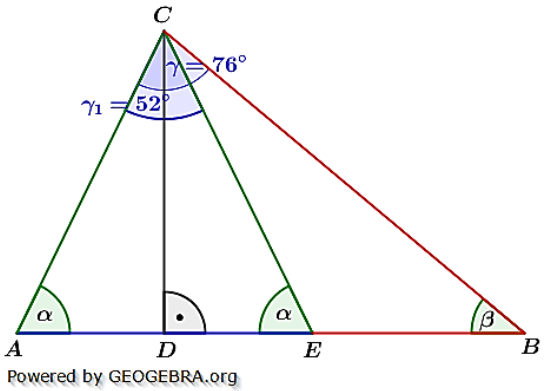


Lösung: Boxplot (1) gehört zur Klasse $10a$.
Boxplot (2) gehört zur Klasse $10b$.
Der Prozentsatz der Klasse $10a$ ist $37{,}9\,\%$.
Durchschnittliche Punktzahl ist $3{,}76$. Die Aussage ist falsch.

Lösung P1/2015

Lösungslogik (einfach)

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.
Berechnung von γ über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von γ_1 über die Winkelsumme im Dreieck AEC.
Berechnung von $\overline{AE}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{AB}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{BC}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{EB}$ aus Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE}$

γ: $\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 64{,}0° - 40{,}0° = 76°$

γ_1: $\gamma_1 = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 128{,}0° = 52°$

$\overline{AE}$: $\frac{\overline{AE}}{sin\gamma_1} = \frac{\overline{AC}}{sin\alpha}$ | Sinussatz

$\overline{AE} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\gamma_1}{sin\alpha} = \frac{9{,}2 \cdot sin52°}{sin64°} = 8{,}07$

$\overline{AB}$: $\frac{\overline{AB}}{sin\gamma} = \frac{\overline{AC}}{sin\beta}$ | Sinussatz

$\overline{AB} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\gamma}{sin\beta} = \frac{9{,}2 \cdot sin76°}{sin40°} = 13{,}89$

$\overline{BC}$: $\frac{\overline{BC}}{sin\alpha} = \frac{\overline{AC}}{sin\beta}$ | Sinussatz

$\overline{BC} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\alpha}{sin\beta} = \frac{9{,}2 \cdot sin64°}{sin40°} = 12{,}86$

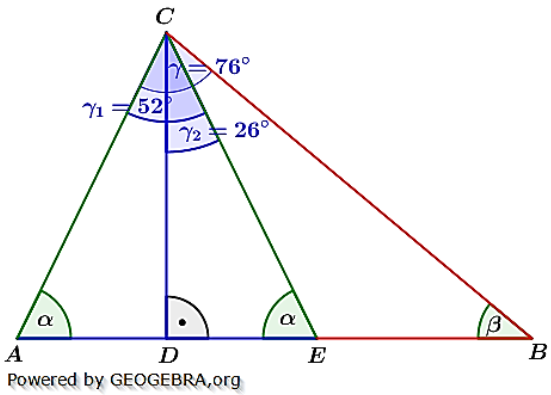
$\overline{EB}$: $\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 13{,}89 - 8{,}07 = 5{,}82$

u: $u = 5{,}82 + 12{,}86 + 9{,}2 = 27{,}88$

Der Umfang des Dreiecks EBC beträgt etwa $27{,}9\ cm$.

Lösungslogik (umständlich)

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.
Berechnung von γ über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von γ_1 über die Winkelsumme im Dreieck AEC.
Berechnung von $\gamma_2 = \frac{1}{2}\gamma_1$.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{DE}$ über den $cos\alpha$.
Berechnung von $\overline{DC}$ mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{DB}$ mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EB}$ aus Differenz von $\overline{DB}$ und $\overline{DE}$.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE}$

γ: $\gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 64{,}0° - 40{,}0° = 76°$

γ_1: $\gamma_1 = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 128{,}0° = 52°$

γ_2: $\gamma_2 = \frac{\gamma_1}{2} = 26°$

$\overline{AD}$: $\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = cos\alpha$ | $\cdot \overline{AC}$

$\overline{AD} = \overline{AC} \cdot cos\alpha = 9{,}2 \cdot \cos 64{,}0° = 4{,}03$

$\overline{DC}$: $\overline{DC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{9{,}2^2 - 4{,}03^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{DC} = \sqrt{68{,}3991} = 8{,}27$

$\overline{BC}$: $\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = sin\beta$ | $\cdot \overline{BC}$; $: sin\beta$

$\overline{BC} = \frac{\overline{DC}}{sin\beta} = \frac{8{,}27}{sin40°} = 12{,}8658$

$\overline{DB}$: $\overline{DB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{12{,}8658^2 - 8{,}27^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{DC} = \sqrt{97{,}1359} = 9{,}86$

$\overline{EB}$: $\overline{EB} = \overline{DB} - \overline{DE} = 9{,}86 - 4{,}03 = 5{,}83$

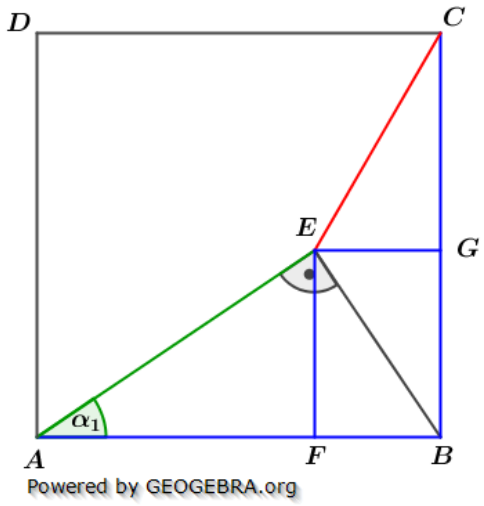
u: $u = 5{,}83 + 12{,}87 + 9{,}2 = 27{,}9$

Der Umfang des Dreiecks EBC beträgt etwa $27{,}9\ cm$.

Lösung P2/2015

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{EF}$ über den $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AB}$ über den $cos\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EG} = \overline{FB}$ aus der Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{CG}$ aus der Differenz von $\overline{AB} = \overline{BC}$ und $\overline{EF}$.
Berechnung von $\overline{EC}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$\overline{EF}$: $\frac{\overline{EF}}{\overline{AE}} = sin\alpha_1$ |

$\overline{EF} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 7{,}8 \cdot sin\,34° = 4{,}3617$

$\overline{AB}$: $\frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = cos\alpha_1$ | $\cdot \overline{AB}$; $: cos\alpha_1$

$\overline{AB} = \frac{\overline{EF}}{cos\alpha_1} = \frac{7{,}8}{cos34°} = 9{,}4085$

$\overline{AF}$: $\overline{AF} = \sqrt{\overline{AE}^2 - \overline{EF}^2} = \sqrt{7{,}8^2 - 4{,}3617^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{AF} = \sqrt{41{,}8156} = 6{,}4665$

$\overline{EG}$: $\overline{EG} = \overline{AB} - \overline{AF} = 9{,}4085 - 6{,}4665 = 2{,}942$

$\overline{CG}$: $\overline{CG} = \overline{AB} - \overline{EF} = 9{,}4085 - 4{,}3617 = 5{,}0468$

$\overline{EC}$: $\overline{EC} = \sqrt{\overline{CG}^2 + \overline{EG}^2} = \sqrt{5{,}0468^2 + 2{,}942^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{EC} = \sqrt{34{,}1256} = 5{,}842$

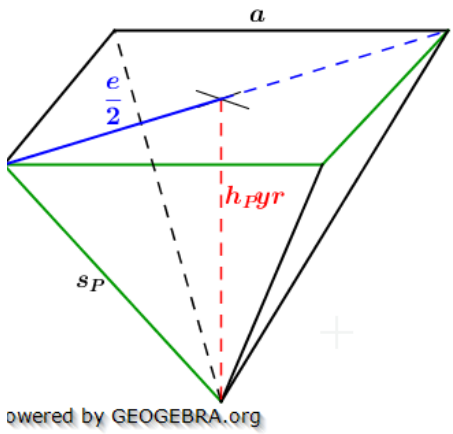
Die Strecke $\overline{EC}$ ist $5{,}84\ cm$ lang.

Lösung P3/2015

Lösungslogik

Wir benötigen zunächst das Volumen des Kreiskegels mit $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d_k}{2}\right)^2 \cdot h_K$. Da das Wasser nur das halbe Kegelvolumen einnimmt somit $\frac{1}{2} \cdot V_{Keg}$.

Danach benötigen wir das Volumen der Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h_{Pyr}$. Da h_{Pyr} nicht gegeben ist, müssen wir es mit dem Satz des Pythagoras berechnen mithilfe der Strecken s_P und der halben Diagonalen $\frac{e}{2}$ der Grundfläche.



Klausuraufschrieb

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d_k}{2}\right)^2 \cdot h_K = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{20}{2}\right)^2 \cdot 30 = 3141{,}59$

V_{Wasser}: $V_{Wasser} = \frac{1}{2}V_{Keg} = 1570{,}8$

$\frac{e}{2}$: $\frac{e}{2} = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \sqrt{2} = 11{,}3137$

h_{Pyr}: $h_{Pyr} = \sqrt{s_P^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2} = \sqrt{24^2 - 11{,}3137^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Pyr} = \sqrt{448{,}00} = 21{,}166$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 21{,}166 = 1806{,}2$

Das Pyramidenvolumen ist größer als das mit Wasser gefüllte Kegelvolumen. Somit läuft das Wasser beim Umfüllen nicht über.

Lösung P4/2015

Lösungslogik

Ergänzung Baumdiagramm:

Die Summe aller möglichen Wahrscheinlichkeiten ist stets $100\,\%$. Wegen $\frac{3}{10} = 30\,\%$ ist somit die Wahrscheinlichkeit für die grünen Kugeln gleich $50\,\%$, alternativ $\frac{5}{10}$.

Wahrscheinlichkeit für höchstens eine grüne Kugel:

Gleichzeitige Ziehen von 2 Kugeln entspricht Ziehen von 2 Kugeln hintereinander ohne Zurücklegen. Höchstens eine grüne Kugel ist entweder keine grüne Kugel oder eine Grüne Kugel. Das Gegenereignis ist somit 2 grüne Kugeln.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Doppelt so viele Kugeln in einem zweien Behälter:

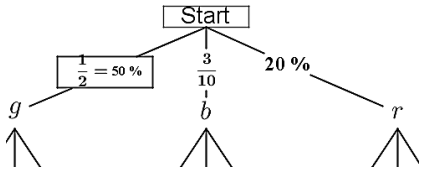
Uli hat nicht Recht. Die Einzelwahrscheinlichkeiten im ersten Zug bleiben zwar bei $50\,\%$ für grün, $30\,\%$ für blau und $20\,\%$ für rot, jedoch ändert sich die Wahrscheinlichkeit für den zweiten Zug.

Klausuraufschrieb

$\frac{3}{10} = 30\,\%$

$P(grün) = 100\% - P(blau) - P(rot)$

$P(grün) = 100\% - 30\% - 20\% = 50\%$



Höchstens eine grüne Kugel:

$P(höchstens\ 1\ grüne\ Kugel) = 1 - P(zwei\ grüne\ Kugeln)$

$= 1 - \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{29}{38} \approx 76{,}3\,\%$

Doppelt so viele Kugeln:

Uli hat nicht Recht, denn

$P(höchstens\ 1\ grüne\ Kugel) = 1 - P(zwei\ grüne\ Kugeln)$

$= 1 - \frac{20}{40} \cdot \frac{19}{39} = \frac{59}{78} \approx 75{,}6\,\%$

Lösung P5/2015

Klausuraufschrieb

Graph zu Wertetabelle:

p_3 ist der Graph der Funktionswerte gemäß Wertetabelle. $S(0|1)$ ist der Schnittpunkt mit der y–Achse, $N(1|0)$ ein Schnittpunkt mit der x–Achse.

Schnittpunkt p_1 mit p_2:

p_1: $S_{p1}(6|4)$ | Scheitelpunkt von p_1

$y = (x-6)^2 + 4$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 12x + 40$ | allgemeine Parabelgleichung

p_2: $S_{p2}(4|-4)$ | Scheitelpunkt von p_2

(Eingezeichnete Parabel hat Nullstellen bei $N_1(2|0)$ und $N_2(6|0)$, somit liegt die Symmetrieachse bei $x = 4$)

$y = (x-4)^2 - 4$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 8x + 12$ | allgemeine Parabelgleichung

$p_1 \cap p_2$:

I) $y = x^2 - 12x + 40$

II) $y = x^2 - 8x + 12$

I)-II) $0 = -4x + 28$ | $+4x;\ :4$

$x = 7$

$x \longrightarrow II)$: $y = 7^2 - 8 \cdot 7 + 12 = 5$

Der Schnittpunkt von p_1 mit p_2 hat die Koordinaten $S(7|5)$.

p_4: $y = ax^2 + 1$

$P(2|3)$ ist Punkt der Parabel.

$3 = a \cdot 2^2 + 1$ | Punktprobe mit $P(2|3)$

$2 = 4a$ | $:4$

$a = \frac{1}{2}$

Die Gleichung der Parabel p_4 lautet $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

Lösung P6/2015

(1)	$\frac{x-4y}{3} = 4$	|	$\cdot 3$
(2)	$3(2x+y) - 17 = \frac{x-2}{2}$	|	$\cdot 2$
(1)	$x - 4y = 12$	|	$+4y$
(2)	$6(2x+y) - 34 = x - 2$	|	ausmultiplizieren
(1)	$x = 4y + 12$		
(2)	$12x + 6y - 34 = x - 2$	|	$-x;\ -6y;\ +34$
(1)	$x = 4y + 12$	|	$\cdot 12$
(2)	$12x = -6y + 36$		
(1)	$12x = 48y + 144$		
(2)	$\underline{12x = -6y + 36}$		
(1)-(2)	$0 = 54y + 108$	|	$-108;\ :54$
	$y = -2 \longrightarrow$ (1)		
(1)	$x - 4 \cdot (-2) = 12$	|	-8
	$x = 4$		
	$\mathbb{L} = \{(4;-2)\}$		

Lösung P7/2015

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung

Wertanstieg der Aktie zwischen 2010 *und* 2013 *insgesamt:*

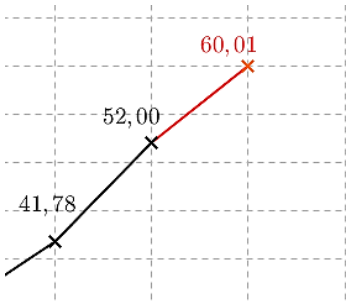
$q = \frac{52{,}00}{31{,}98} = 1{,}626$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow\ p\% = 62{,}6\ \%$

Wert der Aktie Ende 2014*:*

$K_{2014} = K_{2013} \cdot q$ mit $q = 1{,}154$

$K_{2014} = 52{,}00 \cdot 1{,}154 = 60{,}01\ €$



Gleichbleibender Zinssatz:

$K_{2013} = K_{2009} \cdot q^4$

$52{,}00 = 39{,}67 \cdot q^4$ | $:39{,}67$

$q^4 = 1{,}3108$ | $\sqrt[4]{\ }$

$q = 1{,}07$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow\ p\% = 7{,}0\ \%$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P8/2015

Lösungslogik

Über die Grafiken ermitteln die Gesamtanzahl der Schüler getrennt nach Klasse $10a$ und $10b$. Diese Zahlen entsprechen den Rangplätzen. Da in den Boxplots der Zentralwert als auch das obere Quartil auf gleichen Rangplätzen liegen, müssen wir die Rangplätze des unteren Quartils prüfen, um entscheiden zu können, welches Boxplot zu welcher Klasse gehört.
Die Prozentzahl der Schüler der Klasse $10a$, die fünf oder mehr Punkte haben, ergibt sich aus der Division der Anzahl Schüler mit fünf oder mehr Punkten durch die Gesamtanzahl der Schüler der Klasse $10a$.
Für die durchschnittliche Punktzahl der Klasse müssen wir zunächst die Summe der einzelnen Multiplikationen Anzahl Schüler mal erreichte Punktzahl bilden. Diese Summe ist dann durch die Gesamtanzahl der Schüler der Klasse $10b$ zu dividieren.

Klausuraufschrieb

Anzahl Schüler Klasse $10a$*:*
$n_{10a} = 3 + 5 + 6 + 4 + 5 + 3 + 3 = 29$
Anzahl Schüler Klasse $10b$*:*
$n_{10b} = 2 + 4 + 5 + 7 + 5 + 3 = 25$
Unteres Quartil Klasse $10a$*:*
$\frac{1}{4} \cdot n_{10a} = \frac{29}{4} = 7{,}25 \quad \Longrightarrow q_u$ entspricht Rangplatz 8.
Der 8. Rangplatz erreichte 2 Punkte.
Boxplot (1) gehört zu Klasse $10a$*, Boxplot (2) zu Klasse* $10b$*.*
Anzahl Schüler Klasse $10a$ *mit fünf oder mehr Punkten:*
$n_{10a_{+5}} = 5 + 3 + 3 = 11$
$$p_{10a}\% = \frac{n_{10a_{+5}}}{n_{10a}} \cdot 100 = \frac{11}{29} \cdot 100 = 37{,}93\ \%$$
Durchschnittliche Punktzahl Klasse $10b$*:*
$$\overline{m} = \frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 7}{n_{10b}} = \frac{94}{25} = 3{,}76$$
Die Aussage mit „genau vier Punkte" ist falsch.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2016

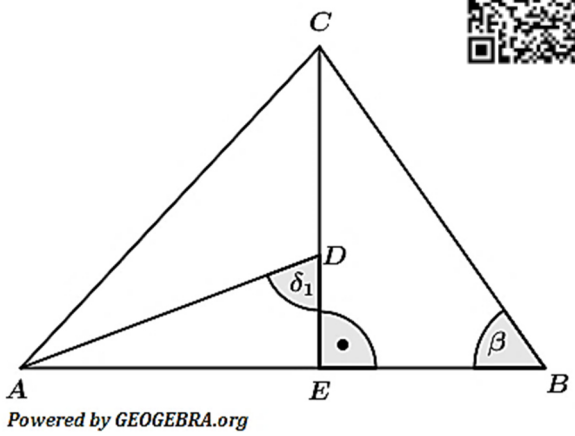
Gegeben ist das Dreck ABC. Es gilt:

$\overline{BC} = 9\ cm$
$\overline{AD} = 7{,}3\ cm$
$\beta = 55\,°$
$\delta_1 = 69{,}4\,°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{CD}$ und den Flächeninhalt des Dreiecks ADC.

Lösung: $\overline{CD} = 4{,}8\ cm$
$A_{ADC} = 16{,}4\ cm^2$

Tipp: Trigonometrischer Flächeninhalt für das Dreieck ADC.



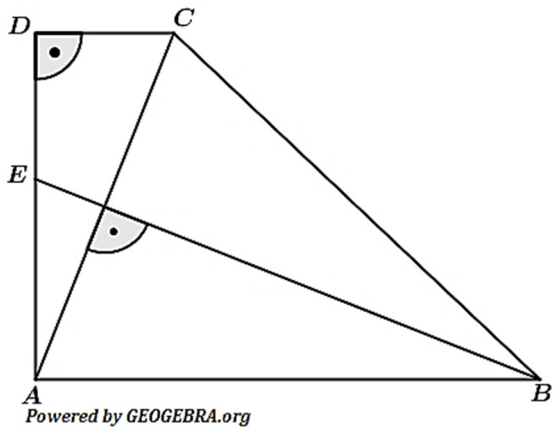
Aufgabe P2/2016

Im rechtwinkligen Trapez $ABCD$ sind gegeben:

$\overline{AE} = 3{,}1\ cm$
$\overline{BE} = 8{,}4\ cm$
$\overline{AB} = \overline{AC}$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks ACD.

Lösung: $u_{ACD} = 13{,}2\ cm$



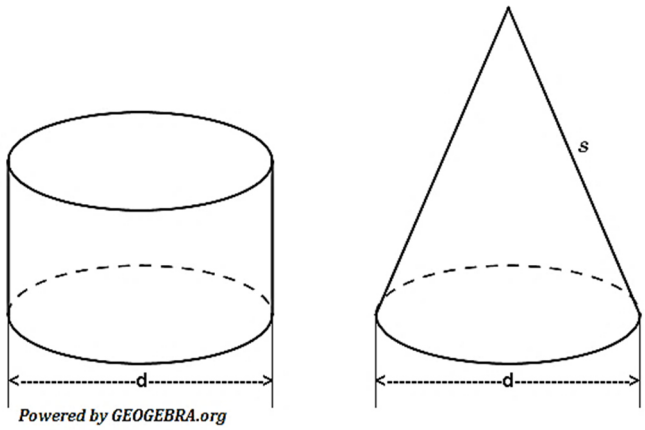
Aufgabe P3/2016

Ein Kreiskegel und ein Zylinder haben gleich große Mantelflächen. Die Durchmesser der beiden Grundflächen sind ebenfalls gleich. Es gilt:

$M_{Zyl} = M_{Keg} = 340\ cm^2$
$s = 18{,}0\ cm$

Berechnen Sie die Differenz der beiden Rauminhalte.

Lösung: $\Delta V = 379{,}4\ cm^3$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

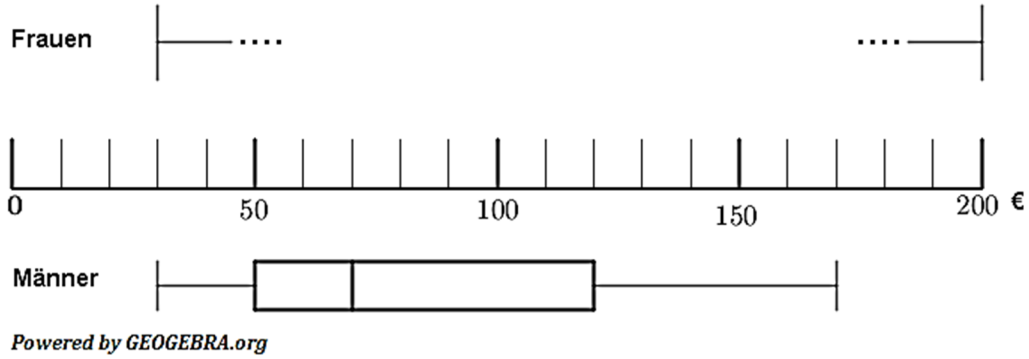
Aufgabe P4/2016

Bei einer Umfrage werden Frauen und Männer getrennt befragt:
„Wie viele € haben Sie für Ihre zuletzt gekauften Schuhe bezahlt?"

Preise der Frauenschuhe in € gerundet:

30	30	50	60	70	70	80	90	90	100	120	140	140	150	160	180	200

Vervollständigen Sie den zugehörigen Boxplot.



Zum Boxplot der Männerschuhe gehört die unvollständig ausgefüllte Rangliste.
Ergänzen Sie die passenden Werte.

Preise der Männerschuhe in € gerundet:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Preis		30			50	50					120	140	

Aufgabe P5/2016

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an.

$\frac{x+3}{x} = \frac{9}{x^2-3x} - \frac{3}{x-3}$ $\qquad \mathbb{D} = x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}; \quad \mathbb{L} = \{-6\}$

Aufgabe P6/2016

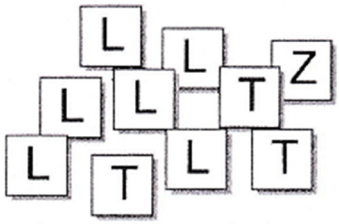
Die Parabel p hat die Gleichung $y = x^2 - 6x + 10{,}5$.
Eine Gerade g mit der Steigung $m = 2$ geht durch den Scheitelpunkt der Parabel p.
Berechnen Sie den zweiten Schnittpunkt Q der Geraden g und der Parabel p.

Lösung: $Q(5|5{,}5)$

Aufgabe P7/2016

Hannah legt Buchstabenkärtchen.
Auf dem Tisch liegen schon folgende vier Buchstaben:

In einem Beutel befinden sich die rechts abgebildeten Buchstabenkärtchen.



Daraus zieht Hannah zwei Buchstabenkärtchen gleichzeitig.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit den beiden gezogenen Buchstaben

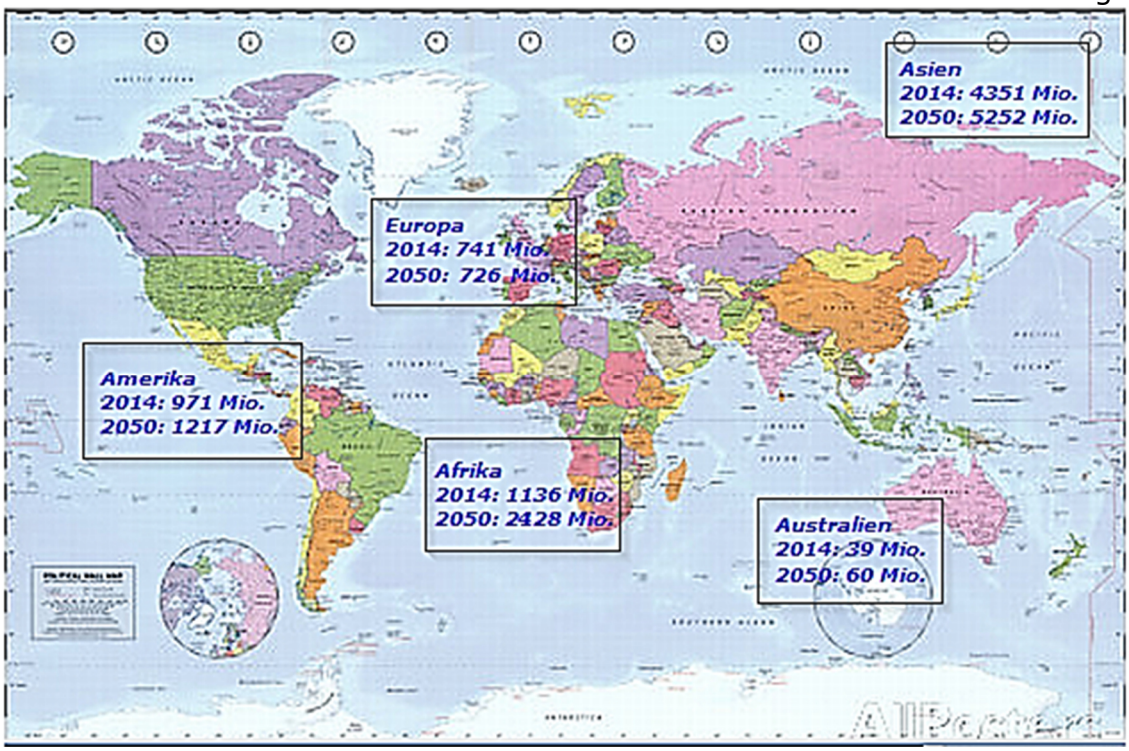
- Das Wort S C H A L L legen zu können.
- Das Wort S C H A T Z Legen zu können.

Lösung: $P(SCHALL) = \frac{30}{90} = 33{,}3\ \%$

$$P(SCHATZ) = \frac{6}{90} = 6{,}7\ \%$$

Aufgabe P8/2016

In der abgebildeten Weltkarte sind die Bevölkerungszahlen der Kontinente für das Jahr 2014 und die voraussichtlichen Werte für das Jahr 2050 dargestellt.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Realschulabschluss BW Pflichtteil 2016

Um wie viel Prozent wird die Bevölkerungszahl von Europa im Zeitraum von 2014 bis 2050 voraussichtlich sinken?
In Afrika steigt die Bevölkerungszahl.
In den Jahren von 2014 bis 2017 nimmt sie jährlich um etwa 2,5 % zu.
Wie hoch ist die zu erwartende Bevölkerungszahl in Afrika im Jahre 2017?

Eine Zeitungsmeldung lautet:

„Im Jahr 2050 ist etwa jeder vierte Mensch ein Afrikaner."

Stimmt diese Aussage? Begründen Sie Ihre Antwort.

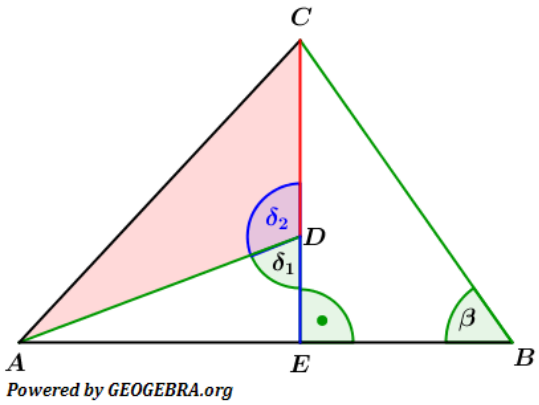
Lösung: Europa $\approx -2\,\%$
Afrika: $\approx 1223{,}3\ Mio.$
Afrika: $\approx 25\,\%$ der Weltbevölkerung
Die Aussage ist richtig.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2016

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{CE}$ über $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{DE}$ über $cos\delta_1$.
Berechnung von $\overline{CD}$ über $\overline{CE} - \overline{DE}$.
Berechnung von δ_2 als Ergänzungswinkel von δ_1 zu $180\,°$.
Berechnung der Fläche des Dreiecks ADC über den trigonometrischen Flächeninhalt mithilfe von $\overline{AD}$, $\overline{CE}$ und δ_2.



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\beta = 9{,}0 \cdot sin55° = 7{,}37$

$\overline{DE}$: $\quad cos\delta_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \quad | \quad \cdot \overline{AD}$

$\overline{DE} = \overline{AD} \cdot cos\delta_1 = 7{,}3 \cdot cos69{,}4\,° = 2{,}57$

$\overline{CD}$: $\quad \overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE} = 7{,}37 - 2{,}57 = 4{,}8$

Die Strecke $\overline{CD}$ ist $4{,}8\ cm$ lang.

δ_2: $\quad \delta_2 = 180° - \delta_1 = 180\,° - 69{,}4\,° = 110{,}6\,°$

A_{ADC}: $\quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD} \cdot sin\delta_2 \quad |$ trigonometrischer Flächeninhalt

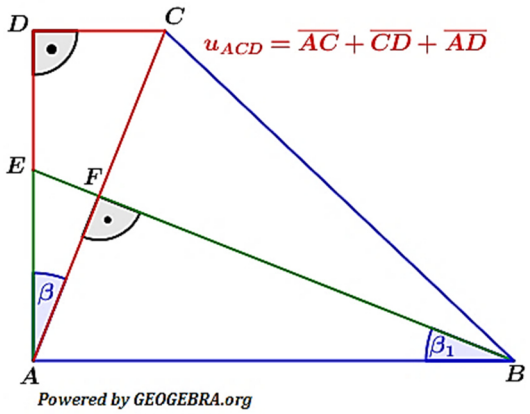
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}3 \cdot 4{,}8 \cdot sin110{,}6\,° = 16{,}3997$

Das Dreieck ADC hat eine Fläche von $16{,}4\ cm^2$.

Lösung P2/2016

Lösungslogik

Berechnung von β_1 über den sin.
Wegen $\overline{AB} = \overline{BC}$ ist das Dreieck ABC ein gleichschenkliges Dreieck. Der Punkt F liegt damit in der Mitte von $\overline{AC}$.
Wegen des rechten Winkels bei F ist $\beta = \beta_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $cos\beta$.
Berechnung von $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{CD}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Umfangs u des Dreiecks ACD.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

β_1: $sin\beta_1 = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{3,1}{8,4} = 0,36905$

$\beta_1 = sin^{-1}\left(\frac{3,1}{8,4}\right) = 21,675\,°$

$\overline{AF}$: Das Dreieck ABC ist gleichschenklig. Der Punkt F liegt in der Mitte der Strecke $\overline{AC}$. Wegen des rechten Winkels bei F ist $\beta = \beta_1$.

$cos\beta = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}}$ | $\cdot \overline{AE}$

$\overline{AF} = \overline{AE} \cdot cos\beta$

$\overline{AF} = 3,1 \cdot cos21,675\,° = 2,88$

$\overline{AC}$: $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AF} = 2 \cdot 2,88 = 5,76$

$\overline{CD}$: $sin\beta = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ | $\cdot \overline{AC}$

$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot sin\beta$

$\overline{CD} = 5,76 \cdot sin21,675\,° = 2,13$

$\overline{AD}$: $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{5,76^2 - 2,13^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{AD} = \sqrt{28,6407} = 5,35$

u_{ACD}: $u_{ACD} = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 5,76 + 2,13 + 5,35 = 13,24$

Der Umfang des Dreiecks ACD beträgt $13,2\ cm$.

Lösung P3/2016

Lösungslogik

Wir benötigen zunächst den Radius des Kreiskegels mit $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$, Mantel M_{Keg} und Länger der Seitenkante s sind gegeben. Danach berechnen wir die Höhe des Kreiskegels über den Satz des Pythagoras. Jetzt steht der Berechnung des Volumens nichts mehr im Wege mit $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{keg}$.

Da Durchmesser und Mantelfläche von Zylinder und Kegel gleich groß sind, gilt $r_{Zyl} = r_{Keg}$ und $M_{Zyl} = M_{Keg}$. Hierüber berechnen wir die Höhe des Zylinders über $M_{Zyl} = 2\pi \cdot r_{Zyl} \cdot h_{Zyl}$. Nach ermittelter Höhenberechnung gilt dann für das Volumen des Zylinders $V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$.

Die Differenz aus V_{Zyl} und V_{Keg} führt dann zum Endergebnis.

Klausuraufschrieb

r_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$ | $:\pi;\ :s$

$r_{Keg} = \frac{M_{Keg}}{\pi \cdot s} = \frac{340}{\pi \cdot 18} = 6,01$

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2} = \sqrt{18^2 - 6,01^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{287,88} = 16,97$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6,01^2 \cdot 16,97 = 641,89$

h_{Zyl}: $M_{Keg} = M_{Zyl} = 2\pi \cdot r_{Zyl} \cdot h_{Zyl}$ | $:(2\pi \cdot r_{Zyl})$

$h_{Zyl} = \frac{M_{Zyl}}{2\pi \cdot r_{Zyl}} = \frac{340}{2\pi \cdot 6,01} = 9,00$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl} = \pi \cdot 6,01^2 \cdot 9 = 1021,27$

ΔV: $\Delta V = V_{Zyl} - V_{Keg} = 1021,27 - 641,89 = 379,38$

Der Volumenunterschied zwischen Kegel und Zylinder beträgt $379,4\ cm^3$.

Lösung P4/2016

Lösungslogik

Boxplot Frauenschuhe:

Die Rangliste besteht aus $n = 17$ Elementen.
Wir berechnen den Zentralwert sowie das untere und obere Quartil und ergänzen den unvollständig vorgegebenen Boxplot.

Rangliste Männerschuhe:

Aus dem gegebenen Boxplot können wir den Wert für Rang 1 und Rang 13 ablesen. Der Zentralwert ist $70\,€$, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 7 stehen.
Unteres Quartil ist $50\,€$, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 4 stehen.
Oberes Quartil ist $120\,€$, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 10 stehen.
Nach Ausfüllen dieser Werte verbleiben noch die Plätze 3, 8 und 9, deren Werte frei wählbar sind, jedoch größer oder gleich ihrem Vorgänger bzw. kleiner oder gleich ihrem Nachfolger sein müssen.

Klausuraufschrieb

Boxplot Frauenschuhe:

Die Rangliste hat $n = 17$ Elemente.

Zentralwert:

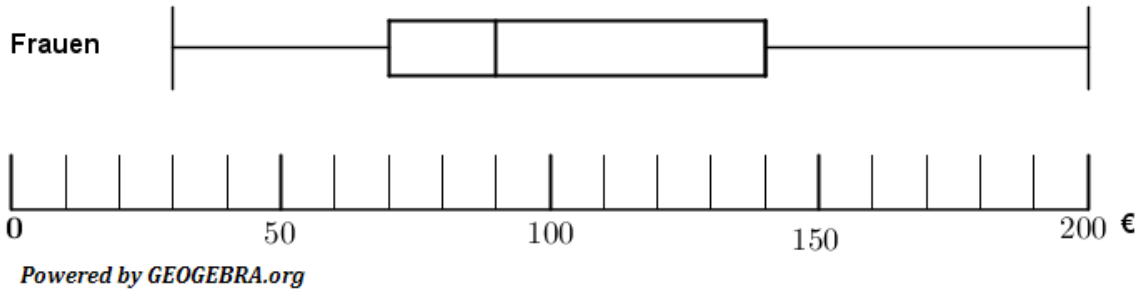
$\frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 9, $z = 90$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 5, $q_u = 70$.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 13, $q_0 = 140$.



Rangliste Männerschuhe:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Preis	30	30	40	50	50	50	70	80	100	120	120	140	170

Lösung P5/2016

$\frac{x+3}{x} = \frac{9}{x^2-3x} - \frac{3}{x-3}$

Nenner 1:		x
Nenner 2:	x^2-3x	$x(x-3)$
Nenner 3:		$x-3$
Hauptnenner:		$x(x-3)$

$x(x-3) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;3\}$

$\frac{(x+3)\cdot\cancel{x}\cdot(x-3)}{\cancel{x}} = \frac{9\cdot\cancel{x(x-3)}}{\cancel{x(x-3)}} - \frac{3\cdot\cancel{x(x-3)}}{\cancel{x-3}}$

$(x+3)(x-3) = 9-3x$ | Klammern auflösen

$x^2-9 = 9-3x$ | $-9;\ +3x$

$x^2+3x-18 = 0$

$x_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2+18} = -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25+18}$ | p/q-Formel

$= -1{,}5 \pm \sqrt{20{,}25} = -1{,}5 \pm 4{,}5$

$x_1 = 3;\quad x_2 = -6$

Wegen $x_1 = 3 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{-6\}$ die einzigste Lösung.

Lösung P6/2016

Lösungslogik

Aufstellen der Scheitelpunktgleichung von p mit Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes.

Aufstellen der Geradengleichung g mit $m = 2$ durch den Scheitelpunkt der Parabel p.

Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x. Einsetzen der ermittelten x-Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y-Koordinate der Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Scheitelpunktgleichung von p und Scheitelpunkt S_p:

p: $y = x^2-6x+10{,}5$ | allgemeine Parabelgleichung

$y = (x-3)^2-9+10{,}5$

$y = (x-3)^2+1{,}5$ | Scheitelpunktgleichung

$S_p(3|1{,}5)$

Geradengleichung g mit $m = 2$ durch S_p:

g: $y = 2x+b$

$1{,}5 = 2\cdot 3+b$ | Punktprobe mit $S_p(3|1{,}5)$

$1{,}5-6 = b$

$b = -4{,}5$

$y = 2x-4{,}5$

Schnittpunkt von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung

(1) $y = 2x-4{,}5$ | Gerade g

(2) $y = x^2-6x+10{,}5$ | Parabel p

(2)-(1) $0 = x^2-8x+14{,}5$ | Subtraktionsverfahren

$x^2-8x+15$

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-15} = 4 \pm 1$ | p/q-Formel

$x_1 = 5; \quad x_2 = 3$
$x_2 = 3$ gilt für den Scheitelpunkt $S_p(3|1{,}5)$
$y_1 = 2 \cdot x_1 - 4{,}5$
$y_1 = 2 \cdot 5 - 4{,}5 = 5{,}5$
Die Koordinaten des zweiten Schnittpunktes sind $Q(5|5{,}5)$.

Lösung P7/2016

Lösungslogik

Gleichzeitiges Ziehen ist Ziehen hintereinander ohne Zurücklegen.
Im Beutel befinden sich insgesamt 10 Kärtchen, 6 mit dem Buchstaben „L", 3 mit dem Buchstaben „T" und eines mit dem Buchstaben „Z".
Wir bestimmen die Einzelereignisse und berechnen deren Wahrscheinlichkeit.

Klausuraufschrieb

$P(SCHALL) = P(L;L) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} \approx 33{,}3\,\%$
$P(SCHATZ) = P\{(T;Z),(Z;T)\} = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{6}{90} \approx 6{,}7\,\%$

Lösung P8/2016

Lösungslogik

Europa:

Wir bilden das Verhältnis aus $726\,Mio.$ in 2050 zu $741\,Mio.$ in 2050. Dies ergibt den Prozentsatz $p_{2050}\%$ der noch vorhanden Bevölkerung Europas in 2050 an. Sie sinkt demnach um $1 - p_{250}\%$.

Afrika:

Der Zeitraum zwischen 2014 und 2017 beträgt 3 Jahre. Der Anfangsbestand von $1136\,Mio$ steigt jährlich um $2{,}5\,\%$. Dies entspricht einem exponentiellen Wachstum mit $B_n = B_0 \cdot q^n$ mit $q = 1 + \frac{p\%}{100}$.

Amerika:

Wenn die Aussage stimmt, dann muss viermal die Bevölkerung von Amerika im Jahre 2050 etwa gleich sein mit der Gesamtsumme der Erdbevölkerung in 2050.

Klausuraufschrieb

Europa:

$p_{2050}\% = \frac{726}{741} \cdot 100 = 97{,}98\,\%$

In Europa leben in 2050 etwa $98\,\%$ der Bevölkerung von 2014. Das sind somit etwa $2\,\%$ weniger als in 2014.

Afrika:

Berechnungszeitraum 2014 bis 2017 entspricht $n = 3$ Jahren. Der Anfangsbestand im Jahre 2014 beträgt $1136\,Mio$. Die Wachstumsrate/Jahr ist $2{,}5\,\%$.
Mit $B_n = B_0 \cdot q^n$ und $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ergibt sich:
$B_n = 1136 \cdot 1{,}025^3 = 1223{,}35$
In Afrika leben im Jahre 2017 etwa $1223{,}4\,Mio$ Menschen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Afrika:

Die Aussage stimmt nur, wenn die Bevölkerung von Afrika im Jahr 2050 multipliziert mit 4 etwa gleich groß ist der Weltgesamtbevölkerung im Jahre 2050.

$4 \cdot B_{2050_{Afrika}} \approx B_{2050_{Amerika}} + B_{2050_{Asien}} + B_{2050_{Afrika}} + B_{2050_{Europa}} + B_{2050_{Australien}}$

$4 \cdot 2428 \stackrel{?}{=} 1217 + 5252 + 2428 + 726 + 60$

$9712 \approx 9683$

Alternativ:

$p_{Afrika}\% = \frac{B_{2050_{Afrika}}}{B_{2050_{Welt}}} \cdot 100 = \frac{2428}{9683} \cdot 100 = 25{,}07\ \%$

Die Aussage ist richtig, da gemäß abgebildeter Weltkarte im Jahre 2050 der Prozentanteil der Afrikaner an der Gesamtweltbevölkerung etwa $25\ \%$ beträgt.

Aufgabe P1/2017

Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck ABC.

Es gilt:

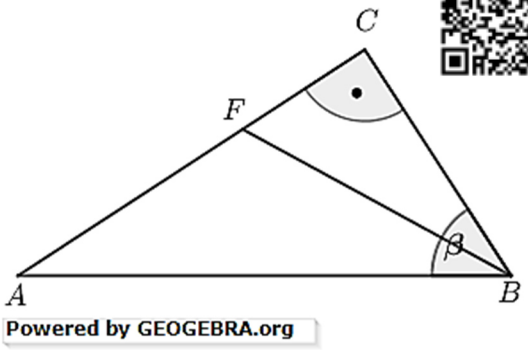
$\overline{BC} = 5{,}8\ cm$

$\overline{BF} = 6{,}6\ cm$

$\overline{BF}$ halbiert den Winkel β.

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks ABF.

Lösung: $u_{ABF} = 23\ cm$



Aufgabe P2/2017

Im Quadrat ABCD liegen das rechtwinklige Dreieck BCE und das gleichschenklige Dreieck ABF.

Es gilt:

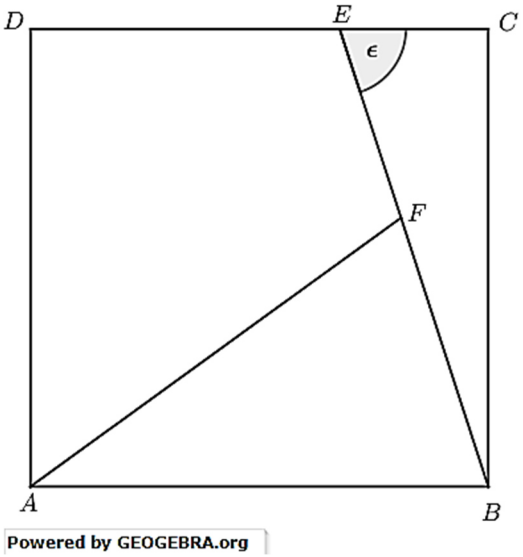
$\overline{BC} = 11{,}8\ cm$

$\epsilon = 72\,°$

$\overline{AB} = \overline{AF}$

Berechnen Sie die Länge von $\overline{EF}$.

Lösung: $\overline{EF} = 5{,}1\ cm$



Aufgabe P3/2017

Ein Körper setzt sich aus einem halben Zylinder und einer quadratischen Pyramide zusammen.

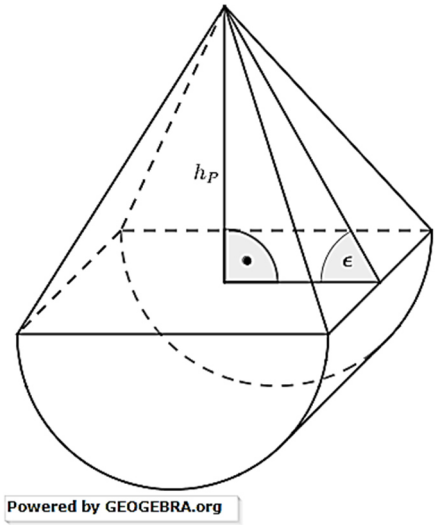
Es gilt:

$h_P = 16\ cm$

$\epsilon = 58\,°$

Berechnen Sie die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers.

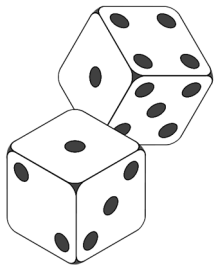
Lösung: $O_{Körper} = 1697{,}3\ cm^2$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2017

Max und Nele spielen ein Würfelspiel.
Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen.
Die beiden Augenzahlen werden addiert (Augensumme).
Gewonnen hat der Spieler mit der größeren Augensumme.



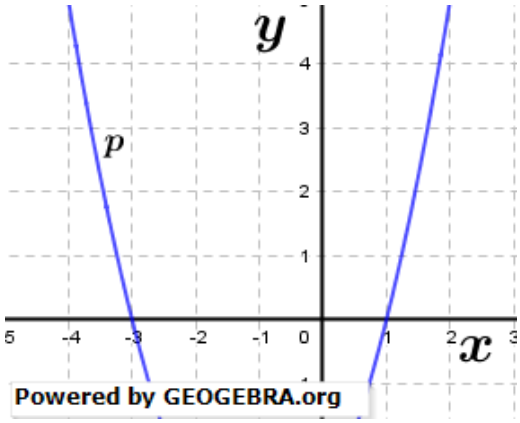
Überprüfen Sie die Aussage:
"Die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 6 ist größer als die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 9." Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder eine Argumentation.
Max hat eine 5 und eine 3 geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf das Spiel gewinnt?

Lösung: Die Aussage „Wahrscheinlichkeit für Augensumme 6 ist größer als für Augensumme 9" ist wahr.

Die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf gewinnt, beträgt 27,8 % %.

Aufgabe P5/2017

Das Schaubild zeigt den Ausschnitt einer verschobenen Normalparabel p.
Eine Gerade g mit der Gleichung $y = 3x + b$ geht durch den Scheitelpunkt S der Parabel p.
Berechnen Sie den zweiten Schnittpunkt Q der Parabel p mit der Geraden g.



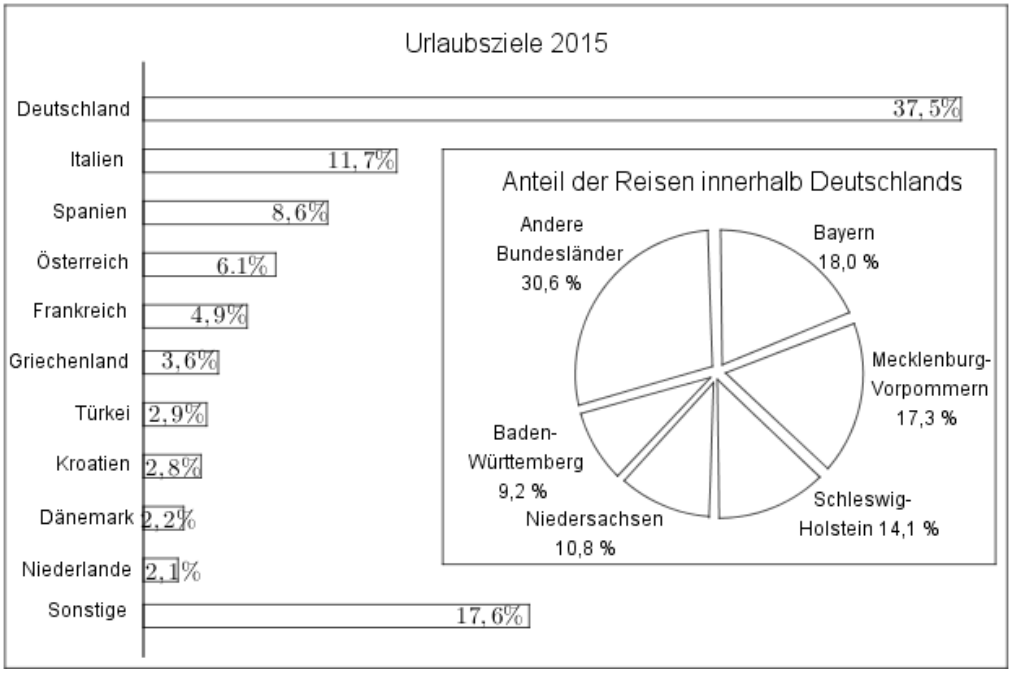
Lösung: $S(-1|-4)$
$y = 3x - 1$
$Q(2|5)$

Aufgabe P6/2017

Lösen Sie die Gleichung:
$(2x-1)(2x+1) - x(x-2) = (x-5)^2 + 6$ $\mathbb{L} = \{-8; 2\}$

Aufgabe P7/2017

Beim Reiseveranstalter Holiday wurden im Jahr 2015 54000 Reisen gebucht. Das Balkendiagramm zeigt die Verteilung der Reisen.
Im Kreisdiagramm sind die Reisen innerhalb Deutschlands dargestellt.



Wie viele Reisen nach Österreich wurden gebucht?
Innerhalb Deutschlands ist Bayern das beliebteste Urlaubsziel. Wie viele Reisen gingen nach Bayern?
Es wurden 704 Reisen in die USA gebucht. Wie hoch ist der prozentuale Anteil der Reisen in die USA an den "sonstigen" Urlaubszielen?

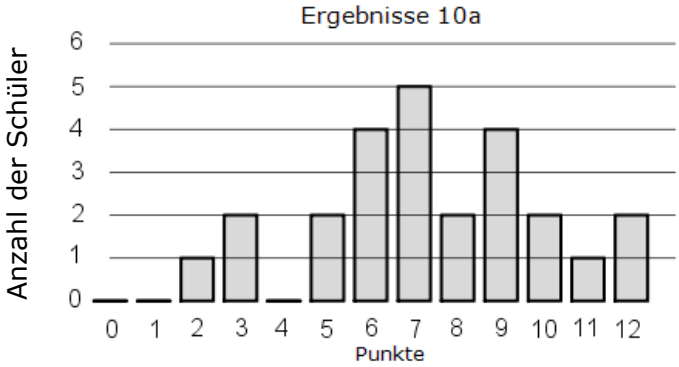
Lösung: *Nach Österreich wurden* 3294 *Reisen gebucht.*
Nach Bayern gingen 3645 *Reisen.*
Der prozentuale Anteil der USA beträgt 7,4 %.

Aufgabe P8/2017

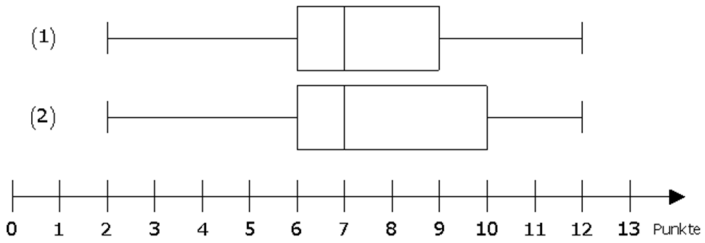
Die Klasse 10a der Mörike-Realschule hat eine Klassenarbeit geschrieben.

Welche der beiden folgenden Boxplots zeigt die Verteilung der Ergebnisse der Klasse 10a?

Begründen Sie Ihre Entscheidung mit Hilfe geeigneter Kennwerte.



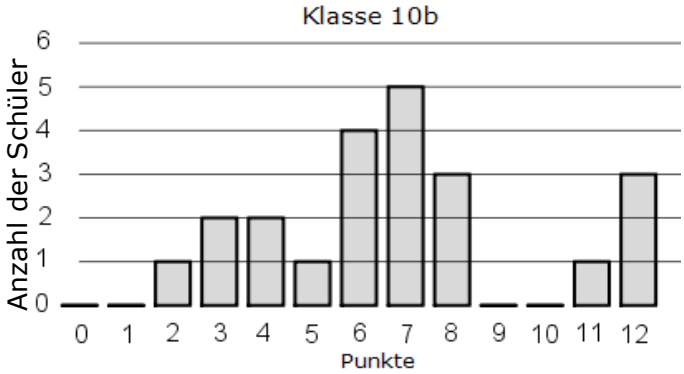
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de



Die Klasse 10b mit 29 Schülerinnen und Schülern hat die gleiche Klassenarbeit geschrieben. Der andere Boxplot zeigt die Verteilung der Ergebnisse dieser Kasse.

Für die Punktzahlen 9 und 10 fehlen im Diagramm die Säulen.

Zeichnen Sie eine mögliche Lösung in das nebenstehende Diagramm ein.



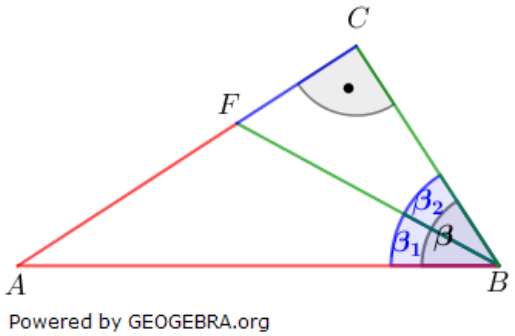
Lösung: Boxplot (1) zeigt die Verteilung der Klasse $10a$.
Boxplot (2) gehört zur Klasse $10b$.

möglich sind:

9 Punkte	3	2	1	0
10 Punkte	4	5	6	7

Lösungslogik

$u_{ABF} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{AF}$
Berechnung von β_2 über den cos.
Wegen $\beta_1 = \beta_2$ ist $\beta = 2 \cdot \beta_2$.
Berechnung von $\overline{AB}$ über den $\cos(\beta)$.
Berechnung von $\overline{FC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{AF} = \overline{AC} - \overline{FC}$.



Klausuraufschrieb

$u_{ABF} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{AF}$

β_2: $\quad cos\beta_2 = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} = \frac{5{,}8}{6{,}6} = 0{,}87879$

$\beta_2 = cos^{-1}\left(\frac{5{,}8}{6{,}6}\right) = 28{,}5\,°$

β: $\quad \beta = 2\beta_2 = 2 \cdot 28{,}5\,° = 57\,°$.

$\overline{AB}$: $\quad \cos(\beta) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB};\ : \cos(\beta)$

$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos(\beta]} = \frac{5{,}8}{\cos(57\,°)} = 10{,}65$

$\overline{FC}$: $\quad \overline{FC} = \sqrt{\overline{BF}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{6{,}6^2 - 5{,}8^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{FC} = \sqrt{9{,}92} = 3{,}15$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{10{,}65^2 - 5{,}8^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{AC} = \sqrt{79{,}7825} = 8{,}93$

$\overline{AF}$: $\quad \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{FC} = 8{,}93 - 3{,}15 = 5{,}78$

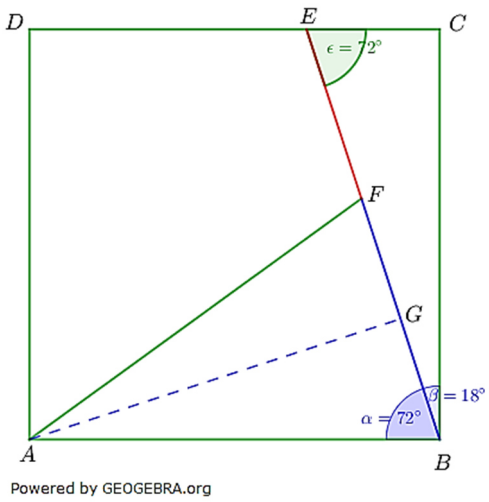
u_{ABF}: $\quad u_{ABF} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{AF} = 10{,}65 + 6{,}6 + 5{,}78 = 23{,}03$

Der Umfang des Dreiecks ABF beträgt $23\ cm$.

Lösung P2/2017

Lösungslogik

$\overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF}$
Berechnung von β als Ergänzungswinkel zu $180\,°$ im Dreieck BCE.
Berechnung von α als Ergänzungswinkel zu $90\,°$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den $cos(\beta)$.
Berechnung von $\overline{BG}$ über den $cos(\alpha)$.
Berechnung von $\overline{BF} = 2 \cdot \overline{BG}$, da das Dreieck ABF gleichschenklig ist.
Berechnung von $\overline{EF}$.



Klausuraufschrieb

$\overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF}$

β: $\beta = 180° - 72° = 18°$

α: $\alpha = 90° - \beta = 90° - 18° = 72°$.

$\overline{BE}$: $cos(\beta) = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}}$ | $\cdot \overline{BE}; : cos(\beta)$

$\overline{BE} = \frac{\overline{BC}}{\cos(\beta]} = \frac{11{,}8}{\cos(18°)} = 12{,}41$

$\overline{BG}$: $cos(\alpha) = \frac{\overline{BG}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$

$\overline{BG} = \overline{AB} \cdot cos(\alpha) = 11{,}8 \cdot cos(72) = 3{,}6464$

$\overline{BF}$: $\overline{BF} = 2 \cdot \overline{BG} = 2 \cdot 3{,}6464 = 7{,}293$

$\overline{EF}$: $\overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} = 12{,}41 - 7{,}293 = 5{,}1172$

Die Strecke $\overline{EF}$ ist $5{,}1\ cm$ lang.

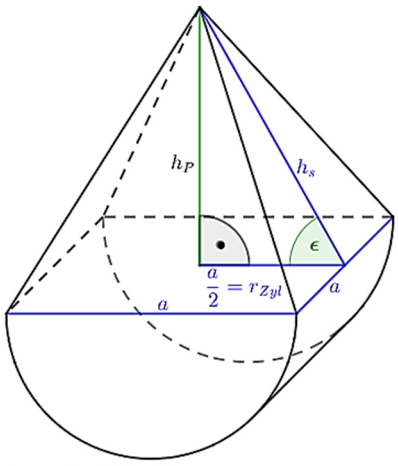
Lösung P3/2017

Lösungslogik

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers besteht aus einem Halbzylinder und dem Mantel einer quadratischen Pyramide.
Mithilfe der gegebenen Höhe und dem Winkel ϵ berechnen wir die Länge der Grundkante a der Pyramide. Der Radius des Zylinders ist dann $\frac{a}{2}$, damit ist seine Höhe gleich a.
Oberfläche des Halbzylinders:

$$\frac{1}{2} \cdot \left(2\pi r_{Zyl}^2 + 2\pi r_{Zyl} \cdot h\right) = \pi \cdot \left(\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}\right)$$

Für den Mantel der Pyramide benötigen wir noch h_s welches wir über den $sin(\epsilon)$ berechnen.
Der Mantel der Pyramide ist $M_{Pyr} = 2a \cdot h_s$.



Klausuraufschrieb

$O_{Körper} = \frac{1}{2} \cdot O_{Zyl} + M_{Pyr}$

O_{Zyl}: $O_{Zyl} = 2\pi r_{Zyl}^2 + 2\pi r_{Zyl} \cdot h_{Zyl} = 2\pi r(r_{Zyl} + h_{Zyl})$

r_{Zyl}: $tan\epsilon = \frac{h_P}{r_{Zyl}}$;

$r_{Zyl} = \frac{h_p}{\tan(\epsilon)} = \frac{16}{tan(58°)} = 10{,}0$

h_{Zyl}: $h_{Zyl} = 2 \cdot r_{Zyl} = 20{,}0$

O_{Zyl}: $O_{Zyl} = 2\pi \cdot 10(10 + 20) = 600\pi \approx 1885$

M_{Pyr}: $M_{Pyr} = 2a \cdot h_s$

h_s: $sin(\epsilon) = \frac{h_p}{h_2}$

$h_s = \frac{h_P}{\sin(\epsilon)} = \frac{16}{\sin(58°)} = 18{,}87$

M_{Pyr}: $M_{Pyr} = 2 \cdot 20 \cdot 18{,}87 \approx 754{,}8$

$O_{Körper} = \frac{1}{2} \cdot 1885 + 754{,}8 = 1697{,}3$

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers beträgt $1697{,}3\ cm^2$.

Lösung P4/2017

Lösungslogik

Wir stellen den Ergebnisraum für die Augensumme „6" und Augensumme „9" auf. Wenn Nele mit dem nächsten Wurf gewinnen will, muss sie die Augensumme größer als „8" würfeln.

Klausuraufschrieb

Augensumme „6" wahrscheinlicher als Augensumme „9":

$S(Augensumme\ 6) = \{(1;5),(5;1).(2;4),(4;2),(3;3)\}$

$S(Augensumme\ 9) = \{(3;6),(6;3).(4;5),(5;4)\}$

Argumentation:

Der Ergebnisraum für die Augensumme „6" ist größer als der der Augensumme „9", die Aussage ist richtig.

Rechnung:

$P(Augensumme\ 6) = 5 \cdot \frac{1}{36} = \frac{5}{36} \approx 13{,}9\ \%$

$P(Augensumme\ 9) = 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{4}{36} \approx 11{,}1\ \%$

Nele gewinnt mit nächsten Wurf:

$S(Augensumme > 8) = \{(3;6),(4;5).(4;6),(5;4),(5;5),(5;6),(6;3),(6;4),(6;5),(6;6)\}$

$P(Augensumme > 8) = 10 \cdot \frac{1}{36} = \frac{10}{36} \approx 27{,}8\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf gewinnt, beträgt $27{,}8\ \%$.

Lösung P5/2017

Lösungslogik

Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes und Aufstellung der Scheitelpunktgleichung von p.

Berechnung des y-Achsenabschnitts der Geraden g durch Einsetzung des Scheitelpunktes in $y = 3x + b$.

Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x. Einsetzen der ermittelten x-Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y-Koordinate der Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt S_p von p und deren Scheitelpunktgleichung:

Nullstellen der Parabel sind $N_1(-3|0)$ und $N_2(1|0)$. Damit liegt die Symmetrieachse in der Mitte der beiden Punkte, also bei $x = -1$.

Die Länge von $x = -1$ bis $x = 1$ beträgt zwei Einheiten. Wegen $y = x^2$ der Normalparabel ist y bei $x = 2$ gleich 4. Somit muss man von $x = -1$ aus vier Einheiten nach unten gehen, um den Scheitelpunkt zu erhalten.

$S_p(-1|-4)$

p:	$y = (x+1)^2 - 4$	|	Scheitelpunktgleichung
	$y = x^2 + 2x - 3$	|	allgemeine Form Parabelgleichung

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Berechnung von b in $y = 3x + b$:

g: $y = 3x + b$

$S_p(-1|-4) \rightarrow g$

$-4 = 3 \cdot (-1) + b$ | $+3$

$b = -1$

g: $y = 3x - 1$

Schnittpunkte von p und g durch Gleichsetzung:

$x^2 + 2x - 3 = 3x - 1$ | $-3x;\ +1$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x_{1,2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2} = 0{,}5 \pm 1{,}5$ | p/q-Formel

$x_1 = 2;\ \ x_2 = -1$

$x_1 \rightarrow g$

$y = 3 \cdot 2 - 1 = 5 \ \Rightarrow\ Q(2|5)$

$x_2 \rightarrow g$

$y = 3 \cdot (-1) - 1 = -4 \ \Rightarrow\ S_p(-1|-4)$

Der zweite Schnittpunkt Q hat die Koordinaten $Q(2|5)$.

Lösung P6/2017

$(2x - 1)(2x + 1) - x(x - 2) = (x - 5)^2 + 6$ | ausmultiplizieren

$4x^2 - 1 - x^2 + 2x = x^2 - 10x + 25 + 6$ | Zusammenfassen

$3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 10x + 31$ | $-x^2;\ +10x;\ -31$

$2x^2 + 12x - 32 = 0$ | $:2$

$x^2 + 6x - 16 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{9 + 16} = -3 \pm \sqrt{25} = -3 \pm 5$

$x_1 = 2;\quad x_2 = -8$

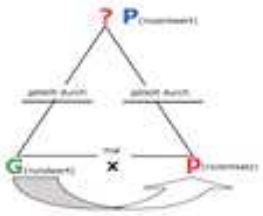
$\mathbb{L} = \{-8; 2\}$

Lösung P7/2017

<u>Lösungslogik</u>

Reisen nach Österreich:

54000 ist der Grundwert, $6{,}1\,\%$ der Prozentsatz. Gesucht ist der Prozentwert.

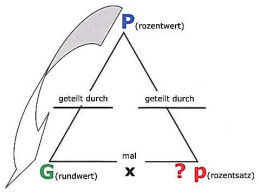


Reisen nach Bayern:

$37{,}5\,\%$ von 54000 Reisen gingen nach Deutschland, $18\,\%$ davon nach Bayern. Gesucht ist zunächst der Prozentwert für Deutschland. Dieser wird zum neuen Grundwert mit $100\,\%$. Davon die $18\,\%$ sind die Reisen nach Bayern

Reisen in die USA:

$17{,}6\,\%$ von 54000 Reisen gingen nach „sonstigen" Urlaubsziele. Wir berechnen den Prozentwert. Dieser wird zum Grundwert der „sonstigen" Urlaubsziele. Von diesem Grundwert gingen 704 Reisen in die USA, diese Anzahl stellt einen Prozentwert dar, wir ermitteln den Prozentsatz über die Berechnung von Prozentwert dividiert durch Grundwert.



Klausuraufschrieb

Reisen nach Österreich:

$P = G \cdot p = 54000 \cdot 0{,}061 = 3294$

3294 *Reisen gingen nach Österreich.*

Reisen nach Bayern:

$P = G \cdot p = 54000 \cdot 0{,}375 = 20250$

20250 *Reisen gingen nach Deutschland.*

$P = G \cdot p = 20250 \cdot 0{,}18 = 3645$

3645 *Reisen gingen nach Bayern.*

Reisen in die USA:

$P = G \cdot p = 54000 \cdot 0{,}176 = 9504$

9504 *Reisen gingen nach „sonstigen" Urlaubszielen, darunter die USA mit* 704 *Reisen.*

$p = \frac{P}{G} = \frac{704}{9504} = 0{,}074 = 7{,}4\ \%$

Der prozentuale Anteil der Reisen in die USA beträgt $7{,}4\ \%$.

Lösung P8/2017

Lösungslogik

Klasse 10a:

Wir lesen die Anzahl der Schüler der Klasse 10a über die Grafik ab und berechnen den Zentralwert sowie das untere und obere Quartil. Daraus lässt sich dann der korrekte Boxplot ableiten.

Klasse 10b:

Durch die Angabe „29 Schüler" und der gegebenen Grafik können wir feststellen, wie viele Schüler auf die Punktzahlen 9 und 10 verteilen können. Da der andere Boxplot die Verteilung der Klasse 10b darstellt, lässt sich nun über die Quartilsbestimmung die Lösung für die Anzahl Schüler, die 9 bzw. 10 Punkte erreicht haben, bestimmen.

Klausuraufschrieb

Klasse 10a:

Anzahl Schüler aus Grafik abgelesen:

0 Punkte	0 Schüler	1 Punkt	0 Schüler
2 Punkte	1 Schüler	3 Punkte	2 Schüler
4 Punkte	0 Schüler	5 Punkte	2 Schüler
6 Punkte	4 Schüler	7 Punkte	5 Schüler
8 Punkte	2 Schüler	9 Punkte	4 Schüler
10 Punkte	2 Schüler	11 Punkte	1 Schüler
12 Punkte	2 Schüler		

Insgesamt also 25 Schüler

Zentralwert:

$\frac{n}{2} = \frac{25}{2} = 12{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 13, $z = 7$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{25}{4} = 6{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 7, $q_u = 6$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 25 = 18{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 19, $q_0 = 9$.

Boxplot (1) weist einen oberen Quartilswert 9 auf, somit gehört Boxplot (1) zur Klasse 10a.

Klasse 10b:

Anzahl Schüler aus Grafik abgelesen:

0 Punkte	0 Schüler	1 Punkt	0 Schüler
2 Punkte	1 Schüler	3 Punkte	2 Schüler
4 Punkte	2 Schüler	5 Punkte	1 Schüler
6 Punkte	4 Schüler	7 Punkte	5 Schüler
8 Punkte	3 Schüler	9 Punkte	nicht bekannt
10 Punkte	nicht bekannt	11 Punkte	1 Schüler
12 Punkte	3 Schüler		

Also 22 Schüler über die Grafik. Anzahl Schüler gemäß Aufgabe 29. Somit können 7 Schüler auf die Plätze 9 und 10 verteilt werden.

Zentralwert und unteres Quartil wie Klasse 10a, somit ist eine Entscheidung über das obere Quartil zu treffen.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 29 = 21{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 22, $q_0 = 10$. (aus Grafik)

Ranglistenanzahl bis 8 Punkte ist 18. Damit müssen die Rangplätze 19 bis 25 auf 9 bzw. 10 Notenpunkte aufgeteilt werden, wobei ab Rangplatz 22 10 Notenpunkte zwingend sind.

Also müssen mindestens 4 Schüler 10 Notenpunkte erreicht haben.

Dies ergibt Lösungsmöglichkeiten gemäß nachfolgender Tabelle:

9 Punkte	3	2	1	0
10 Punkte	4	5	6	7

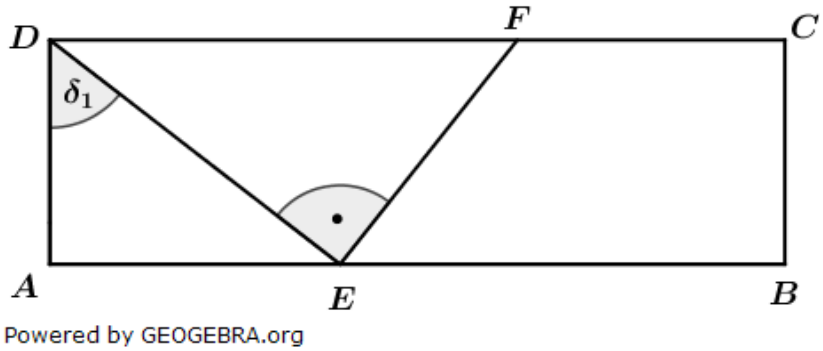
Aufgabe P1/2018

Im Rechteck *ABCD* gilt:

$\overline{AB} = 14{,}5\ cm$
$\overline{AD} = 5{,}4\ cm$
$\delta_1 = 52\,°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes *EBCF*.

Lösung: $A_{EBCF} = 29{,}6\ cm^2$



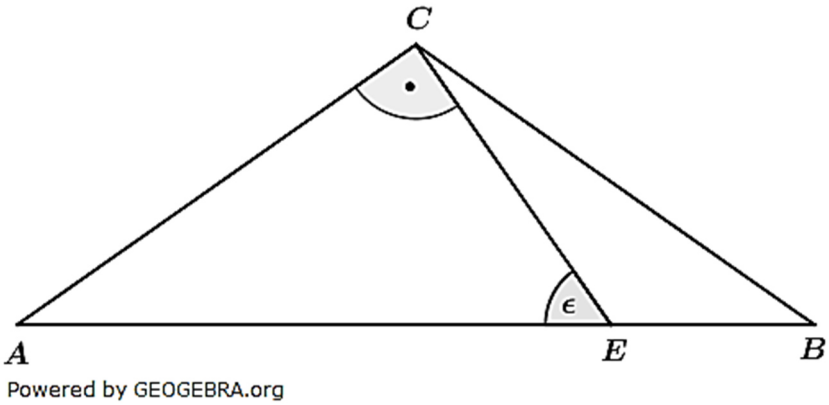
Aufgabe P2/2018

Gegeben sind das gleichschenklige Dreieck *ABC* und das rechtwinklige Dreieck *AEC*.
Es gilt:

$\overline{AE} = 9{,}4\ cm$
$\epsilon = 55\,°$
$\overline{AC} = \overline{BC}$

Berechnen Sie die Länge von $\overline{BE}$.

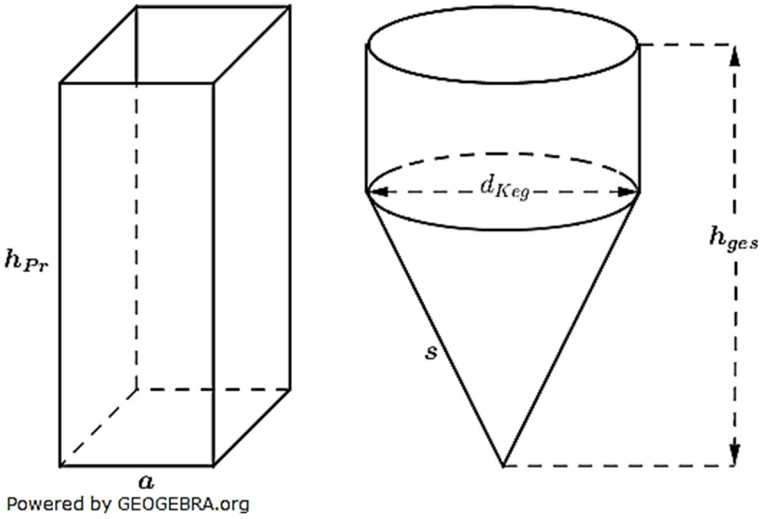
Lösung: $\overline{BE} = 3{,}2\ cm$



Aufgabe P3/2018

Die Abbildung zeigt ein quadratisches Prisma und einen zusammengesetzten Körper. Der zusammengesetzte Körper besteht aus einem Kegel mit aufgesetztem Zylinder.
Das quadratische Prisma ist vollständig mit Wasser gefüllt. Dieses Wasser wird in den zusammengesetzten Körper umgefüllt.
Es gilt:

$a = 10{,}0\ cm$
$h_{Pr} = h_{ges} = 25{,}0\ cm$
$s = 20{,}0\ cm$
$d = 17{,}8\ cm$



Wie hoch steht das Wasser im zusammengesetzten Körper?

Lösung: $h_W = 22\ cm$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2018

Die Grafik zeigt den täglichen Wasserverbrauch pro Kopf in Deutschland.

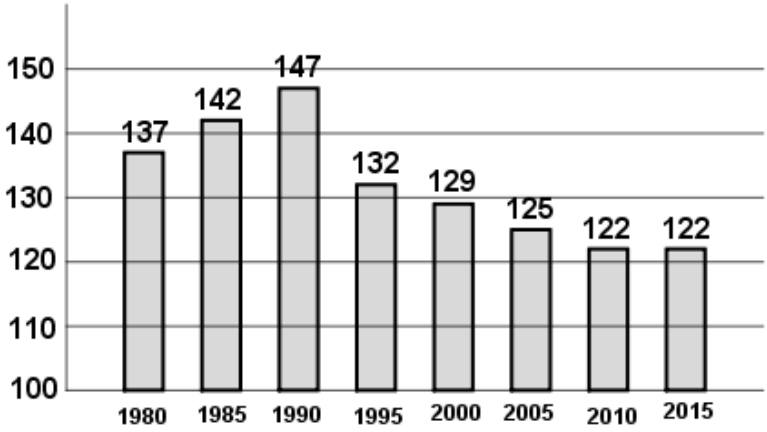
Um wie viel Prozent hat der Wasserverbrauch pro Kopf im Zeitraum von 1990 bis 2010 abgenommen?

Berechnen Sie, wie viele Liter Wasser im Jahr 2015 täglich für die Körperpflege pro Einwohner verbraucht wurden.

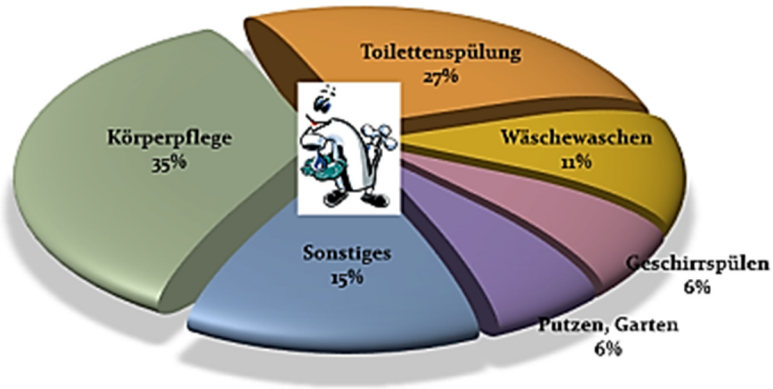
Einer Studie zufolge nimmt der Wasserverbrauch pro Kopf in den fünf Jahren von 2015 bis 2020 ab. Man geht davon aus, dass sich der Wasserverbrauch um 1% pro Jahr, bezogen auf das Vorjahr, verringert.

Mit welchem täglichen Wasserverbrauch pro Kopf ist 2020 zu rechnen?

Entwicklung des Pro-Kopf-Wasserverbrauchs
Angaben in Litern pro Einwohner und Tag in Deutschland



Täglicher Wasserverbrauch pro Einwohner
in Deutschland in Prozent im Jahr 2015



Lösungen: *Abnahme von 1990 bis 2010 ca. 17 %.*
Etwa 42,7 Liter für die Körperpflege.
Im Jahre 2020 ist mit einem täglichen Wasserverbrauch von 116 Liter Wasser pro Kopf zu rechnen.

Aufgabe P5/2018

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an.

$\frac{4}{x}+\frac{2x-2}{x+2}=\frac{3x^2}{x^2+2x}$ $\qquad \mathbb{D}=x\in\mathbb{R}\setminus\{0;-2\};\quad \mathbb{L}=\{4\}$

Aufgabe P6/2018

Zu einer verschobenen, nach oben geöffneten Normalparabel p gehört die teilweise ausgefüllte Wertetabelle.

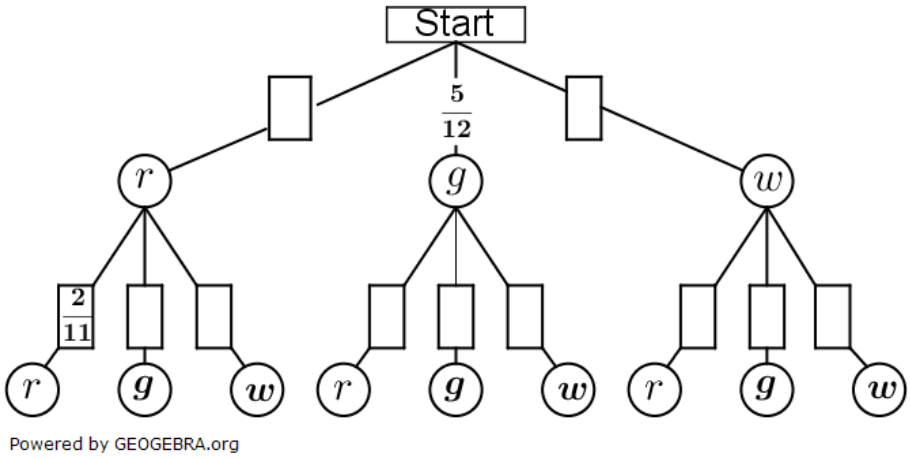
x	0	1	2	3	4	5	6
y	5						5

Geben Sie die Funktionsgleichung der Parabel p an.
Ergänzen Sie die fehlenden Werte in der Tabelle.
Durch den Schnittpunkt R der Parabel p mit der y-Achse und dem Scheitelpunkt S verläuft die Gerade g.
Berechnen Sie die Steigung m der Geraden g.

Lösung: $y = x^2 - 6x + 5$
$R(0|5);\ S(3|-4);\ m_g = -3$

Aufgabe P7/2018

In einer Schale liegen rote, grüne und weiße Gummibärchen. Insgesamt sind es 12 Stück. Julietta nimmt ohne hinzusehen gleichzeitig zwei Gummibärchen aus der Schale.
Die Grafik zeigt ein unvollständiges Baumdiagramm dieses Zufallsversuchs.



Vervollständigen Sie dieses Baumdiagramm.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Julietta bei diesem Zufallsversuch

- genau ein rotes Gummibärchen,
- höchstens ein weißes Gummibärchen?

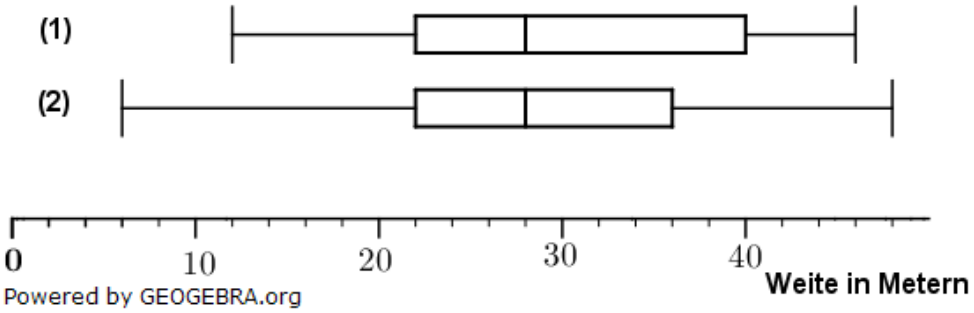
Lösung: $P(ein\ rotes) = \frac{9}{22} = 40{,}9\ \%$

$P(höchstens\ einmal\ weiß) = \frac{10}{11} = 90{,}9\ \%$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P8/2018

Die Jungen der Klasse 7a und 7b werfen im Sportunterricht mit einem $200\,g$ Ball.
Die Wurfweiten werden in ganzen Metern erfasst.
Die Verteilungen der Wurfweiten der 17 Jungen der Klasse 7a und der 13 Jungen der Klasse 7b sind in den beiden Boxplots dargestellt.



Rangplatz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Klasse 7a						23	25	28	28	35	36	38	40				

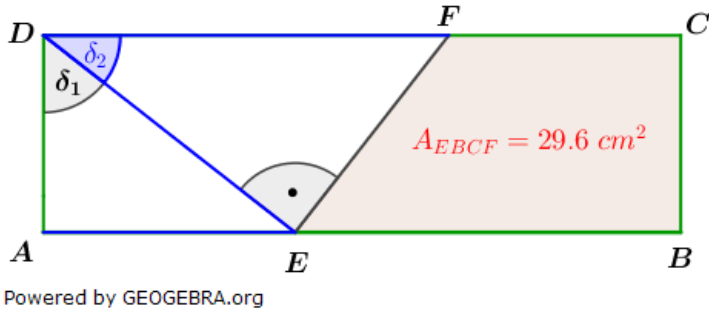
Rangplatz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Klasse 7b					24	25	28	28	29	36	38	40	

Ordnen Sie die Boxplots den unvollständigen Ranglisten der Klasse 7a und 7b zu.
Begründen Sie Ihre Entscheidung mithilfe geeigneter Kennwerte.
Ergänzen Sie die Ranglisten mit möglichen Werten.
Tom und Marc aus der Klasse 7a wurden im Nachhinein aus der Wertung genommen, da sie übertreten hatten. Tom hatte den Ball $23\,m$ und Marc $36\,m$ weit geworfen.
Alex behauptet: "Der Zentralwert ändert sich nicht, wenn Tom und Marc aus der Wertung genommen werden."
Hat Alex Recht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung: *Boxplot (1) zeigt die Verteilung der Klasse 7a.*
Boxplot (2) zeigt die Verteilung der Klasse 7b.
Alex hat Recht.

Lösung P1/2018

Lösungslogik



$A_{EBCF} = \frac{\overline{EB}+\overline{FC}}{2} \cdot \overline{BC}$

Berechnung von $\overline{AE}$ über den $\tan(\delta_1)$ im Dreieck AED.

Berechnung von $\overline{EB}$ über $\overline{AB} - \overline{AE}$.

Berechnung von $\overline{DE}$ über den Satz des Pythagoras.

Berechnung von δ_2 als Ergänzungswinkel zu $90°$ von δ_1.

Berechnung von $\overline{DF}$ über den $\cos(\delta_2)$ im Dreieck DEF.

Berechnung von $\overline{EB}$ über $\overline{AB} - \overline{DF}$.

Berechnung von A_{EBCF}.

Klausuraufschrieb

$A_{EBCF} = \frac{\overline{EB}+\overline{FC}}{2} \cdot \overline{BC}$

$\overline{AE}$: $\tan(\delta_1) = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}$

$\overline{AE} = \overline{AD} \cdot \tan(\delta_1) = 5{,}4 \cdot \tan(52\,°) = 6{,}9117$

$\overline{EB}$: $\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 14{,}5 - 6{,}9 = 7{,}6$

$\overline{DE}$: $\overline{DE} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{AE}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{DE} = \sqrt{5{,}4^2 + 6{,}9^2} = 8{,}76$

δ_2: $\delta_2 = 90\,° - \delta_1 = 90\,° - 52\,° = 38\,°$

$\overline{DF}$: $\cos(\delta_2) = \frac{\overline{DE}}{\overline{DF}}$

$\overline{DF} = \frac{\overline{DE}}{\cos(\delta_2)} = \frac{8{,}76}{\cos(38\,°)} = 11{,}12$

$\overline{FC}$: $\overline{FC} = \overline{AB} - \overline{DF} = 14{,}5 - 11{,}12 = 3{,}38$

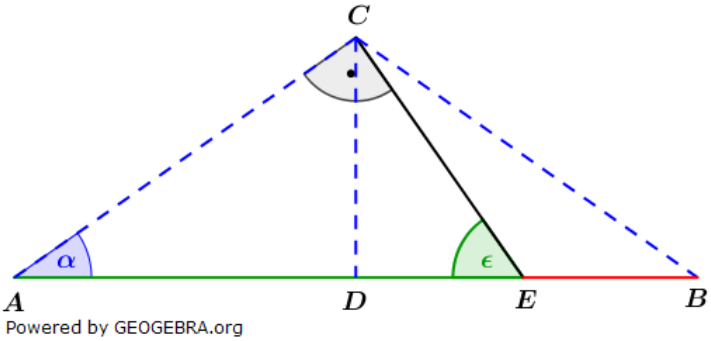
$\overline{BC}$: $\overline{BC} = \overline{AD} = 5{,}4$

$A_{EBCF} = \frac{7{,}6+3{,}38}{2} \cdot 5{,}4 = 29{,}646$

Das Trapez $EBCF$ hat eine Fläche von $29{,}6\ cm^2$.

Lösung P2/2018

Lösungslogik



$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE}$

Berechnung von $\overline{AC}$ über den $sin(\epsilon)$ im Dreieck AEC.

Berechnung von α als Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von ϵ.

Berechnung von $\overline{AD}$ über den $cos(\alpha)$ im Dreieck *ADC*.

Berechnung von $\overline{AB}$ aus $2 \cdot \overline{AD}$ (Das Dreieck ABC ist gleichschenklig).

Berechnung von $\overline{EB}$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE}$

$\overline{AC}$: $\quad sin\,(\epsilon) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$

$\overline{AC} = \overline{AE} \cdot sin(\epsilon) = 9{,}4 \cdot sin\,(55\,°) = 7{,}7$

α: $\quad \alpha = 90\,° - \epsilon = 90° - 55° = 35°$

$\overline{AD}$: $\quad cos(\alpha) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

$\overline{AD} = \overline{AC} \cdot cos(\alpha) = 7{,}7 \cdot cos(35\,°) = 6{,}3074$

$\overline{AB}$: $\quad \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AD} = 2 \cdot 6{,}3074 = 12{,}615$

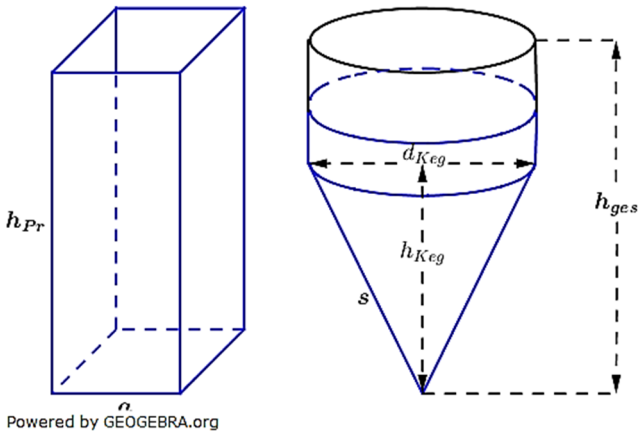
$\overline{EB}$: $\quad \overline{EB} = 12{,}615 - 9{,}4 = 3{,}215$

Die Strecke $\overline{EB}$ ist $3{,}2\ cm$ lang.

Lösung P3/2018

Lösungslogik

Die Wasserfüllung ist in nebenstehender Graphik durch die blauen Linien gekennzeichnet.



Wir berechnen zunächst das Volumen des Prismas über $V_{Pr} = G_{Pr} \cdot h_{Pr}$.
Danach berechnen wir das Volumen des Kreiskegels mit
$V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$
Da h_{Keg} nicht gegeben ist, müssen wir h_{Keg} berechnen über den Satz des Pythagoras mit der Seitenkante s und dem Radius des Kegels mit $r_{Keg} = \frac{1}{2}d$.
Jetzt können wir V_{Keg} bestimmen.
Die Differenz aus $V_{Pr} - V_{Keg}$ ist das Wasservolumen, welches dann vom Zylinder aufgenommen wird. Über $V_{Pr} - V_{Keg} = \pi r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$ (mit $r_{Zyl} = r_{Keg}$) ermitteln wir die Höhe des im Zylinder stehenden Wassers.
Die gesuchte Höhe ist dann $h_{Keg} + h_{Zyl}$.

Klausuraufschrieb

$V_{Pr} = G_{Pr} \cdot h_{Pr} = a^2 \cdot h_{Pr} = 100 \cdot 25 = 2500\ cm^3$

$V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$

h_{Keg}: $\quad h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2}$ $\quad$ | $\quad$ Satz des Pythagoras

r_{Keg}: $\quad r_{Keq} = \frac{1}{2} \cdot d = 8{,}9$

$h_{Keg} = \sqrt{20^2 - 8{,}9^2} = 17{,}91$

V_{Keq}: $\quad V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 8{,}9^2 \cdot 17{,}91 = 1485{,}61$

V_{Rest}: $\quad V_{Rest} = V_{Pr} - V_{Keg} = 2500 - 1485{,}61 = 1014{,}39$

Der aufgesetzte Zylinder muss somit noch $1014{,}39\ cm^3$ Wasser aufnehmen.

h_{Zyl}: $V_{Rest} = V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$

$1014{,}39 = \pi \cdot 8{,}9^2 \cdot h_{Zyl}$

$1014{,}39 = 248{,}8456 \cdot h_{Zyl}$ | $:248{,}8456$

$h_{Zyl} = 4{,}07$

h_W: $h_W = h_{Keg} + h_{Zyl} = 17{,}91 + 4{,}07 = 21{,}98$

Das Wasser steht ca. $22\ cm$ *hoch im Körper.*

Lösung P4/2018

Lösungslogik

Abnahme Wasserverbrauch zwischen 1990 du 2010:

Wir lesen den Verbrauch von *1990* und *2010* aus dem gegebenen Balkendiagramm ab. Gesucht ist der Prozentsatz der Abnahme.

Wasserverbrauch für Körperpflege in 2015:

Wir lesen den Verbrauch von *2015* aus dem gegebenen Balkendiagramm ab sowie den Prozentanteil für Körperpflege aus dem Tortendiagramm. Gesucht ist der Prozentwert.

Täglicher Wasserverbrauch pro Kopf in 2020:

Wir lesen den Verbrauch von *2015* aus dem gegebenen Balkendiagramm ab und vermindern diesen Wert fünfmal um $1\ \%$.

Eleganter ist jedoch die Exponentialformel, die wir von der Zinseszinsrechnung her kennen: $K_n = K_0 \cdot q^n$. Wegen der Abnahme müssen wir $q = 1 - \frac{p\%}{100}$ setzen.

Klausuraufschrieb

Abnahme Wasserverbrauch zwischen 1990 und 2010:

Verbrauch 1990 aus Diagramm : $147\ l$

Verbrauch 2010 aus Diagramm : $122\ l$

Prozentsatz der Abnahme:

$p\ \% = 100\ \% - \frac{V_{2010}}{V_{1990}} \cdot 100\ \% = 100\ \% - 83\ \% = 17\ \%$

Die Abnahme des pro Kopf-Verbrauchs von 1990 bis 2010 beträgt 17 %.

Wasserverbrauch für Körperpflege in 2015:

Verbrauch 2015 aus Balkendiagramm (Grundwert) : $122\ l$

Anteil Körperpflege aus Tortendiagramm (Prozentsatz) : $35\ \%$

Prozentwert :

$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 122 \cdot \frac{35\ \%}{100} = 42{,}7$

Im Jahre 2015 wurden etwa 42,7 Liter Wasser pro Kopf für die Körperpflege verbraucht.

Täglicher Wasserverbrauch pro Kopf in 2020 tabellarisch:

Verbrauch 2015 aus Balkendiagramm (Grundwert) : $122\ l$

Verbrauch 2016 : $122{,}00 \cdot 0{,}99 = 120{,}78$

Verbrauch 2017 : $120{,}78 \cdot 0{,}99 = 119{,}57$

Verbrauch 2018 : $119{,}57 \cdot 0{,}99 = 118{,}37$

Verbrauch 2019 : $118{,}37 \cdot 0{,}99 = 117{,}19$

Verbrauch 2020 : $117{,}19 \cdot 0{,}99 = 116{,}02$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Täglicher Wasserverbrauch pro Kopf in 2020 über Formel:

$V_{2020} = V_{2015} \cdot q^5$ *mit* $q = 1 - \frac{p\%}{100} = 1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$

$V_{2020} = 122 \cdot 0{,}99^5 = 116{,}02$

Im Jahre 2020 ist mit einem täglichen Wasserverbrauch von 116 Liter Wasser pro Kopf zu rechnen.

Lösung P5/2018

$\frac{4}{x} + \frac{2x-2}{x+2} = \frac{3x^2}{x^2+2x}$

Nenner 1:		x
Nenner 2:		$x+2$
Nenner 3:	x^2+2x	$x(x+2)$
Hauptnenner:		$x(x+2)$

$x(x+2) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = -2$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0; -2\}$

$\frac{4\cdot\cancel{x}\cdot(x+2)}{\cancel{x}} + \frac{(2x-2)\cdot\cancel{x(x+2)}}{\cancel{(x+2)}} = \frac{3x^2\cdot\cancel{x(x+2)}}{\cancel{x^2+2x}}$

$4(x+2) + x\cdot(2x-2) = 3x^2$ | Klammern auflösen

$4x + 8 + 2x^2 - 2x = 3x^2$ | $-3x^2$

$-x^2 + 2x + 8 = 0$ | $\cdot(-1)$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+8} = 1 \pm \sqrt{9} = 1 \pm 3$ | p/q-Formel

$x_1 = 4; \quad x_2 = -2$

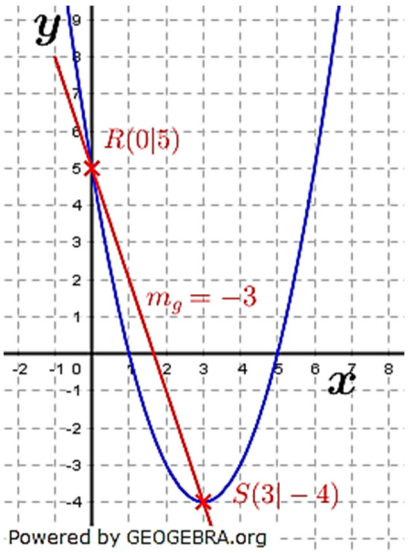
Wegen $x_2 = -2 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{4\}$ die einzigste Lösung.

Lösung P6/2018

Lösungslogik

Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel P:

Die allgemeine Form einer Parabelgleichung (Normalparabel) lautet $y = x^2 + bx + c$. Über die beiden gegebenen Punkte aus der Tabelle $R(0|5)$ und $P_6(6|5)$ berechnen wir durch Punktproben die Parameter b und c.



Ergänzung der Tabelle:

Nachdem wir die Parabelgleichung kennen, berechnen wir die fehlenden y-Werte zu den einzelnen x-Werten durch Einsetzen der x-Werte in die Parabelgleichung.

Bestimmung der Koordinaten von R und S:

$R(0|5)$ aus Tabelle abgelesen, $S(3|-4)$ aus ergänzter Tabelle abgelesen.

Berechnung der Steigung m einer Geraden durch R und S:

Nachdem die beiden Punkte bekannt sind, Berechnung der Steigung über die Formel $m = \frac{y_R - y_S}{x_R - x_S}$.

Klausuraufschrieb

Bestimmung der Funktionsgleichung der Parabel P:

$y = x^2 + bx + c$

$5 = 0^2 + b \cdot 0 + c$ | Punktprobe mit $R(0|5)$ (siehe Tabelle)

$c = 5$

$5 = 6^2 + b \cdot 6 + 5$ | Punktprobe mit $P_6(6|5)$ (siehe Tabelle)

$5 = 36 + b \cdot 6 + 5$

$6b = -36$ | $:6$

$b = -6$

Die Funktionsgleichung der Parabel P lautet $y = x^2 - 6x + 5$.

Ergänzung der Tabelle:

P_1: $y_1 = 1^2 - 6 \cdot 1 + 5 = 0$

P_2: $y_2 = 2^2 - 6 \cdot 2 + 5 = -3$

P_3: $y_3 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = -4$

P_4: $y_4 = 4^2 - 6 \cdot 4 + 5 = -3$

P_5: $y_5 = 5^2 - 6 \cdot 5 + 5 = 0$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

Bestimmung der Koordinaten von R und des Scheitelpunktes S:

$R(0|5)$ (siehe Tabelle), $S(3|-4)$ (siehe Tabelle)

Berechnung der Steigung m einer Geraden durch R und S:

$m = \frac{y_R - y_S}{x_R - x_S} = \frac{5-(-4)}{0-3} = \frac{9}{-3} = -3$

Die Steigung der Geraden g durch die Punkte R und S ist $m = -3$.

Lösung P7/2018

Lösungslogik

Für Grün im ersten Zug gilt $\frac{5}{12}$. Dies bedeutet, dass sich insgesamt 12 Gummibärchen in der Urne befinden.

Für Rot im zweiten Zug gilt $\frac{2}{11}$. Wegen der „11" im Nenner handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen. Da sich (wegen der „2" im Zähler) nach Ziehen von Rot im ersten Zug noch zwei rote Gummibärchen in der Urne befinden müssen, also waren es anfänglich drei rote Gummibärchen.

Damit verbleiben für Weiß vier weiße Gummibärchen, was ja insgesamt wieder 12 Gummibärchen macht.
Über diese Logik / Feststellung kann der Rest es Baumdiagramms ausgefüllt werden.

Genau ein rotes Gummibärchen:
Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rg; rw; gr; wr\}$. Ermittlung der Wahrscheinlichkeit über die zweite Pfadregel.

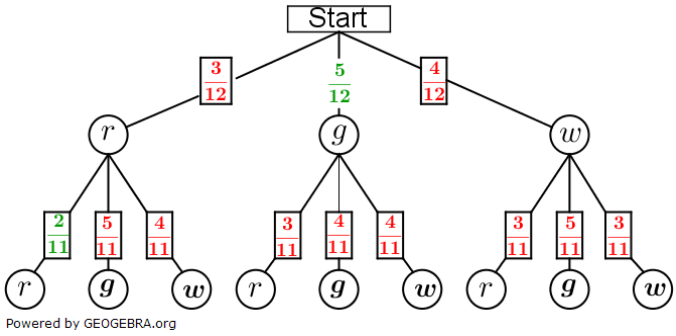
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Höchstens ein weißes Gummibärchen:
Höchstens bedeutet ein oder kein weißes Gummibärchen. Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rr; rg; rw; gr; gg; gw; wr; wg\}$. Dies sind zu viele Berechnungen. Einfacher ist hier das Gegenereignis mit $\mathrm{P}(\text{höchstens 1 weißes Bärchen}) = 1 - P(ww)$.

Klausuraufschrieb

Genau ein rotes Gummibärchen:

$P(genau\ 1\ mal\ rot) =$
$P(rg; rw; gr; wr) =$
$\frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} =$
$\frac{15+12+15+12}{132} = \frac{54}{132} = \frac{9}{22}$



Die Wahrscheinlichkeit, genau ein rotes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{9}{22}$.

Höchstens ein weißes Gummibärchen:
Das Gegenereignis ist zwei weiße Gummibärchen. Somit gilt:
$P(höchstens\ einmal\ weiß) = 1 - P(zweimal\ weiß)$
$P(zweimal\ weiß) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{132} = \frac{1}{11}$
$1 - P(zweimal\ weiß) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$
Die Wahrscheinlichkeit höchstens ein weißes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{10}{11}$.

Lösung P8/2018

Lösungslogik

Wir berechnen die Zentralwerte sowie die oberen Quartile an Hand der gegebenen Ranglisten und vergleichen die Ergebnisse mit den beiden Boxplots. Daraus leiten wir die Entscheidung ab, welches Boxplot zu welcher Klasse gehört.

Ergänzung der Ranglisten:
Wir lesen noch zusätzliche Informationen aus den Boxplots ab (z. B. Minimum und maximum) und ergänzen die Tabellen.

Behauptung von Alex:
Siehe Klausuraufschrieb.

Klausuraufschrieb

Rangliste Klasse 7a:
Die Rangliste hat $n = 17$ Elemente.
Zentralwert:
$\frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 9, $z = 28$.
Unteres Quartil:
$\frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 5, Platz 5 bei $7a$ nicht belegt, verweist auf Boxplot (1). Beide Boxplots haben $q_u = 22$, somit gehört Boxplot (1) zur Klasse 7a. Auf Platz 5 der Rangliste steht 22.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75 \Rightarrow$ Das obere Quartil steht auf Platz 13, $q_o = 40$, Boxplot (1) weist diesen Wert auf.

Minimum Boxplot (1)

$min = 12$

Maximum Boxplot (1)

$max = 46$

Rangliste Klasse 7b:

Die Rangliste hat $n = 13$ Elemente.

Zentralwert:

$\frac{n}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5 \Rightarrow$ Der Zentralwert steht auf Platz 7, $z = 28$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{13}{4} = 3{,}25 \Rightarrow$ Das untere Quartil steht auf Platz 4, Platz 4 bei $7b$ nicht belegt, verweist auf Boxplot (2). Beide Boxplots haben $q_u = 22$, somit gehört Boxplot (2) zur Klasse 7b. Auf Platz 4 der Rangliste steht 22.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 13 = 9{,}75 \Rightarrow$ Das obere Quartil steht auf Platz 10, $q_o = 36$, Boxplot (2) weist diesen Wert auf.

Minimum Boxplot (2)

$min = 6$

Maximum Boxplot (2)

$max = 48$

Vervollständigung der Ranglisten (grüne Zahlen waren gegeben, blaue Zahlen wurden errechnet, rote Zahlen sind die Ergänzungen):

Rangplatz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Klasse 7a	12	14	16	18	22	23	25	28	28	35	36	38	40	42	43	44	46

Rangplatz	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Klasse 7b	6	8	14	22	24	25	28	28	29	36	38	40	48

Alex Behauptung:

In Klasse 7a befinden sich die beiden herauszunehmenden Werte einmal links vom Zentralwert ($23\,m$) und einmal rechts vom Zentralwert ($36\,m$). Die Rangliste hat nur noch 15 Elemente, wobei der Zentralwert wegen der Herausnahme von Rangplatz 6 vom Platz 9 auf den Platz 8 wandert. Mit $\frac{n}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5 \Rightarrow$ Zentralwert auf Platz 8, hat Alex recht.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P1/2019

Im Rechteck $ABCD$ gilt:

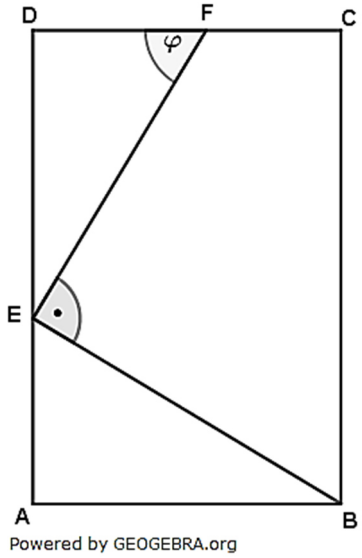
$\overline{AB} = 6{,}6\ cm$

$\overline{EF} = 7{,}2\ cm$

$\varphi = 59{,}0°$

Berechnen Sie den Umfang des Vierecks $EBCF$.

Lösung: $u_{EBCF} = 27{,}9\ cm$



Aufgabe P2/2019

Das Dreieck ABC und das Rechteck $ABDF$ überdecken sich teilweise.

Es gilt:

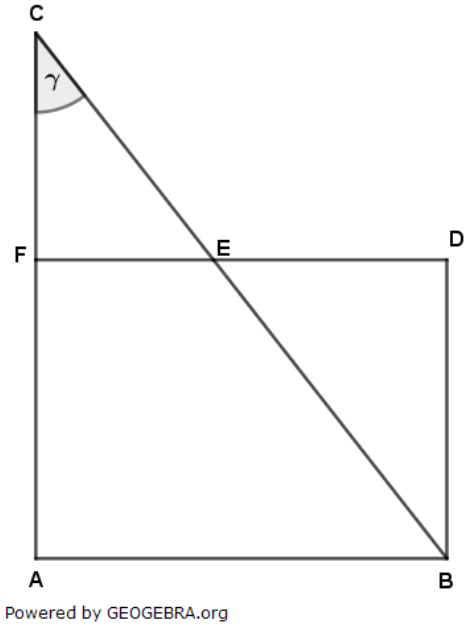
$\overline{CE} = 6{,}3\ cm$

$\overline{DE} = 5{,}1\ cm$

$\gamma = 38{,}0°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $ABEF$.

Lösung: $A_{ABEF} = 42{,}0\ cm^2$



Aufgabe P3/2019

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Würfel und zwei quadratischen Pyramiden.

Die Pyramiden haben die gleiche Höhe.

Es gilt:

$s = 8{,}5\ cm$

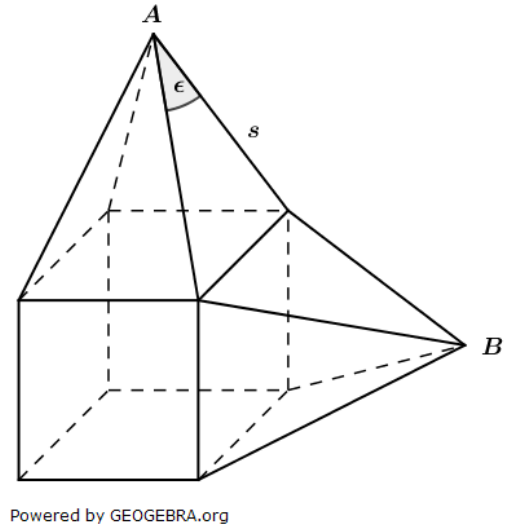
$\epsilon = 41{,}4\ °$

Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des zusammengesetzten Körpers.

Wie weit sind die Pyramiden-spitzen A und B voneinander entfernt?

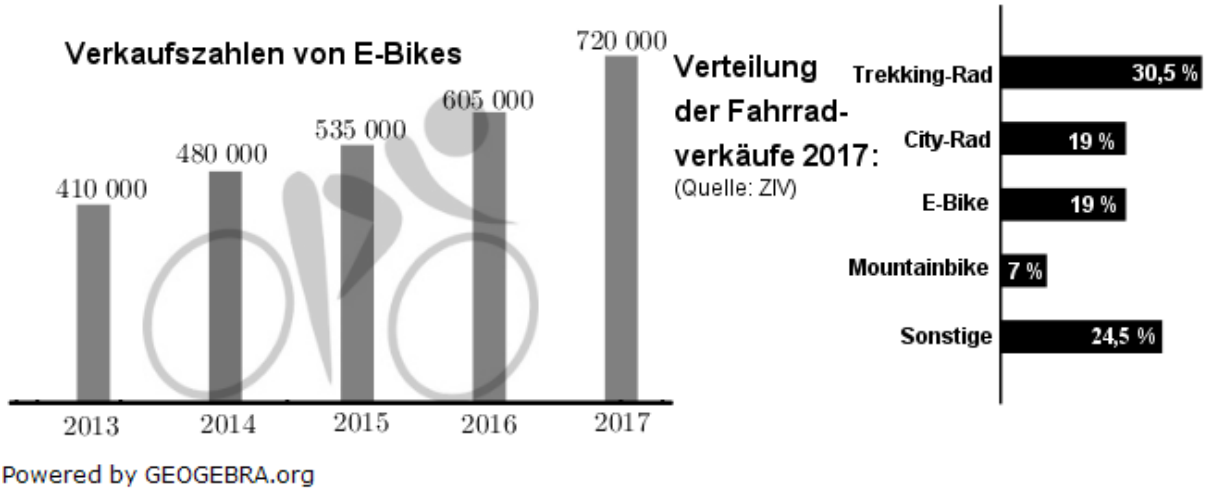
Lösung: $O_{Körper} = 334{,}8\ cm^2$

$\overline{AB} = 14{,}7\ cm$



Aufgabe P4/2019

In Deutschland boomt der Verkauf von E-Bikes.



- Um wie viel Prozent ist der Verkauf von E-Bikes von 2013 bis 2017 insgesamt gestiegen?
- Berechnen Sie die Anzahl aller Fahrräder, die im Jahr 2017 verkauft wurden.
- In einer Fachzeitschrift war zu lesen, dass 22 % der im Jahr 2017 verkauften Mountainbikes eine Vollfederung hatten. Wie viele Mountainbikes hatten eine Vollfederung?

Lösungen: *Anstieg E-Bikes von* 2013 *bis* 2017*:* 75,6 %
Anzahl aller verkauften Fahrräder in 2017*:* 3.789.473 *Stück*
Anzahl Mountainbikes mit Vollfederung: 58.358 *Stück*

Aufgabe P5/2019

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

(1) $\frac{x+2}{4} - y = 6$

(2) $7 - (x - 2y) = y$

$\mathbb{L} = \{(2; -5)\}$

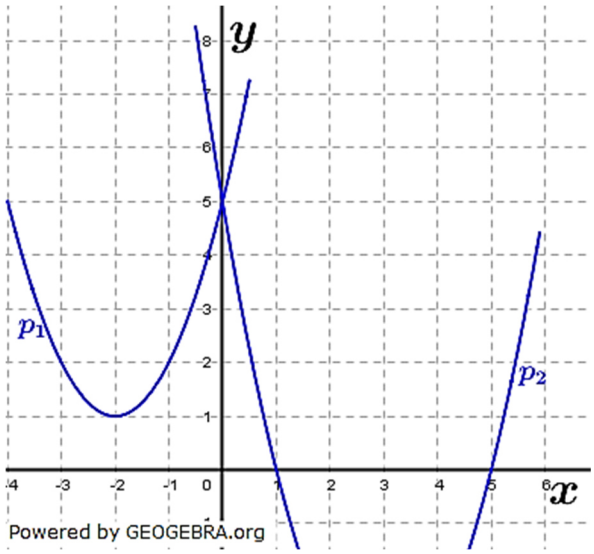
Aufgabe P6/2019

Gegeben sind eine Wertetabelle, die Graphen von zwei verschobenen Normalparabeln und drei Funktionsgleichungen.

x	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4

(A) $y = x^2 - 6x + 5$
(B) $y = x^2 - 2x + 5$
(C) $y = x^2 + 4x + 5$

Zur Wertetabelle gehören einer der beiden Graphen sowie eine der drei Funktionsgleichungen.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

- Ordnen Sie der Wertetabelle ihren Graphen und ihre Funktionsgleichung zu. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- Im Schaubild fehlet der Graph p_3 der dritten Parabel. Zeichnen Sie den fehlenden Graphen p_3 in das Koordinatensystem ein.

Lösungen: *Die Wertetabelle und Gleichung (A) gehören zum Graphen p_2.*
Funktionsgleichung (C) gehört zum Graphen p_1.

Aufgabe P7/2019

In einem Kaugummiautomat befinden sich 10 rote, 9 weiße und 6 grüne Kaugummis. Betätigt man den Drehgriff, erhält man einen Kaugummi. Luisa dreht zweimal.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält sie;
  - zuerst einen roten und dann einen weißen Kaugummi?
  - keinen grünen Kaugummi?
- Von den 25 Kaugummis sind die Hälfte der roten und die Hälfte der grünen mit Brause gefüllt.

  Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Luisa zwei mit Brause gefüllte Kaugummis?

Lösungen: $P(erst\ rot\ und\ dann\ weiß) = \frac{3}{20} = 15\ \%$

$$P(keinen\ grünen) = \frac{57}{100} = 57\ \%$$

$$P(zwei\ mit\ Brause) = \frac{7}{25} = 28\ \%$$

Aufgabe P8/2019

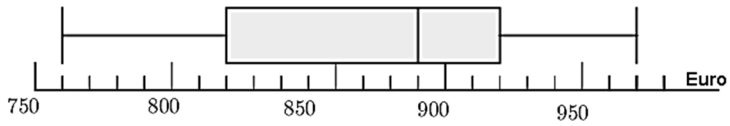
Die beiden Ranglisten zeigen die monatlichen Vergütungen von zwei Berufsgruppen im ersten Ausbildungsjahr. 17 Jugendliche machen eine Ausbildung in einem technischen Beruf und 13 Jugendliche in einem kaufmännischen Beruf. (Alle Angaben in Euro)

Ausbildungsvergütung in technischen Berufen

760	780	800	820	820	840	840	860	890	910	910	920	920	920	950	960	970

Ausbildungsvergütung in kaufmännischen Berufen

760	770	820	820	840	880	890	910	920	940	940	950	970



Powered by GEOGEBRA.org

- Zu welcher Rangliste gehört der dargestellte Boxplot? Begründen Sie.
- Zeichnen Sie den Boxplot der anderen Berufsgruppe ein.
- Vier Jugendliche, die eine kaufmännische Ausbildung machen, werden nachträglich befragt. Sie verdienen monatlich $800\,€$, $850\,€$, $900\,€$ und $950\,€$. Wie verändert sich der zugehörige Boxplot, wenn diese Werte hinzukommen? Begründen Sie.

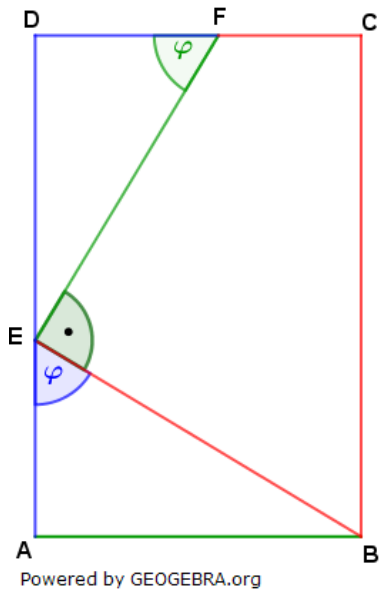
Lösungen: *Der Boxplot gehört zur Berufsgruppe der technischen Berufe.*
Durch die Erweiterung verändern sich die Kennwerte nicht.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2019

Lösungslogik

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$ und $\overline{FC}$.
Wir erkennen, dass der $\sphericalangle AEB$ ebenfalls so groß ist wie der gegebene Winkel φ.
Berechnung von $\overline{EB}$ im Dreieck ABE über $sin(\varphi)$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über die Summe aus $\overline{AE}$ und $\overline{ED}$.
Berechnung von $\overline{AE}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck AED.
Berechnung von $\overline{ED}$ im Dreieck EDF über den $\sin(\varphi)$.
Berechnung von $\overline{FC}$ über die Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{DF}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über Satz des Pythagoras im Dreieck EDF.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC}$

$\sphericalangle AEB$: $\sphericalangle AEB = \varphi = 59{,}0\,°$

$\overline{EB}$: $sin(\varphi) = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}}$

$\overline{EB} = \frac{\overline{AB}}{\sin(\varphi)} = \frac{6{,}6}{\sin(59°)} = 7{,}6997$

$\overline{BC}$: $\overline{BC} = \overline{AE} + \overline{ED}$

$\overline{AE} = \sqrt{\overline{EB}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{7{,}7^2 - 6{,}6^2} = 3{,}966$

$sin(\varphi) = \frac{\overline{ED}}{\overline{EF}} \quad | \quad \cdot \overline{EF}$

$\overline{ED} = \overline{EF} \cdot sin(\varphi) = 7{,}2 \cdot sin(59°) = 6{,}17$

$\overline{BC} = 3{,}966 + 6{,}17 = 10{,}136$

$\overline{FC}$: $\overline{FC} = \overline{AB} - \overline{DF}$

$\overline{DF} = \sqrt{\overline{EF}^2 - \overline{ED}^2} = \sqrt{7{,}2^2 - 6{,}17^2} = 3{,}71$

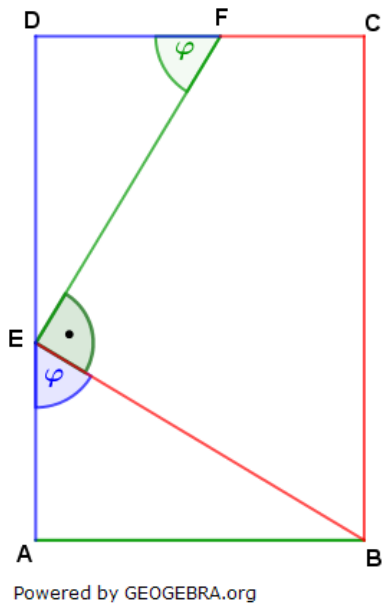
$\overline{FC} = 6{,}6 - 3{,}71 = 2{,}89$

u: $u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC} = 7{,}6997 + 10{,}136 + 7{,}2 + 2{,}89 = 27{,}9257\ cm$

Der Umfang des Vierecks $EBCF$ beträgt $27{,}9\ cm$.

Lösungslogik mittels Sinussatz

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$ und $\overline{FC}$.
Wir erkennen, dass der $\sphericalangle AEB$ ebenfalls so groß ist wie der gegebene Winkel φ.
Berechnung von $\overline{EB}$ im Dreieck ABE über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{BC}$ über die Summe aus $\overline{AE}$ und $\overline{ED}$.
Berechnung von $\overline{AE}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck AED.
Berechnung von $\overline{ED}$ im Dreieck EDF über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{FC}$ über die Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{DF}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über Satz des Pythagoras im Dreieck EDF.



Klausuraufschrieb mittels Sinussatz

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC}$

$\sphericalangle AEB$: $\sphericalangle AEB = \varphi = 59{,}0\,°$

$\overline{EB}$: $\frac{\overline{EB}}{sin90°} = \frac{\overline{AB}}{sin\varphi}$ | $\cdot\, sin90°$

$\overline{EB} = \frac{\overline{AB}}{sin\varphi} \cdot sin90° = \frac{6{,}6}{sin\,(59°)} = 7{,}6997$

$\overline{BC}$: $\overline{BC} = \overline{AE} + \overline{ED}$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \sqrt{\overline{EB}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{7{,}7^2 - 6{,}6^2} = 3{,}966$

$\overline{ED}$: $\frac{\overline{ED}}{sin\varphi} = \frac{\overline{EF}}{sin90°}$ | $\cdot\, sin\varphi$

$\overline{ED} = \frac{\overline{EF}}{sin90°} \cdot sin\varphi = 7{,}2 \cdot sin59° = 6{,}17$

$\overline{BC}$: $\overline{BC} = 3{,}966 + 6{,}17 = 10{,}136$

$\overline{FC}$: $\overline{FC} = \overline{AB} - \overline{DF}$

$\overline{DF} = \sqrt{\overline{EF}^2 - \overline{ED}^2} = \sqrt{7{,}2^2 - 6{,}17^2} = 3{,}71$

$\overline{FC} = 6{,}6 - 3{,}71 = 2{,}89$

u: $u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC} = 7{,}6997 + 10{,}136 + 7{,}2 + 2{,}89 = 27{,}9257\ cm$

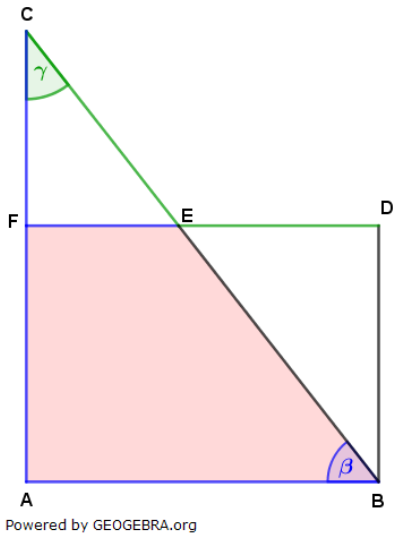
Der Umfang des Vierecks $EBCF$ *beträgt* $27{,}9\ cm$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P2/2019

Lösungslogik

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$, $\overline{EF}$ und $\overline{FC}$.
Wir erkennen, dass der $\sphericalangle AEB$ ebenfalls so groß ist wie der gegebene Winkel φ.
Berechnung von $\overline{EB}$ im Dreieck ABE über $sin(\varphi)$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über die Summe aus $\overline{AE}$ und $\overline{ED}$.
Berechnung von $\overline{AE}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck AED.
Berechnung von $\overline{ED}$ im Dreieck EDF über den $\sin(\varphi)$.
Berechnung von $\overline{FC}$ über die Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{DF}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über Satz des Pythagoras im Dreieck EDF.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC}$

$\sphericalangle AEB$: $\sphericalangle AEB = \varphi = 59{,}0\,°$

$\overline{EB}$: $sin(\varphi) = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}}$

$\overline{EB} = \frac{\overline{AB}}{\sin(\varphi)} = \frac{6{,}6}{\sin(59°)} = 7{,}6997$

$\overline{BC}$: $\overline{BC} = \overline{AE} + \overline{ED}$

$\overline{AE} = \sqrt{\overline{EB}^2 - \overline{AB}^2} = \sqrt{7{,}7^2 - 6{,}6^2} = 3{,}966$

$sin(\varphi) = \frac{\overline{ED}}{\overline{EF}} \quad | \quad \cdot \overline{EF}$

$\overline{ED} = \overline{EF} \cdot sin(\varphi) = 7{,}2 \cdot sin(59°) = 6{,}17$

$\overline{BC} = 3{,}966 + 6{,}17 = 10{,}136$

$\overline{FC}$: $\overline{FC} = \overline{AB} - \overline{DF}$

$\overline{DF} = \sqrt{\overline{EF}^2 - \overline{ED}^2} = \sqrt{7{,}2^2 - 6{,}17^2} = 3{,}71$

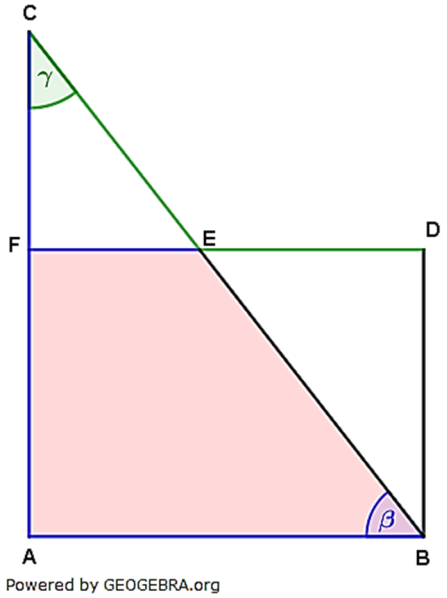
$\overline{FC} = 6{,}6 - 3{,}71 = 2{,}89$

u: $u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{EF} + \overline{FC} = 7{,}6997 + 10{,}136 + 7{,}2 + 2{,}89 = 27{,}9257\ cm$

Der Umfang des Vierecks $EBCF$ beträgt $27{,}9\ cm$.

Lösungslogik über Sinussatz

Die Fläche des Trapezes $ABEF$ errechnet sich aus:
$A_{ABEF} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{FE}) \cdot \overline{AF}$.
Berechnung von β über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von $\overline{FE}$ im Dreieck FEC über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{AB}$ über die Summe aus $\overline{FE}$ und $\overline{DE}$.
Berechnung von $\overline{AC}$ im Dreieck ABC über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{FC}$ im Dreieck FEC mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{AF}$ über die Differenz von $\overline{AC}$ und $\overline{FC}$.
Berechnung der Fläche A_{ABEF}.



Klausuraufschrieb über Sinussatz

$A_{ABEF} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{AB} + \overline{FE}) \cdot \overline{AF}$

β: $\beta = 90° - \gamma = 90° - 38° = 52°$

$\overline{FE}$: $\frac{\overline{FE}}{sin\gamma} = \frac{\overline{CE}}{sin90°}$ | $\cdot sin\gamma$

$\overline{FE} = \frac{\overline{CE}}{sin90°} \cdot sin(\gamma) = 6{,}3 \cdot sin(38°) = 3{,}8787$

$\overline{AB}$: $\overline{AB} = \overline{FE} + \overline{DE} = 3{,}8787 + 5{,}1 = 8{,}9787$

$\overline{AC}$: $\frac{\overline{AC}}{sin\beta} = \frac{\overline{AB}}{sin\gamma}$ | $\cdot sin\beta$

$\overline{AC} = \frac{\overline{AB}}{sin\gamma} \cdot sin\beta = \frac{8{,}9787}{sin38°} \cdot sin52° = 11{,}4922$

$\overline{FC}$: $\overline{FC} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{FE}^2} = \sqrt{6{,}3^2 - 3{,}8787^2} = 4{,}9644$

$\overline{AF}$: $\overline{AF} = \overline{AC} - \overline{FC} = 11{,}4922 - 4{,}9644 = 6{,}5278$

A_{ABEF}: $A_{ABEF} = \frac{1}{2} \cdot (8{,}9787 + 3{,}8787) \cdot 6{,}5278 = 41{,}9653$

Die Fläche des Trapezes $ABEF$ beträgt $42{,}0\ cm^2$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P3/2019

Lösungslogik

Oberfläche:

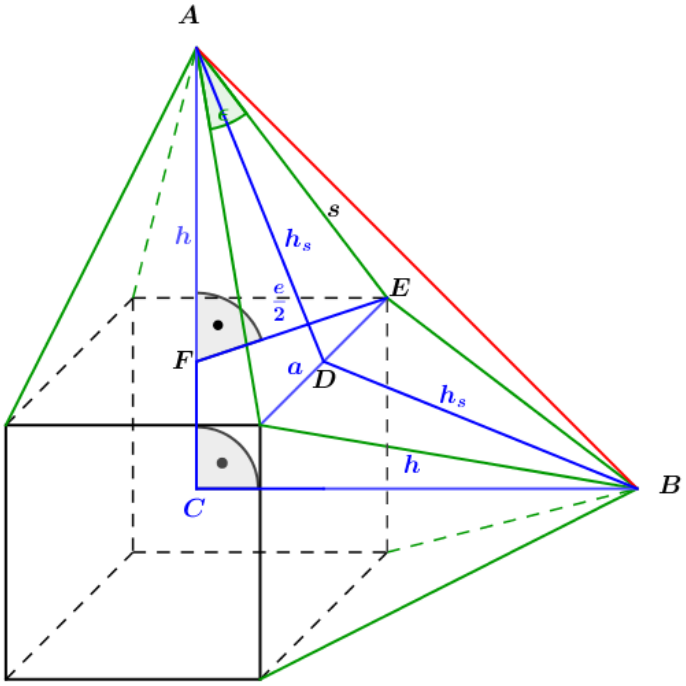
Die Oberfläche besteht aus 4 Seitenflächen des Würfels sowie zwei Mantelflächen der Pyramide (die Grundflächen der Pyramide verdecken zwei Seitenflächen des Würfels, sodass diese nicht zur Oberfläche gehören).

$O_{Körper} = 4 \cdot a^2 + 2 \cdot 2a \cdot h_s$

Berechnung von $\frac{a}{2}$ über den $\sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right)$ im Dreieck DEA.

Berechnung von h_s über den Satz des Pythagoras im Dreieck DEA.

Berechnung von $O_{Körper}$.



Powered by GEOGEBRA.org

Länge der Strecke $\overline{AB}$:

In nebenstehender Grafik erkennen wir, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist mit einem rechten Winkel bei C. Weiterhin gilt, dass $\overline{AC} = \overline{BC}$.

$\overline{AB} = \sqrt{2 \cdot \overline{AC}^2} = \overline{AC} \cdot \sqrt{2}$

Berechnung von $\overline{AC}$ aus der Summe von $\overline{FC}$ und $\overline{AF}$.

$\overline{AF} = h_{Pyr}$

Berechnung von $\frac{e}{2}$ als halbe Diagonale einer Würfelseitenfläche.

Berechnung von h_{Pyr} über den Satz des Pythagoras im Dreieck AFE.

Der Punkt C liegt im Würfelmittelpunkt, damit ist $\overline{FC} = \frac{a}{2}$.

Klausuraufschrieb

$O_{Körper} = 4 \cdot a^2 + 2 \cdot 2a \cdot h_s$

a: $\quad sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{s} \quad | \quad \cdot s$

$\frac{a}{2} = s \cdot sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = 8{,}5 \cdot sin(20{,}7\,°) = 3{,}0$

$a = 6{,}0$

h_s: $\quad h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{8{,}5^2 - 3^2} = 7{,}95$

$O_{Körper} = 4 \cdot a^2 + 2 \cdot 2a \cdot h_s = 4 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 \cdot 7{,}95 = 144 + 190{,}8 = 334{,}8$

Die Oberfläche des zusammengesetzten Köpers beträgt $334{,}8\ cm^2$

$\overline{AB}$: $\quad \overline{AB} = \sqrt{2 \cdot \overline{AC}^2} = \overline{AC} \cdot \sqrt{2}$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC} = \overline{FC} + \overline{AF}$

$\overline{FC}$: $\quad \overline{FC} = \frac{a}{2} = 3{,}0$

$\overline{AF}$: $\overline{AF} = h_{Pyr}$

$h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2}$ | Satz des Pythagoras

$e = a \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2}$ | Diagonale einer Würfelseite

$\frac{e}{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$

$h_{Pyr} = \sqrt{8{,}5^2 - \left(3 \cdot \sqrt{2}\right)^2} = 7{,}365$

$\overline{AC}$: $\overline{AC} = \overline{FC} + \overline{AF} = 3{,}0 + 7{,}365 = 10{,}365$

$\overline{AB}$: $\overline{AB} = \overline{AC} \cdot \sqrt{2} = 10{,}365 \cdot \sqrt{2} = 14{,}66$

Die Entfernung der Punkte A und B beträgt $14{,}7\ cm$.

Lösung P4/2019

- *Anstieg E-Bikes von 2013 bis 2017:*
  Der Grafik entnimmst du, dass $410\,000$ E-Bikers in 2013 und $720\,000$ E-Bikes in 2017 verkauft wurden. Der Wert von 2013 ist der Grundwert, der von 2017 ist der Prozenztwert. Gesucht ist der Prozentzsatz.
  $p = \frac{P}{G} = \frac{720000}{410000} = 1{,}7561 = 175{,}6\ \%$
  In 2017 wurden $175{,}6\ \%$ der E-Bikes von 2013 verkauft. Diers ist ein Anstieg um $75{,}6\ \%$.
- *Anzahl aller verkauften Fahrräder in 2017:*
  Der Grafik entnimmst du, dass die $720\,000$ E-Bikes in 2017 $19\ \%$ aller verkauften Fahrräder waren. Die $720\,000$ E-Bikes sind damit Prozentwert bei einem Prozentsatz von $19\ \%$. Gesucht ist somit der Grundwert.
  $G = \frac{P}{p} = \frac{720000}{0{,}19} = 3789473{,}7$
  In 2017 wurden insgesamt $3.789.473$ Fahrräder verkauft.
- *Anzahl Mountainbikes mit Vollfederung*:
  Der Grafik entnimmst du, dass $7\ \%$ aller in 2017 verkauften Fahrräder Mountain-Bikes waren. Von diesen waren laut Aufgabenstellung $22\ \%$ mit Vollfederung versehen.
  Wir bestimmen zunächst die Gesamtanzahl verkaufter Mountain-Bikes in 2017:
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 3789473 \cdot \frac{7\ \%}{100} = 265263{,}11$
  In wurden somit insgesamt 265263 Mountain-Bikes verkauft. Davon sind mit Vollfederung versehen:
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 265263 \cdot \frac{22\ \%}{100} = 58357{,}86$
  58.358 der in 2017 verkauften Mountain-Bikes sind mit Vollfederung versehen.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

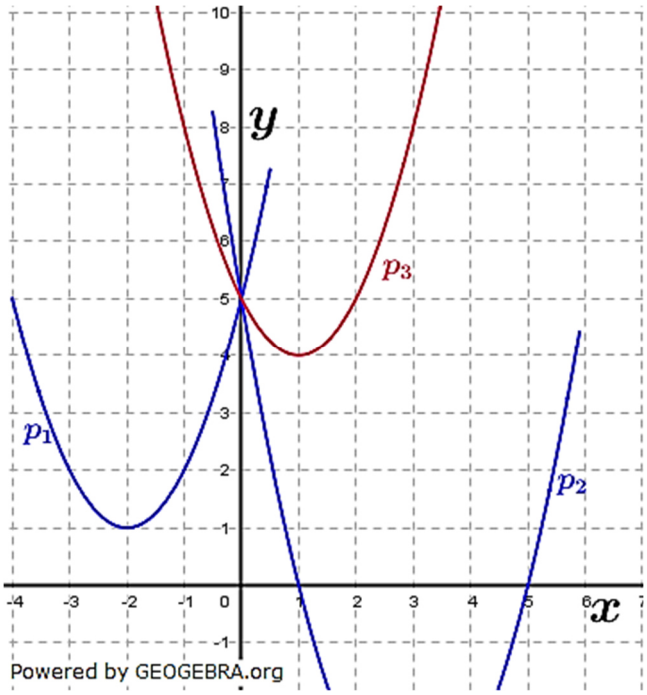
Lösung P5/2019

(1)	$\frac{x+2}{4} - y = 6$	|	$\cdot 4$
(2)	$7 - (x - 2y) = y$	|	−Klammer auflösen
(1)	$x + 2 - 4y = 24$	|	-2
(2)	$7 - x + 2y = y$	|	$-y$
(1)	$x - 4y = 22$		
(2)	$7 - x + y = 0$	|	-7
(1)	$x - 4y = 22$		
(2)	$\underline{-x + y = -7}$	|	-7
(1)+(2)	$-3y = 15$	|	$:(-3)$
	$y = -5$		
(2)	$-x - 5 = -7$	|	$+5$
	$-x = -2$	|	$\cdot(-1)$
	$x = 2$		
	$\mathbb{L} = \{(2; -5)\}$		

Lösung P6/2019

<u>Lösungslogik</u>

Suche aus der Wertetabelle die beiden Punkte $P_1(0|5)$ und $P_2(1|0)$ in der Graphik. Die beiden Punkte gehören zur Parabel p_2.
Berechne von allen drei gegebenen Normalparabeln die Scheitelpunkte über die quadratische Ergänzung. Jetzt kannst du p_1 und p_2 problemlos den Graphen zuordnen.
Zeichne abschließend noch die Parabel p_3 in das Koordinatensystem ein.



<u>Klausuraufschrieb</u>

Aus Wertetabelle:
$P_1(0|5)$ und $P_2(1|0)$
Die beiden Punkte und damit die Wertetabelle gehören zum Graphen p_2.

Scheitelpunkte:

(A) $y = x^2 - 6x + 5$
$y = (x-3)^2 - 9 + 5$
$y = (x-3)^2 - 4$
$S_A(3|-4)$

(B) $y = x^2 - 2x + 5$
$y = (x-1)^2 - 1 + 5$
$y = (x-1)^2 + 4$
$S_B(1|4)$

(C) $y = x^2 + 4x + 5$
$y = (x+2)^2 - 4 + 5$
$y = (x+2)^2 + 1$
$S_C(-2|1)$

Über die Scheitelpunkte ergibt sich:
Funktionsgleichung (A) gehört zum Graphen p_2.
Funktionsgleichung (C) gehört zum Graphen p_1.
Funktionsgleichung (B) gehört zum Graphen p_3.

Lösung P7/2019

Lösungslogik

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:
Für Rot im ersten Zug gilt $\frac{10}{25}$. Für Weiß im zweiten Zug gilt $\frac{9}{24}$ (Ziehen ohne Zurücklegen, es sind zwar weiterhin 9 weiße Kaugummi im Automaten, aber insgesamt nur noch 24 Kaugummi.

Keinen grünen Kaugummi:
Wir bezeichnen die roten und weißen Kaugummi als „NICHT grün", sodass für den ersten Zug „nicht grün" gilt $\frac{19}{25}$ und für den zweiten Zug „nicht grün" gilt $\frac{18}{24}$.

Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:
Wir teilen die roten und grünen Kugeln je zur Hälfte auf in 5 rote mit Kaugummi und 5 rote mit Brause, sowie 3 grüne mit Kaugummi und 3 grüne mit Brause.
Der Ergebnisraum des Zufall-Versuches ist dann:
$\Omega = \{r_{Brause}r_{Brause}; g_{Brause}g_{Brause}; r_{Brause}g_{Brause}; g_{Brause}r_{Brause}\}$

Klausuraufschrieb

Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:
$P(rot) = \frac{10}{25}$ im ersten Zug, $P(weiß) = \frac{9}{24}$ im zweiten Zug.
$P(erst\ rot, dann\ weiß) = \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{3}{20} = 15\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit, zuerst einen roten und dann einen weißen Kaugummi zu ziehen beträgt $15\ \%$.

Keinen grünen Kaugummi:
Rote und weiße Kaugummi bilden zusammen die „Nicht grünen" Kaugummis.
$P(keinen\ grünen) = P(\overline{grün}; \overline{grün}) = \frac{19}{25} \cdot \frac{18}{24} = \frac{57}{100} = 57\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit, keinen grünen Kaugummi zu ziehen beträgt $57\ \%$.

Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:
Rote Brause (rb) = 5 Kugeln, grüne Brause (gb) = 3 Kugeln.
Die möglichen Ereignisse sind:
Zwei rb oder zwei gb oder einmal rb dann gb bzw. umgekehrt erst gb dann rb.
$P(zweima\ Brause) = P(rbrb; gbgb; rbgb; gbrb) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} + 2 \cdot \frac{5}{25} \cdot \frac{3}{24} = \frac{20+6+30}{600}$
$P(zweima\ Brause) = \frac{7}{25} = 28\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit, zwei Brausekugeln zu ziehen beträgt $28\ \%$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P8/2019

Lösungslogik

Wir berechnen die Zentralwerte sowie die oberen Quartile an Hand der gegebenen Ranglisten und vergleichen die Ergebnisse mit den beiden Boxplots. Daraus leiten wir die Entscheidung ab, welches Boxplot zu welcher Berufsgruppe gehört.

Zeichnung zweites Boxplot:
Siehe Klausuraufschrieb

Ergänzung der kaufmännischen Rangliste:
Wir stellen fest, an welchen Rangplätzen die Hinzufügungen erfolgen und prüfen, ob sich dadurch ein neuer Zentralwert bzw. andere Quartile ergeben.

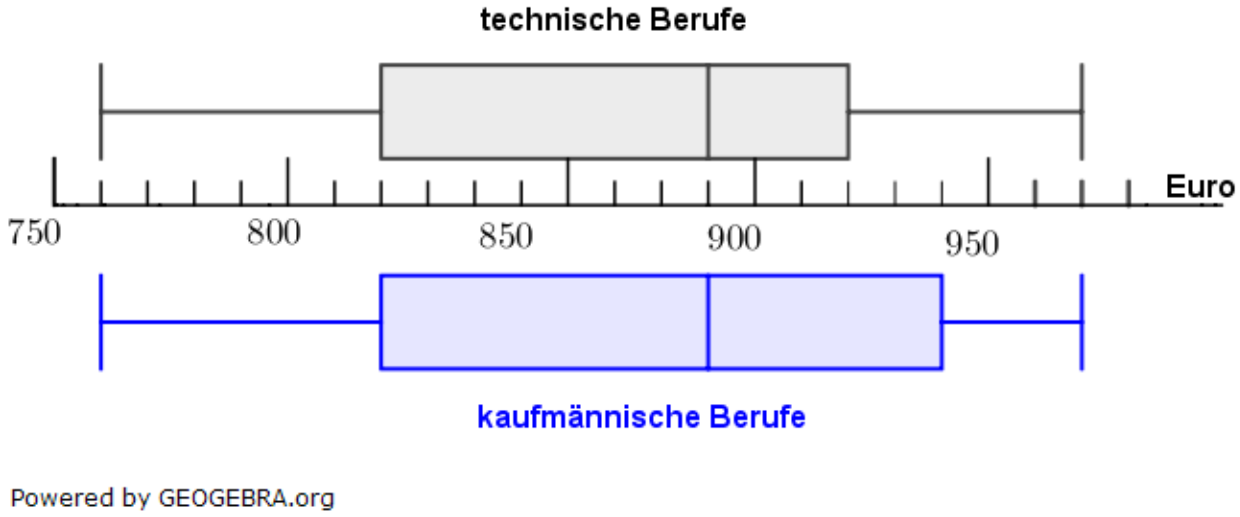
Klausuraufschrieb

Rangliste technische Berufsausbildung:
Die Rangliste hat $n = 17$ Elemente.
Zentralwert:
$\frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 9, $z = 890$.
Unteres Quartil:
$\frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 5, $q_u = 820$
Oberes Quartil:
$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 13, $q_o = 920$
Minimum $min = 760$
Maximum $max = 970$

Rangliste kaufmännische Berufe:
Die Rangliste hat $n = 13$ Elemente.
Zentralwert:
$\frac{n}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 7, $z = 890$.
Unteres Quartil:
$\frac{n}{4} = \frac{13}{4} = 3{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 4, $q_u = 820$
Oberes Quartil:
$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 13 = 9{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 10, $q_o = 940$
Minimum $min = 760$
Maximum $max = 970$
Zentralwert, Minimum, Maximum und unteres Quartil sind bei beiden Ranglisten identisch. Lediglich das obere Quartil weist einen Unterschied auf.

Der Boxplot gehört zur Berufsgruppe der technischen Berufe mit einem oberen Quartilswert von $920\,€$.

Boxplot der kaufmännischen Berufe:



Erweiterung der kaufmännischen Rangliste:

760 | 770 | 800 | 820 | 820 | 840 | 850 | 880 | 890 | 900 | 910 | 920 | 940 | 940 | 950 | 950 | 970

Die Rangliste hat nun $n = 17$ Elemente.

Zentralwert:

$\frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 9, $z = 890$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 5, $q_u = 820$

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 13, $q_o = 940$

Minimum: $min = 760$

Maximum: $max = 970$

Durch die Erweiterung verändern sich Kennwerte nicht.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

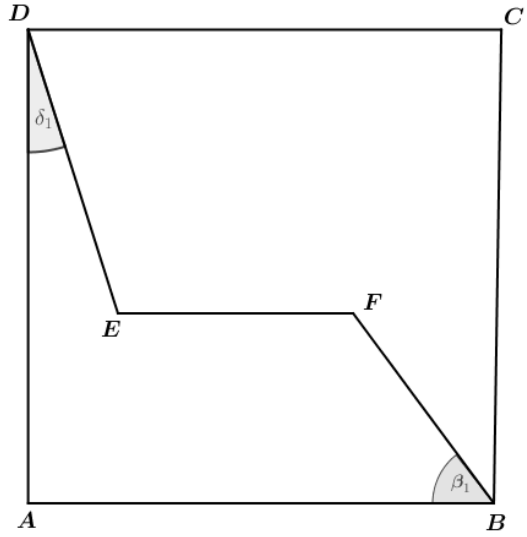
Aufgabe P1/2020

Im Quadrat $ABCD$ liegt der Streckenzug $DEFB$.
Es gilt:

$\overline{BF} = 8{,}5\ cm$
$\overline{EF} = 8{,}3\ cm$
$\overline{AB} = 16{,}7\ cm$
$\beta_1 = 52{,}0°$

$\overline{EF}$ verläuft parallel zu $\overline{AB}$.
Berechnen Sie den Winkel δ_1

Lösung: $\delta_1 = 17{,}6\,°$



Powered by GEOGEBRA.org

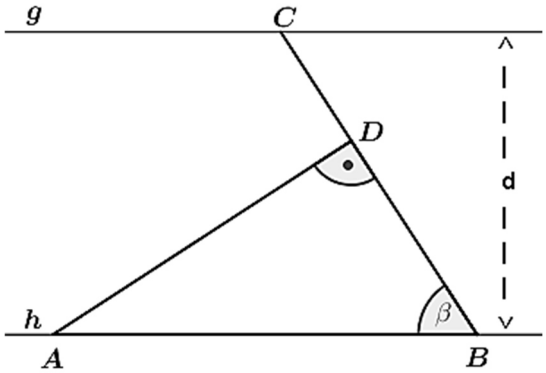
Aufgabe P2/2020

Die Eckpunkte des Dreiecks ABC liegen auf den Parallelen g und h.
Es gilt:

$\overline{AB} = 9{,}4\ cm$
$\beta = 57{,}0°$
$d = 6{,}7\ cm$

Berechnen Sie den Umfang des Dreieck ADC

Lösung: $u_{ADC} = 19{,}1\ cm$

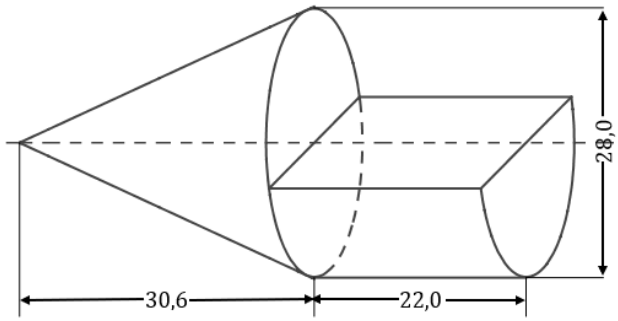


Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P3/2020

Ein Werkstück besteht aus einem Kegel und einem halben Zylinder.
Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Werkstücks.
(Maße in cm)

Lösung: $O_{Werkstück} = 3679{,}4\ cm^2$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe P4/2020

Lösen Sie die Gleichung:

$(2x+1)^2 - 3(x+4) = (x-1)(2x+1) + 2$ $\qquad \mathbb{L} = \{-3; 2\}$

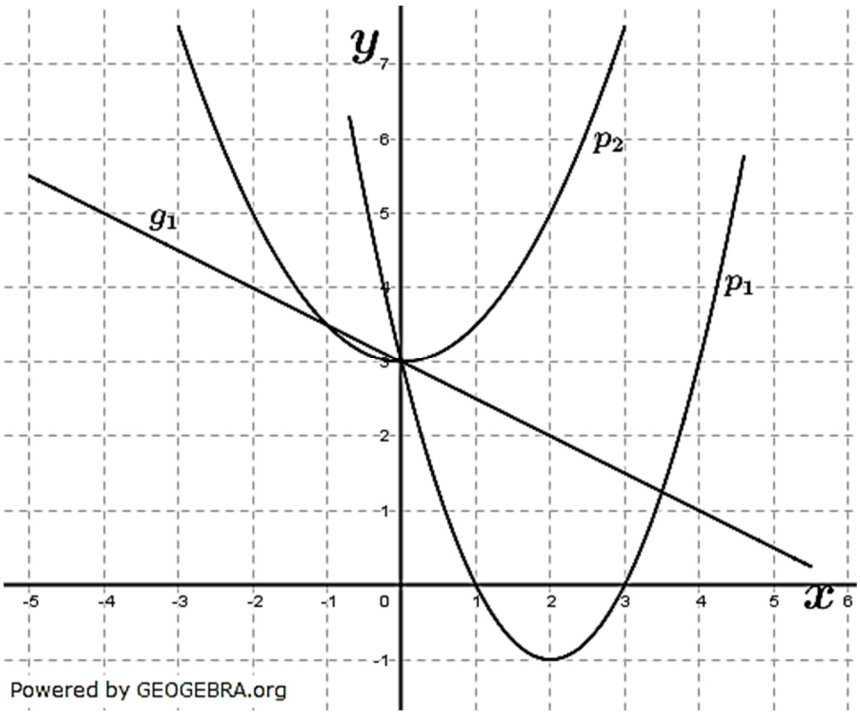
Aufgabe P5/2020

Gegeben sind fünf Funktionsgleichungen und drei Graphen.

(1) $y = \frac{1}{2}x + 3$ $\qquad$ (2) $y = x^2 + 4x + 3$

(3) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3$ $\qquad$ (4) $y = x^2 - 4x + 3$

(5) $y = -\frac{1}{2}x + 3$



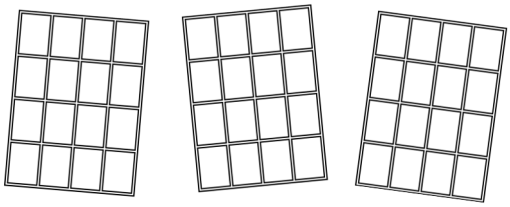
- Ordnen Sie jedem Graphen die zugehörige Funktionsgleichung zu. Begründen Sie Ihre Entscheidung.
- Zeichnen Sie die beiden fehlenden Graphen in ein Koordinatensystem.

Lösung: (5) *gehört zu* g_1
(4) *gehört zu* p_1
(3) *gehört zu* p_1

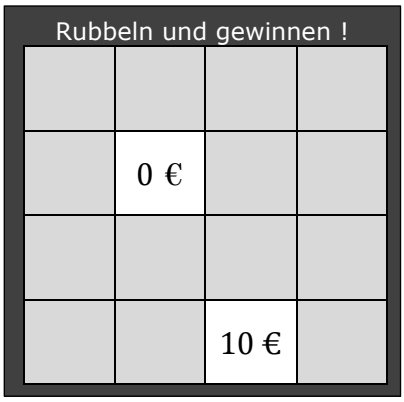
© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe A6/2020

Ben, Laura und Emma besitzen jeweils ein Rubbel-Los. Auf jedem Los befinden sich 16 Felder. Nur zwei der 16 Felder werden freigrubbelt. Die beiden Beträge, die dadurch sichtbar werden, werden addiert und geben den Gewinn.



Auf acht Feldern steht der Betrag 0 €, auf sechs Feldern der Betrag 1 € und auf zwei Feldern der Betrag 10 €.



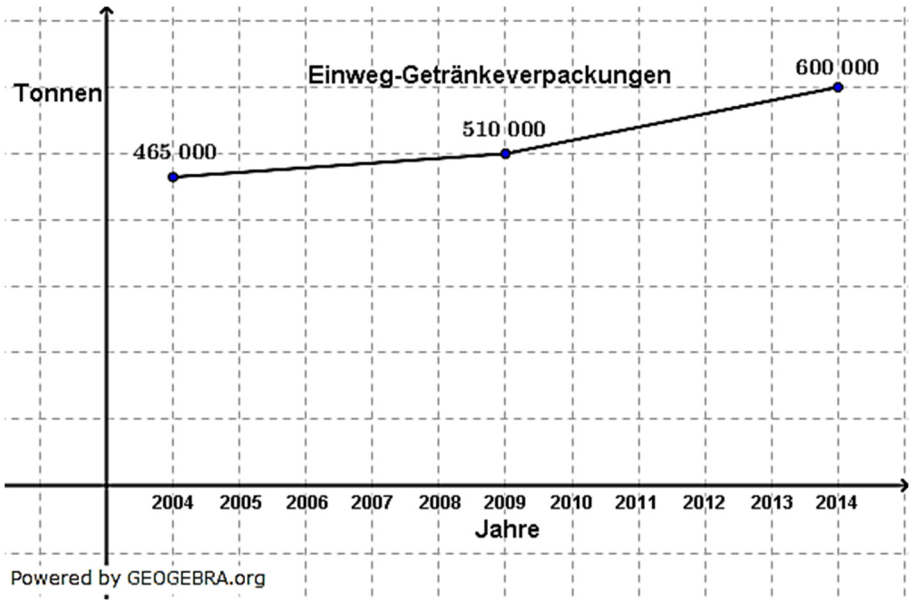
- Ben hat auf seinem Los zwei Felder freigerubbelt (siehe Abbildung). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis Gewinn „10 €".
- Laura überlegt sich, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, den Hauptgewinn von 20 € zu erhalten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit.
- Emma möchte mehr als 10 € gewinnen. Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit.

Lösung: $P(Gewinn\ 10\ €) = \frac{2}{15} = 13{,}3\ \%$; $P(Hauptgewinn\ 20\ €) = \frac{1}{120} = 0{,}83\ \%$

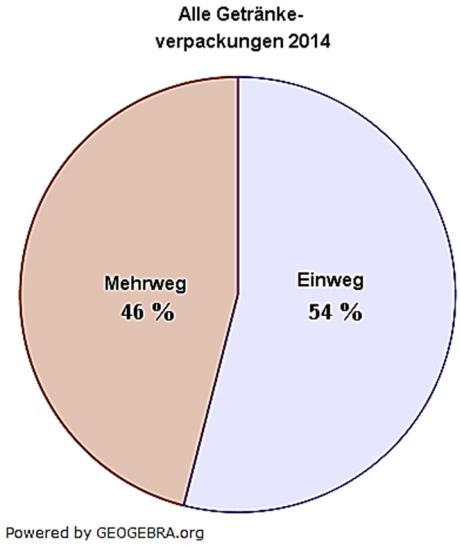
$$P(Gewinn\ größer\ 10\ €) = \frac{13}{120} = 10{,}83\ \%$$

Aufgabe P7/2020

Die Diagramme zeigen den Verbrauch von Getränkepackungen.



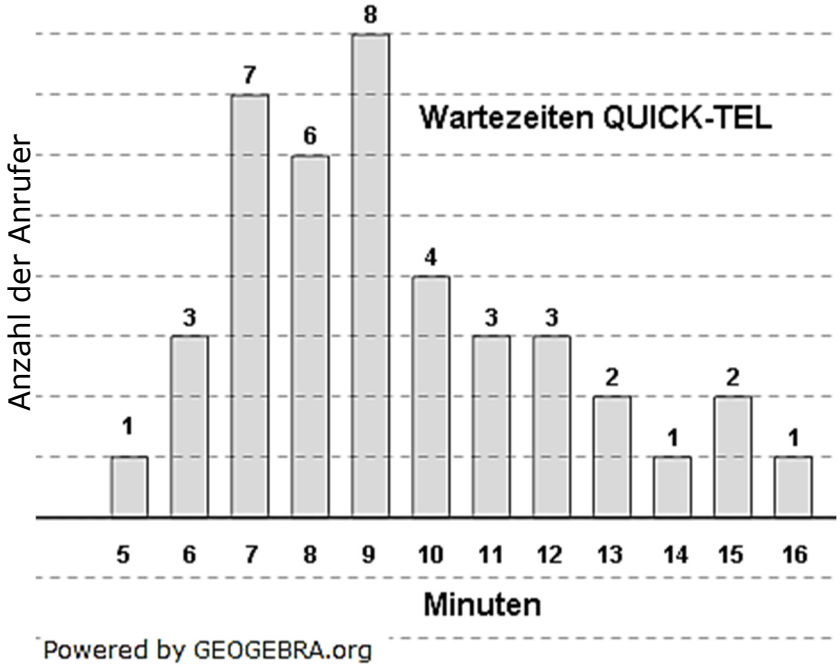
- Um wie viel Prozent ist der Verbrauch der Einweg-Getränkeverpackungen von 2004 bis 2014 insgesamt gestiegen?
- Wie viele Tonnen Getränkeverpackungen (Einweg und Mehrweg) wurden im Jahr 2014 insgesamt verbraucht?
- Der Verbrauch von Einweg-Getränkeverpackungen soll in den 10 Jahren von 2014 bis 2024 jährlich um jeweils 5 % gegenüber dem Vorjahr sinken.
  Wie viele Tonnen Einweg-Getränkeverpackungen wären es dann im Jahr 2024?



Lösungen: *Anstieg zwischen* 2004 *und* 2014*:* 29 %
Verbrauch Getränkeverpackungen insgesamt in 014*: ca.* 1,1 *Mio. Tonnen.*
Einweg-Getränkeverpackungen in 2024*:* 359.242 *Tonnen.*

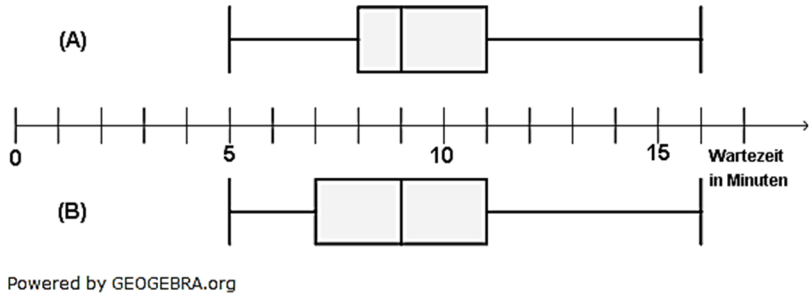
Aufgabe P8/2020

Im Rahmen einer Unter-suchung wurden die Wartezeiten beim Anruf zweier Hotlines notiert. Das Diagramm zeigt die Wartezeiten von 41 Anrufern der Hotline QUICK-TEL.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

- Welche der beiden nachfolgenden Boxplots stellt die Verteilung der Wartezeiten aus dem Diagramm dar? Begründen Sie Ihre Entscheidung mit Hilfe der Kennwerte.



- Der andere Boxplot zeigt die Verteilung der Wartezeiten der Hotline FAST-PHONE. Hier wurden eben falls 41 Wartezeiten erfasst.
  In der nachfolgenden Strichliste fehlen die Werte für 8, 9 und 11 Minuten.
  Ergänzen Sie diese drei Felder mit möglichen Werten.

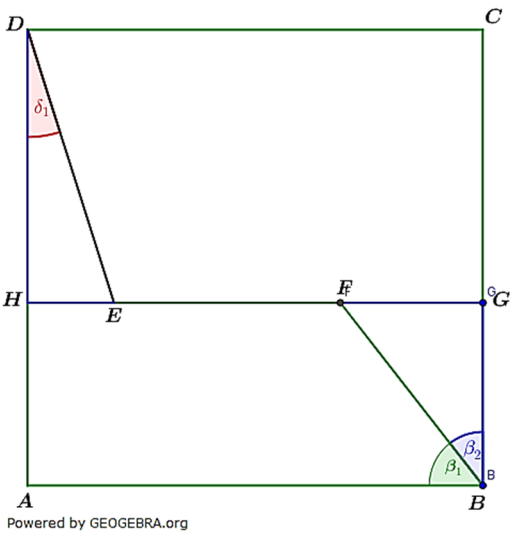
Minuten	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Anzahl der Anrufer	||	||||	|||			|||||		||||	|	|	||	|

Lösungen: *Der Boxplot (B) gehört zur Hotline QUICK-TEL.*
Mögliche Werte für 8 *Minuten Wartezeit:* $2-11$ *Anrufer;*
Mögliche Werte für 9 *Minuten Wartezeit:* $1-14$ *Anrufer;*
Mögliche Werte für 11 *Minuten Wartezeit:* $2-6$ *Anrufer.*

Lösung P1/2020

Lösungslogik

Identifizierung Winkel β_2 als Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von β_1.
Berechnung von $\overline{FG}$ über den $sin(\beta_2)$.
Berechnung von $\overline{GB}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{HE}$ aus der Differenz von $\overline{AB}$ und der Summe von $\overline{FG}$ und $\overline{FE}$.
Berechnung von $\overline{HD}$ aus der Differenz von $\overline{AD} = \overline{AB}$ und $\overline{BG}$.
Berechnung von δ_1 über den $\tan(\delta_1)$.



Klausuraufschrieb

$\beta_2 = 90\,° - \beta_1 = 90° - 52° = 38°$

$\overline{FG}$: $\quad sin(\beta_2) = \frac{\overline{FG}}{\overline{BF}}$

$\overline{FG} = \overline{BF} \cdot sin(38°) = 8{,}5 \cdot \sin(38°) = 5{,}23$

$\overline{BG}$: $\quad \overline{BG} = \sqrt{\overline{BF}^2 - \overline{FG}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{BG} = \sqrt{8{,}5^2 - 5{,}23^2} = 6{,}7$

$\overline{HE}$: $\quad \overline{HE} = \overline{AB} - \overline{FG} - \overline{EF} = 16{,}7 - 5{,}23 - 8{,}3 = 3{,}17$

$\overline{HD}$: $\quad \overline{HD} = \overline{AB} - \overline{BG} = 16{,}7 - 6{,}7 = 10$

δ_1: $\quad tan(\delta_1) = \frac{\overline{HE}}{\overline{HD}} = \frac{3{,}17}{10} = 0{,}317$

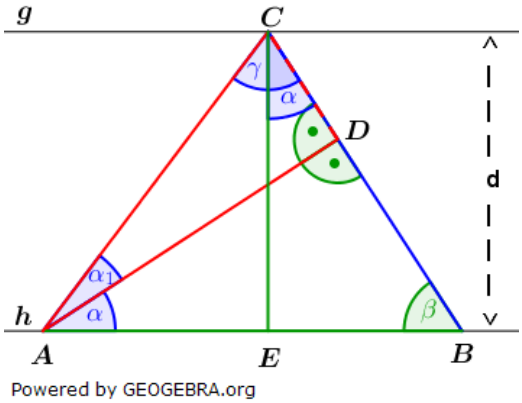
$\delta_1 = ta3(0{,}617) = 17{,}58\,°$

Der Winkel δ_1 ist $17{,}6\,°$ groß.

Lösung P2/2020

Lösungslogik

Berechnung α im Dreieck ABD als Ergänzungswinkel zu $180\,°$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den $sin(\beta)$.
Berechnung von $\overline{BD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $sin(\beta)$.
Berechnung von $\overline{CD}$ aus der Differenz von $\overline{BC}$ und $\overline{BD}$.
Berechnung von $\overline{EB}$ über den $\tan(\beta)$.
Berechnung von $\overline{AE}$ aus der Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{EB}$.
Berechnung von $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von u_{ADC} aus der Summe von $\overline{AD}$, $\overline{AC}$ und $\overline{DC}$.



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

α: $\alpha = 180° - 90° - \beta = 90° - 57{,}0° = 33{,}0°$

$\overline{AD}$: $sin\,(\beta) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB}$

$\overline{AD} = \overline{AB} \cdot sin(\beta) = 9{,}4 \cdot sin(57°) = 7{,}884$

$\overline{BD}$: $\overline{BD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{BD} = \sqrt{9{,}4^2 - 7{,}884^2} = 5{,}119$

$\overline{BC}$: $sin\,(\beta) = \frac{\overline{EC}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$; $: \sin(\beta)$

$\overline{BC} = \frac{\overline{EC}}{sion(\beta)} = \frac{6{,}7}{sin\,(57°)} = 7{,}99$

$\overline{CD}$: $\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 7{,}99 - 5{,}119 = 2{,}871$

$\overline{EB}$: $tan\,(\alpha) = \frac{\overline{EB}}{\overline{EC}}$ | $\cdot \overline{EC}$;

$\overline{EB} = \overline{EC} \cdot \tan(\alpha) = 6{,}7 \cdot \tan(33\,°) = 4{,}351$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{EB} = 9{,}4 - 4{,}351 = 5{,}049$

$\overline{AC}$: $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AE}^2 + \overline{EC}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{AC} = \sqrt{5{,}049^2 + 6{,}7^2} = 8{,}389$

u_{ADC}: $u_{ADC} = \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{CD} = 8{,}389 + 7{,}884 + 2{,}871 = 19{,}144$

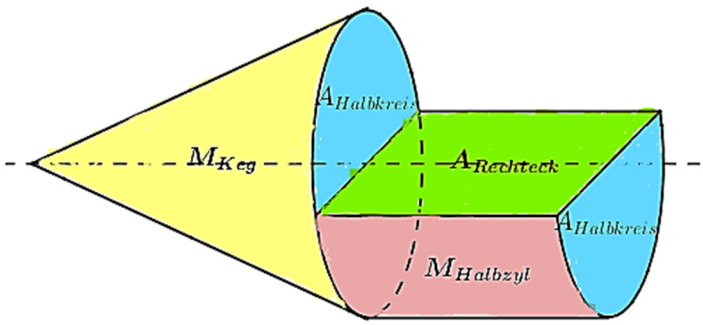
Der Umfang des Dreiecks ADC *beträgt etwa* $19{,}1\ cm$.

Lösung P3/2020

Lösungslogik

Die Oberfläche setzt sich aus 4 Einzelflächen zusammen und zwar:
Mantelfläche des Kegels M_{Keg} (in Grafik gelb),
Mantelfläche des Halbzylinders $M_{Halbzyl}$ (in Grafik rot),
Zwei Halbkreisflächen $A_{Halbkreis}$ (in Grafik blau),
Fläche eines Rechtecks $A_{Rechteck}$ (in Grafik grün).

$O_{Werkstück} = M_{Keg} + M_{Halbzyl} + 2 \cdot A_{Halbkreis} + A_{Rechteck}$



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$O_{Werkstück} = M_{Keg} + M_{Halbzyl} + 2 \cdot A_{Halbkreis} + A_{Rechteck}$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$

$r_{Keg} = 14{,}0$

s: $s = \sqrt{h_{Keg}^2 + r_{Keg}^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{30{,}6^2 + 14^2} = 33{,}65$

$M_{Keg} = \pi \cdot 14 \cdot 33{,}65 = 1480{,}0$

$M_{Halbzyl}$:

$$M_{Halbzyl} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_{Keg} \cdot h_{Zyl}$$
$$M_{Halbzyl} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 14{,}0 \cdot 22{,}0 = 967{,}61$$

$A_{Halbkreis}$:

$$A_{Halbkreis} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2$$
$$A_{Halbkreis} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 14^2 = 307{,}88$$

$A_{Rechteck}$:

$$A_{Rechteck} = a \cdot b = 2 \cdot r_{Zyl} \cdot h_{Zyl}$$
$$A_{Rechteck} = a \cdot b = 2 \cdot 14{,}0 \cdot 22{,}0 = 616$$

$O_{Werkstück} = 1480{,}0 + 967{,}61 + 2 \cdot 307{,}88 + 616 = 3679{,}37$

Die Oberfläche des Werkstücks beträgt $3679{,}4\ cm^2$.

Lösung P4/2020

$(2x+1)^2 - 3(x+4) = (x-1)(2x+1) + 2$	|	ausmultiplizieren
$4x^2 + 4x + 1 - 3x - 12 = 2x^2 + x - 2x - 1 + 2$	|	Zusammenfassen
$4x^2 + x - 11 = 2x^2 - x + 1$	|	$-2x^2;\ +x;\ -1$
$2x^2 + 2x - 12 = 0$	|	$:2$
$x^2 + x - 6 = 0$	|	p/q-Formel

$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 2; \quad x_2 = -3$

$\mathbb{L} = \{-3; 2\}$

Lösung P5/2020

<u>Lösungslogik</u>

g_1 ist eine Gerade mit der Steigung $m = -\frac{1}{2}$. Nur Gleichung (5) weist diese Steigung auf.

p_1 ist eine Normalparabel mit dem Scheitel $S(2|-1)$. Gleichung (4) erfüllt diesen Scheitelpunkt.

p_2 ist eine gestauchte, nach oben geöffnete Parabel. Gleichung (3) erfüllt diese Voraussetzung.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Zuordnung g_1:

g_1 ist eine Gerade mit negativer Steigung $m = -\frac{1}{2}$. Nur Gleichung (5) erfüllt diese Bedingung.

Zuordnung p_1:

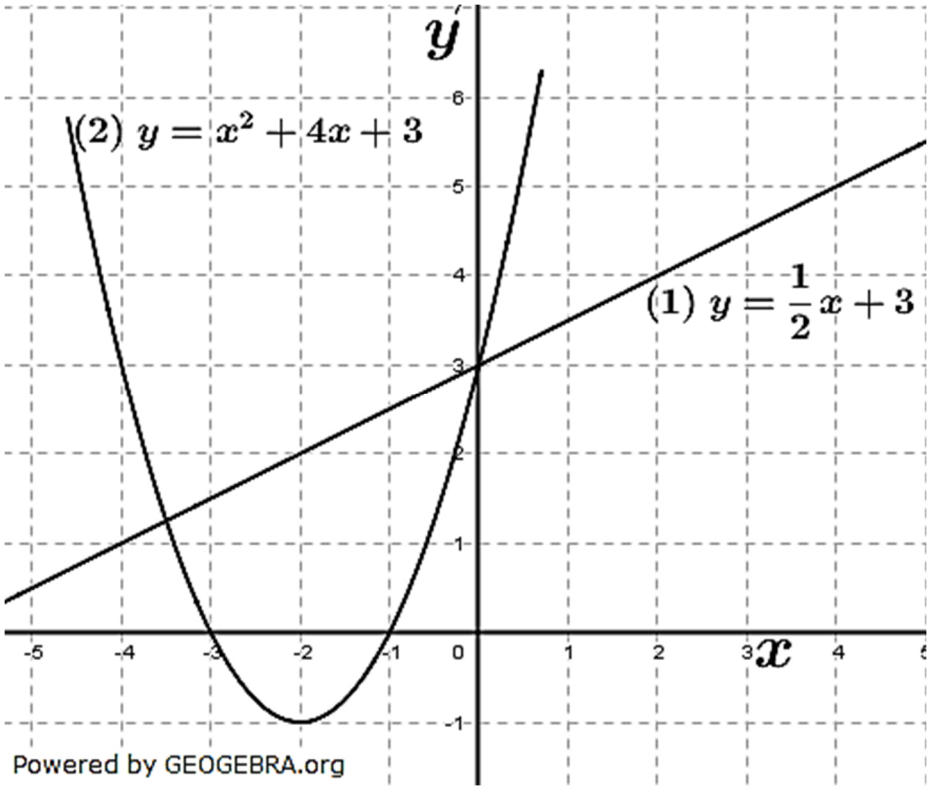
p_1 ist eine nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitel $S(2|-1)$. Nur Gleichung (4) erfüllt diese Bedingung.

Zuordnung p_2:

p_2 ist eine nach oben geöffnete, gestauchte Parabel. Nur Gleichung (3) erfüllt diese Bedingung.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Graphen der Funktionsgleichungen (1) und (2):



Lösung P6/2020

Lösungslogik

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

Gewinn $10\,€$*:*
Ein Gewinn von $10\,€$ erfolgt, wenn entweder zuerst $0\,€$ und dann $10\,€$, oder aber zuerst $10\,€$ und dann $0\,€$ freigerubbelt wurden.

Hauptgewinn $20\,€$*:*
Der Hauptgewinn von $20\,€$ erfolgt, wenn zweimal $10\,€$ freigerubbelt wurden.

Gewinn größer $10\,€$*:*
Ein Gewinn größer $10\,€$ erfolgt, wenn entweder zuerst $1\,€$ und dann $10\,€$, oder aber zuerst $10\,€$ und dann $1\,€$ oder aber zweimal $10\,€$ freigerubbelt wurden.

Klausuraufschrieb

Gewinn $10\,€$*:*

$P(Gewinn\ 10\,€) = P(\{0\,€; 10\,€\}, \{10\,€; 0\,\}) = \frac{8}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{15} = 13{,}3\,\%.$

$P(Hauptgewinn\ 20\,€) = P(\{10\,€; 10\,€\}) = \frac{2}{16} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{120} = 0{,}83\,\%$

$P(Gewinn\ größer\ 10\,€) = P(\{1\,€; 10\,€\}, \{10\,€; 1\,\}, \{10\,€; 10\,€\}) = \frac{6}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{6}{15} + \frac{1}{120}$

$= \frac{13}{120} = 10{,}83\,\%.$

Lösung P7/2020

- *Anstieg Verbrauch der Einweg-Getränkeverpackungen von* 2004 *bis* 2014*:*
  Der Grafik entnimmst du, dass $465\,000$ Verpackungen in 2004 und $600\,000$ Verpackungen in 2014 verbraucht wurden. Der Wert von 2004 ist der Grundwert, der von 2014 ist der Prozentwert. Gesucht ist der Prozentsatz.
  $p = \frac{P}{G} = \frac{600000}{465000} = 1{,}2903 = 129{,}0\,\%$
  In 2014 *wurden* $129\,\%$ *der Verpackungen von* 2004 *verkauft. Dies ist ein Anstieg um* $29\,\%$*.*
- *Tonnen Getränkeverpackungen (Einweg und Mehrweg) im Jahr* 2014 *insgesamt:*
  Der Grafik entnimmst du, dass $600\,000$ Einweg-Verpackungen in 2014 verbraucht wurden. Dem Kreisdiagramm entnimmst du, dass dies $54\,\%$ aller Verpackungen ist. Gesucht ist somit der Grundwert (alle Verpackungen).
  $G = \frac{P}{p} = \frac{600000}{0{,}54} = 1111111{,}11 \approx 1{,}1$ Mio.
  In 2014 *wurden insgesamt etwa* $1{,}1$ *Mio. Verpackungen verbraucht.*
- *Tonnen Einweg-Getränkeverpackungen im Jahr* 2024 *bei jährlicher Abnahme von* $5\,\%$ *des Vorjahresbestandes:*
  Der Grafik entnimmst du, dass $600\,000$ Einweg-Verpackungen in 2014 verbraucht wurden.
  <u>Lösung einfach:</u>
  Ähnlich der Zinseszinsrechnung – die ja eine Kapitalzunahme berechnet – handelt es sich hier um eine Bestandsabnahme. Bei $5\,\%$ Abnahme sind ja jährlich noch $95\,\%$ des Vorjahres. Wir verwenden die Formel der Zinseszinsrechnung mit
  $$K_n = K_0 \cdot q^n$$
  wobei $n = 10$ (Aufgabenstellung) und $q = \frac{100\,\% - p\,\%}{100} = \frac{95}{100} = 0{,}95$ ist. (Zur Erinnerung: In der Zinseszinsrechnung mussten wir wegen Zunahme rechnen $q = \frac{100\,\% + p\,\%}{100}$)
  $K_{10} = 600000 \cdot 0{,}95^{10} = 359242{,}16$

  <u>Lösung umständlich:</u>
  Aufstellung einer Tabelle wie folgt:

Jahr	Anfangsbestand	5 % Abnahme	Endbestand
2014			600000
2015	600000	30000	570000
2016	570000	28500	541500
2017	541500	27075	514425
2018	514425	25721	488704
2019	488704	24435	464269
2020	464269	23213	441056
2021	441056	22053	419003
2022	419003	20951	398052
2023	398052	19903	378149
2024	378149	18907	359242

  In 2024 *würden nur noch* 359242 *Einweg-Getränkeverpackungen verbraucht, wenn der Verbrauch jährlich um* $5\,\%$ *gegenüber dem Vorjahr sinken würde.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P8/2020

Lösungslogik

Zuordnung Boxplot:

Da bei beiden Boxplots Zentralwert und oberes Quartil gleich groß sind, muss lediglich das untere Quartil geprüft werden.

Ergänzung der Rangliste:

Wir bestimmen den Rangplatz für den Zentralwert und das obere Quartil und berechnen daraus die Anzahl der erforderlichen Anrufer für 8, 9 bzw. 11 Minuten Wartezeit.

Klausuraufschrieb

Zuordnung Boxplot:

Die Rangliste hat $n = 41$ Elemente.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{41}{4} = 10{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 11 (Anrufe). Über das Balkendiagramm erhalten wir damit für $q_u = 7$.

Boxplot (B) stellt die Verteilung der Wartezeiten aus dem Diagramm dar.

Ergänzung der Rangliste:

Zentralwert:

$\frac{n}{2} = \frac{41}{2} = 20{,}25 \implies$ Der Zentralwert steht auf Platz 21, $z = 9$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{41}{4} = 10{,}25 \implies$ Das untere Quartil steht auf Platz 11, $q_u = 8$.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 41 = 30{,}75 \implies$ Das obere Quartil steht auf Platz 31 $q_O = 11$.

Wir detaillieren die Rangliste in Einzelelemente (jeder 10. Rangplatz ist grau hinterlegt):

5	5	6	6	6	6	7	7	7		q_u										z										
																			q_o		12	12	12	12	13	14	15	15	16	

Wir tragen den Zentralwert und die Quartile in die Tabelle ein:

5	5	6	6	6	6	7	7	7		8										9										
																			11		12	12	12	12	13	14	15	15	16	

Wir ergänzen die freien Felder mit Zahlen, z. B.

5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	11	11	11	11	
																			11	11	12	12	12	12	13	14	15	15	16	

Eine weitere Möglichkeit wäre, z. B.

5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	10	10	10	10	10	
																			11	11	12	12	12	12	13	14	15	15	16	

Weitere Lösungen möglich.