

Aufgabe P1/2004

Im Viereck $ABCD$ sind gegeben:

$$\overline{AC} = 10,7 \text{ cm}$$

$$\overline{AD} = 5,5 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 9,6 \text{ cm}$$

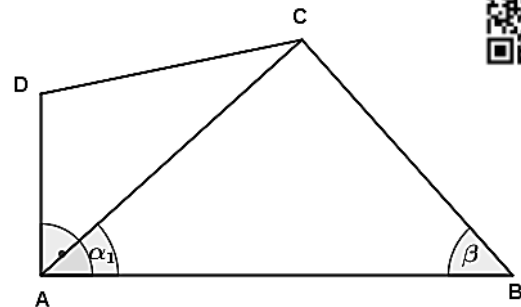
$$\beta = 48,2^\circ$$

Berechnen Sie den Winkel α_1 .

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ACD ?

Lösung: $\alpha_1 = 42^\circ$

$$A_{ACD} = 21,9 \text{ cm}^2$$



Tipp: Sinussatz und trigonometrischen Flächeninhalt anwenden!

Aufgabe P2/2004

Das rechtwinklige Dreieck ABD und das gleichschenklige Dreieck ABC haben die Seite \overline{AB} gemeinsam. Es gilt:

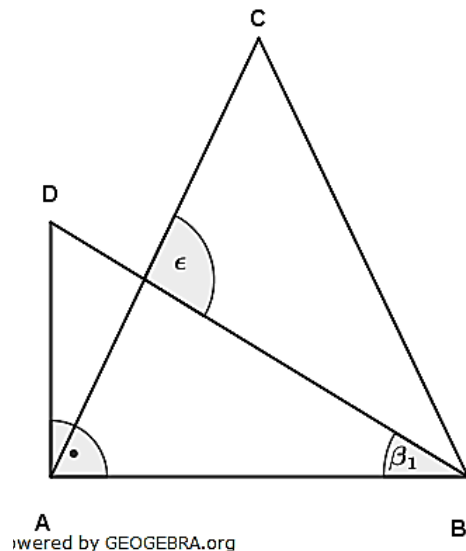
$$\overline{AD} = 3,1 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} = 5,9 \text{ cm}$$

$$\beta_1 = 31,7^\circ$$

Berechnen Sie den Winkel ϵ .

Lösung: $\epsilon = 96,5^\circ$



Aufgabe P3/2004

Lösen Sie das folgende Gleichungssystem:

$$(1) \quad x + 2(y + 2) = 12$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}(x + 4) - 3(y - 1) = -3$$

$$\mathbb{L} = \{(2; 3)\}$$

Aufgabe P4/2004

Eine Parabel hat die Funktionsgleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.

Die drei Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen bilden ein Dreieck.

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks.

Lösung: $u = 19,3 \text{ LE}$

Aufgabe P5/2004

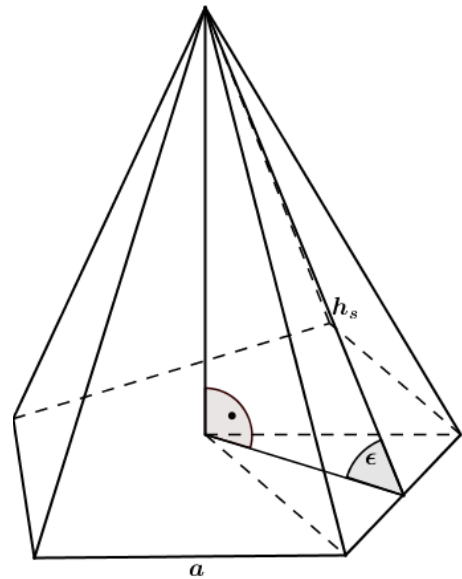
Von einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide sind gegeben:

$$a = 6,4 \text{ cm}$$

$$M = 170 \text{ cm}^2 \text{ (Mantelfläche)}$$

Berechnen Sie die Höhe h_s der Seiten-fläche und den Winkel ϵ .

Lösung: $h_s = 10,6 \text{ cm}$
 $\epsilon = 65,5^\circ$



wared by GEOGEBRA.org

Aufgabe P6/2004

Eine Kugel und ein Zylinder werden miteinander verglichen:

- Die Kugel hat ein Volumen von 268 cm^3 ,
- der Radius der Kugel und der Grundkreisradius des Zylinders sind gleich lang,
- Die Oberfläche der Kugel und die Mantelfläche des Zylinders sind gleich groß.

Berechnen Sie die Differenz die beiden Rauminhalte.

Lösung: $\Delta V = 134 \text{ cm}^3$

Aufgabe P7/2004

Corinna legt 4.500,00 € zu folgenden Zinssätzen auf drei Jahre an:

1. Jahr	1,5 %
2. Jahr	2,25 %
3. Jahr	2,75 %

Zinsen werden mitverzinst.

Hans legt ebenfalls 4.500,00 € auf drei Jahre an. Nach Ablauf des ersten Jahres erhält er 45,00 € Zinsen, nach Ablauf des zweiten Jahres 91,43 €. Zinsen werden mitverzinst.

Welchen Zinssatz muss seine Bank im dritten Jahr gewähren, damit er nach den drei Jahren das gleiche Guthaben wie Corinna hat?

Lösung: 3,5 %

Aufgabe P8/2004

Eine Schule nutzt das nebenstehende Angebot und kauft fünf Druckerpatronen. Vom Preis einschließlich 16 % Mehrwertsteuer dürfen 2 % Skonto abgezogen werden.

Es sind dann 205,20 € zu überweisen. Wie hoch ist der Katalogpreis für eine Einzelpatrone ohne Mehrwertsteuer?

Lösung: 38,00 €

Angebot

Bei Abnahme von mindestens 5 Druckerpatronen erhalten Sie 5 % Rabatt!
 Die Katalogpreise enthalten keine Mehrwertsteuer!

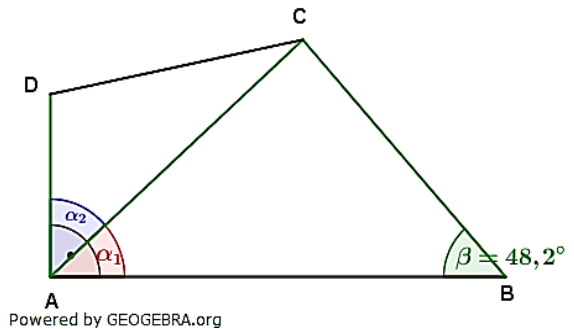
Lösung P1/2004

Lösungslogik (einfach)

Der Winkel α_1 wird direkt mit dem Sinus-
satz ermittelt.

Berechnung von α_2 .

Fläche des Dreiecks ADC dann über den
trigonometrischen Flächeninhalt.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$\alpha_1: \frac{\sin \alpha_1}{BC} = \frac{\sin \beta}{AC} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\sin \beta}{AC} \cdot \overline{BC} = \frac{\sin 48,2^\circ}{10,7} \cdot 9,6 = 0,66883$$

$$\alpha_1 = \sin^{-1}(0,66883) = 42^\circ$$

$$\alpha_2: \alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$A_{ADC}: A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \sin \alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 5,5 \cdot \sin 48^\circ = 21,867$$

Der Winkel α_1 hat 42° . Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9 \text{ cm}^2$.

Lösungslogik (umständlich)

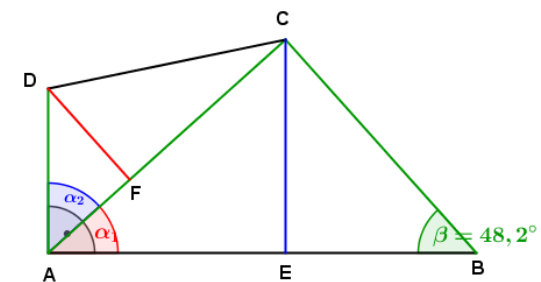
Berechnung von \overline{CE} über den Sinus.

Berechnung von α_1 über den Sinus.

Berechnung von α_2 über den Ergänzungswinkel zu 90°

Berechnung von \overline{DF} über den Sinus.

Berechnung von A_{ADC} über die allgemeine Flächenformel.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$\alpha_1: \sin \alpha_1 = \frac{\overline{CE}}{AC}$$

$$\overline{CE}: \frac{\overline{CE}}{BC} = \sin \beta \quad | \quad \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot \sin \beta = 9,6 \cdot \sin 48,2^\circ = 7,1566$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{7,1566}{10,7} = 0,6688$$

$$\alpha_1: \alpha_1 = \sin^{-1}(0,6688) = 42^\circ$$

$$\alpha_1: \alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$A_{ADC}: A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{FD}$$

$$\overline{FD}: \frac{\overline{FD}}{AD} = \sin \alpha_2 \quad | \quad \cdot \overline{AD}$$

$$\overline{FD} = \overline{AD} \cdot \sin \alpha_2 = 5,5 \cdot \sin 48^\circ = 4,0873$$

$$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 4,0873 = 21,867$$

Der Winkel α_1 hat 42° . Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9 \text{ cm}^2$.

Lösung P2/2004

Lösungslogik

Berechnung von \overline{AB} über $\tan\beta_1$.

Berechnung von α über \cos .

Berechnung von γ .

Berechnung von β_2 aus α und β_1 .

Berechnung von ϵ aus γ und β_2 .

Klausuraufschrieb

$$\overline{AB}: \quad \tan\beta_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}; : \tan\beta_1$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AD}}{\tan\beta_1} = \frac{3,1}{\tan 31,7^\circ} = 5,02$$

$$\alpha: \quad \cos\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{2}{5,9} = \frac{2,51}{5,9} = 0,4254$$

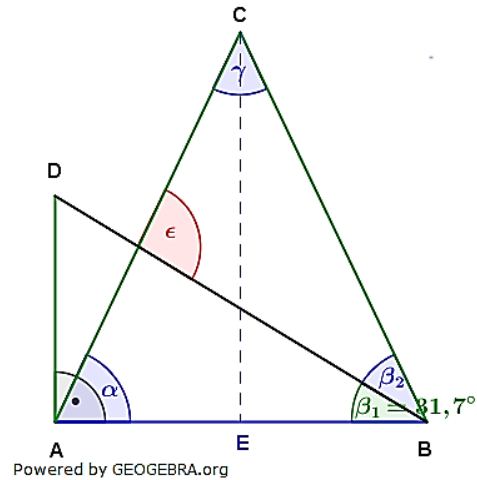
$$\alpha = \cos^{-1}(0,4254) = 64,82^\circ$$

$$\gamma: \quad \gamma = 180^\circ - 2 \cdot \alpha = 180^\circ - 129,64^\circ = 50,36^\circ$$

$$\beta_2: \quad \beta_2 = \alpha - \beta_1 = 64,82^\circ - 31,7^\circ = 33,12^\circ$$

$$\epsilon: \quad \epsilon = 180^\circ - \gamma - \beta_2 = 180^\circ - 50,36^\circ - 33,12^\circ = 96,52^\circ$$

Der Winkel ϵ hat $96,5^\circ$.



Lösung P3/2004

(1) $x + 2(y + 2) = 12$		ausmultiplizieren
-------------------------	--	-------------------

(2) $\frac{1}{2}(x + 4) - 3(y - 1) = -3$		ausmultiplizieren
--	--	-------------------

(1) $x + 2y + 4 = 12$		-x; -4
-----------------------	--	--------

(2) $0,5x + 2 - 3y + 3 = -3$		-0,5x; -5
------------------------------	--	-----------

(1) $2y = -x + 8$: 2
-------------------	--	-----

(2) $-3y = -0,5x - 8$: 3
-----------------------	--	-----

(1) $y = -\frac{1}{2}x + 4$		
-----------------------------	--	--

(2) $-y = -\frac{1}{6}x - \frac{8}{3}$		
--	--	--

(1)+(2) $0 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x + 4 - \frac{8}{3}$		
$0 = -\frac{3}{6}x - \frac{1}{6}x + \frac{12}{3} - \frac{8}{3}$		+ $\frac{4}{6}x$
$\frac{4}{6}x = \frac{4}{3}$		· 6; : 2

(1) $x = 2 \rightarrow$ (1)		
-----------------------------	--	--

(1) $y = -0,5 \cdot 2 + 4 = 3 \Rightarrow \mathbb{L} = \{(2; 3)\}$		
--	--	--

Lösung P4/2004

Lösungslogik

Einzeichnen der Parabel über vier bis sechs errechnete Punkte. Die Parabel ist nach unten geöffnet und in x -Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt also bei $S(0|4)$.

Bestimmung der Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen.

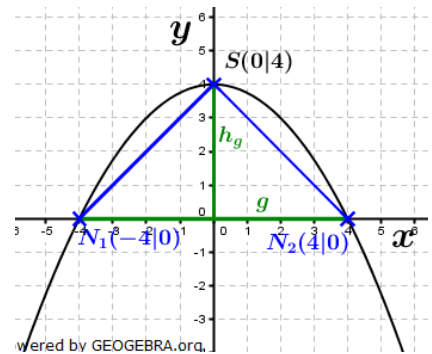
Das beschriebene Dreieck in die Zeichnung eintragen, Länge der Grundseite und Höhe auf die Grundseite bestimmen und Umfang des Dreiecks ist dann die

Summe der Strecken $\overline{N_1N_2}$, $\overline{N_2S_y}$ und $\overline{N_1S_y}$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen:

$$\begin{aligned}
 p: \quad y &= -\frac{1}{4}x^2 + 4 \\
 0 &= -\frac{1}{4}x^2 + 4 \quad | \quad \text{Schnittpunkte mit } x\text{-Achse} \\
 \frac{1}{4}x^2 &= 4 \quad | \quad \cdot 4 \\
 x^2 &= 16 \quad | \quad \sqrt{} \\
 x_1 &= 4; \quad x_2 = -4 \\
 y &= -\frac{1}{4} \cdot 0 + 4 \quad | \quad \text{Schnittpunkt mit } y\text{-Achse} \\
 y &= 4 \\
 N_1(-4|0); \quad N_2(4|0); \quad S_y(0|4)
 \end{aligned}$$



Umfang Dreieck N_1N_2S :

$$\begin{aligned}
 u &= \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S_y} + \overline{N_2S_y} \quad \text{mit } \overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y} \\
 \overline{N_1N_2} &= 8; \\
 \overline{N_1S_y} &= \overline{N_2S_y} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras} \\
 u &= 8 + 2 \cdot \sqrt{32} \\
 u &= 19,3137
 \end{aligned}$$

Das Dreieck $N_1N_2S_y$ hat einem Umfang von 19,3 LE.

Lösung P5/2004

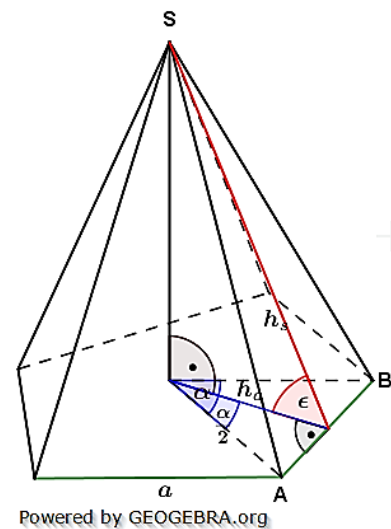
Lösungslogik

Eine regelmäßige, fünfseitige Pyramide hat fünf gleich große gleichschenklige Seitendreiecke. Über den gegebenen Mantel M errechnet sich eine Dreiecksfläche.

Mit der gegebenen Grundkante a errechnet sich h_s über die Flächenformel des Dreiecks.

Der Winkel ϵ errechnet sich über den \cos aus $\frac{h_a}{h_s}$.

Für h_a benötigen wir zunächst den Spitzenwinkel α im Grundflächendreieck. Über den $\tan \frac{\alpha}{2}$ kann dann h_a ermittelt werden.



Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned}
 A_{ABS}: \quad A_{ABS} &= \frac{M}{5} = \frac{170}{5} = 34 \\
 h_s: \quad A_{ABS} &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s \quad | \quad \cdot 2; : a \\
 h_s &= \frac{2 \cdot A_{ABS}}{a} = \frac{2 \cdot 34}{6,4} = 10,625 \\
 \alpha: \quad \alpha &= \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad \text{hieraus } \frac{\alpha}{2} = 36^\circ. \quad | \quad \text{regelmäßiges Fünfeck} \\
 h_a: \quad \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{\frac{a}{2}}{h_a} \quad | \quad \cdot h_a; : \tan \frac{\alpha}{2} \\
 h_a &= \frac{\frac{a}{2}}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{3,2}{\tan 36^\circ} = 4,40 \\
 \epsilon: \quad \cos \epsilon &= \frac{h_a}{h_s} = \frac{4,4}{10,625} = 0,41412 \\
 \epsilon &= \cos^{-1}(0,41412) = 65,54^\circ
 \end{aligned}$$

Die Seitenhöhe h_s ist 10,6 cm lang. Der Winkel ϵ hat 65,5°.

Lösung P6/2004

Lösungslogik

Das Volumen der Kugel ist gegeben. Wir benötigen somit das Volumen des Zylinders, um den Volumenunterschied zu berechnen.

Berechnung des Radius r der Kugel und des Zylinders über das gegebenen Kugelvolumen mithilfe der Volumenformel der Kugel.

Berechnung der Oberfläche der Kugel über die Oberflächenformel.

Gleichsetzung der Oberfläche der Kugel mit der Mantelfläche des Zylinders.

Berechnen der Höhe des Zylinders über die Mantelfläche.

Berechnung des Volumens des Zylinders.

Differenzbildung zwischen Kugelvolumen und Zylindervolumen.

Klausuraufschrieb

$$r: \quad V_{Kugel} = 268 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad | \quad \cdot 3; : 4\pi$$

$$r^3 = \frac{268 \cdot 3}{4\pi} = 63,98 \quad | \quad \sqrt[3]{\quad}$$

$$r = 4,00$$

$$O_{Kugel}: \quad O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 201,062$$

$$h_{Zyl}: \quad M_{Zyl} = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = O_{Kugel} = 201,062$$

$$201,062 = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = 8\pi \cdot h_{Zyl} \quad | \quad : 8\pi$$

$$h_{Zyl} = \frac{201,062}{8\pi} = 8$$

$$V_{Zyl}: \quad V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 402,124$$

$$\Delta V: \quad \Delta V = V_{Zyl} - V_{Kugel} = 402,124 - 268 = 134,124$$

Die Differenz der beiden Rauminhalte beträgt 134 cm^3 .

Lösung P7/2004

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

Guthabens von Corinna:

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$$

$$K_3 = 4500 \cdot 1,015 \cdot 1,0225 \cdot 1,0275 = 4798,70$$

Corinna hat nach den 3 Jahren ein Guthaben von 4.798,70 €.

Zinssatz im dritten Jahr für die Kapitalanlage von Hans.

Sein Endkapital soll gleich hoch sein wie das von Corinna.

$$K_3 = (K_0 + 45,00 + 91,43) \cdot q_3$$

$$4798,70 = (4500 + 45 + 91,43) \cdot q_3$$

$$4798,70 = 4636,43 \cdot q_3 \quad | \quad : 4636,43$$

$$q_3 = \frac{4798,70}{4636,43} = 1,035$$

$$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Rightarrow p_3\% = 3,5\%$$

Die Bank muss im dritten Jahr einen Zinssatz von 3,5% gewähren.

Lösung P8/2004

Katalogpreis für eine Patrone ohne Mehrwertsteuer:

Wir müssen zuerst den Verkaufspreis ohne Abzug von Skonto berechnen. Die 205,20 € sind der Prozentwert als verminderter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert:

$$G = \frac{P}{p} = \frac{205,20}{0,98} = 209,39$$

In diesem Grundwert sind 16 % Mehrwertsteuer enthalten, die 209,39 sind jetzt Prozentwert als erhöhter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert als Nettopreis ohne MWSt.

$$G = \frac{P}{p} = \frac{209,39}{1,16} = 180,51$$

Von diesem Nettopreis durfte die Schule 5 % Rabatt abziehen, da sie fünf Druckerpatronen gekauft hat. Die 180,51 sind jetzt Prozentwert als verminderter Grundwert. Der sich daraus ergebende Grundwert ist dann der Katalogpreis. Wir berechnen den Katalogpreis:

$$G = \frac{P}{p} = \frac{180,51}{0,95} = 190,00$$

Dies entspricht dem Nettopreis für fünf Patronen. Die Einzelpatrone kostet somit:

$$\frac{190,00}{5} = 38,00$$

Der Katalogpreis für eine Einzelpatrone ohne Mehrwertsteuer beträgt 38,00 €.