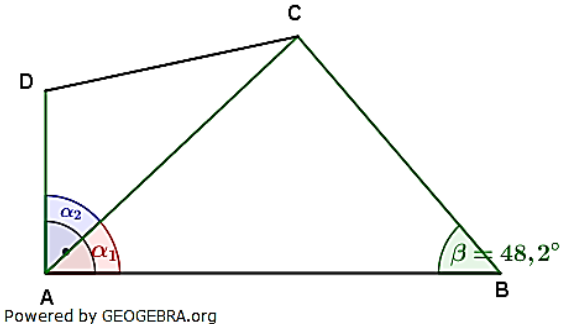
Lösung P1/2004

Lösungslogik (einfach)

Der Winkel α_1 wird direkt mit dem Sinussatz ermittelt.
Berechnung von α_2.
Fläche des Dreiecks ADC dann über den trigonometrischen Flächeninhalt.



Klausuraufschrieb

α_1: $\quad \frac{sin\alpha_1}{\overline{BC}} = \frac{sin\beta}{\overline{AC}} \quad | \cdot \overline{BC}$

$sin\alpha_1 = \frac{sin\beta}{\overline{AC}} \cdot \overline{BC} = \frac{sin48,2°}{10,7} \cdot 9,6 = 0,66883$

$\alpha_1 = sin^{-1}(0,66883) = 42°$

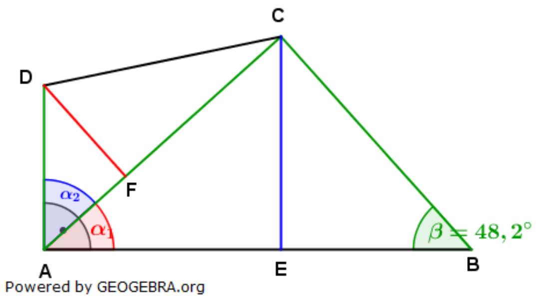
α_2: $\quad \alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 42° = 48°$

A_{ADC}: $\quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot sin\alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 5,5 \cdot sin48° = 21,867$

Der Winkel α_1 hat $42°$. Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9\ cm^2$.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{CE}$ über den Sinus.
Berechnung von α_1 über den Sinus.
Berechnung von α_2 über den Ergänzungswinkel zu $90°$
Berechnung von $\overline{DF}$ über den Sinus.
Berechnung von A_{ADC} über die allgemeine Flächenformel.



Klausuraufschrieb

α_1: $\quad sin\alpha_1 = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}}$

$\overline{CE}$: $\quad \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} = sin\beta \quad | \cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\beta = 9,6 \cdot sin48,2° = 7,1566$

$sin\alpha_1 = \frac{7,1566}{10,7} = 0,6688$

α_1: $\quad \alpha_1 = \sin^{-1}(0,6688) = 42°$

α_1: $\quad \alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 42° = 48°$

A_{ADC}: $\quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{FD}$

$\overline{FD}$: $\quad \frac{\overline{FD}}{\overline{AD}} = sin\alpha_2 \quad | \cdot \overline{AD}$

$\overline{FD} = \overline{AD} \cdot sin\alpha_2 = 5,5 \cdot sin48° = 4,0873$

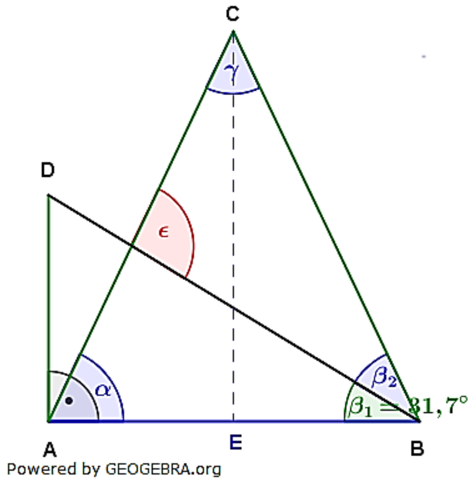
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 4,0873 = 21,867$

Der Winkel α_1 hat $42°$. Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9\ cm^2$.

Lösung P2/2004

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über $tan\beta_1$.
Berechnung von α über cos.
Berechnung von γ.
Berechnung von β_2 aus α und β_1.
Berechnung von ϵ aus γ und β_2.



Klausuraufschrieb

$\overline{AB}$: $\quad tan\beta_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB};\ : tan\beta_1$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AD}}{tan\beta_1} = \frac{3,1}{tan31,7°} = 5,02$

α: $\quad cos\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{5,9} = \frac{2,51}{5,9} = 0,4254$

$\alpha = cos^{-1}(0,4254) = 64,82°$

γ: $\quad \gamma = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 129,64°$
$= 50,36°$

β_2: $\quad \beta_2 = \alpha - \beta_1 = 64,82° - 31,7° = 33,12°$

ϵ: $\quad \epsilon = 180° - \gamma - \beta_2 = 180° - 50,36° - 33,12° = 96,52°$

Der Winkel ϵ hat $96,5°$.

Lösung P3/2004

(1)	$\boldsymbol{x + 2(y + 2) = 12}$	|	ausmultiplizieren
(2)	$\frac{1}{2}(x+4) - 3(y-1) = -3$	|	ausmultiplizieren
(1)	$x + 2y + 4 = 12$	|	$-x;\ -4$
(2)	$0,5x + 2 - 3y + 3 = -3$	|	$-0,5x;\ -5$
(1)	$2y = -x + 8$	|	$:2$
(2)	$-3y = -0,5x - 8$	|	$:3$
(1)	$y = -\frac{1}{2}x + 4$		
(2)	$-y = -\frac{1}{6}x - \frac{8}{3}$		
(1)+(2)	$0 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{6}x + 4 - \frac{8}{3}$		
	$0 = -\frac{3}{6}x - \frac{1}{6}x + \frac{12}{3} - \frac{8}{3}$	|	$+\frac{4}{6}x$
	$\frac{4}{6}x = \frac{4}{3}$	|	$\cdot 6;\ : 2$
	$x = 2 \ \rightarrow\ (1)$		
(1)	$y = -0,5 \cdot 2 + 4 = 3 \Longrightarrow\ \mathbb{L} = \{(2;3)\}$		

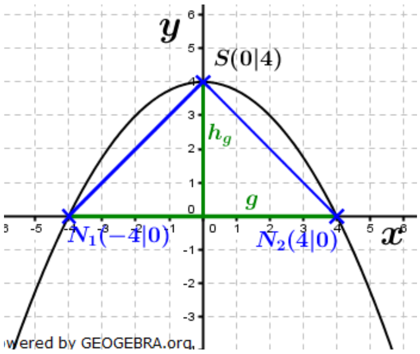
Lösung P4/2004

Lösungslogik

Einzeichnen der Parabel über vier bis sechs errechnete Punkte. Die Parabel ist nach unten geöffnet und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt also bei $S(0|4)$.
Bestimmung der Schnittpunkte der Parabel mit den Koordinatenachsen.
Das beschriebene Dreieck in die Zeichnung eintragen, Länge der Grundseite und Höhe auf die Grundseite bestimmen und Umfang des Dreiecks ist dann die Summe der Strecken $\overline{N_1N_2}$, $\overline{N_2S_y}$ und $\overline{N_1S_y}$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p mit den Koordinatenachsen:



p: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

$0 = -\frac{1}{4}x^2 + 4$ | Schnittpunkte mit x-Achse

$\frac{1}{4}x^2 = 4$ | $\cdot 4$

$x^2 = 16$ | $\sqrt{\ }$

$x_1 = 4;\ x_2 = -4$

$y = -\frac{1}{4} \cdot 0 + 4$ | Schnittpunkt mit y-Achse

$y = 4$

$N_1(-4|0);\ N_2(4|0);\ S_y(0|4)$

Umfang Dreieck N_1N_2S:

$u = \overline{N_1N_2} + \overline{N_1S_y} + \overline{N_2S_y}$ mit $\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y}$

$\overline{N_1N_2} = 8;$

$\overline{N_1S_y} = \overline{N_2S_y} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$ | Satz des Pythagoras

$u = 8 + 2 \cdot \sqrt{32}$

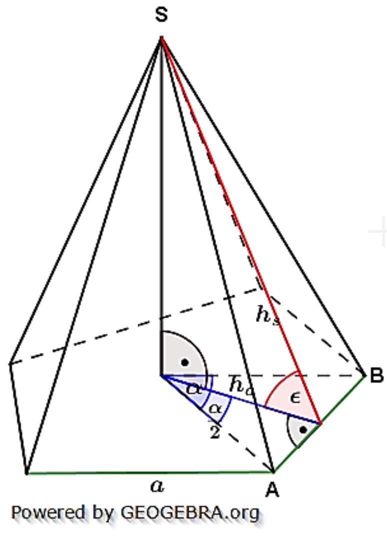
$u = 19{,}3137$

Das Dreieck $N_1N_2S_y$ hat einem Umfang von $19{,}3\ LE$.

Lösung P5/2004

Lösungslogik

Eine regelmäßige, fünfseitige Pyramide hat fünf gleich große gleichschenklige Seitendreiecke. Über den gegebenen Mantel M errechnet sich eine Dreiecksfläche.
Mit der gegebenen Grundkante a errechnet sich h_s über die Flächenformel des Dreiecks.
Der Winkel ϵ errechnet sich über den cos aus $\frac{h_a}{h_s}$.
Für h_a benötigen wir zunächst den Spitzenwinkel α im Grundflächendreieck. Über den $tan\frac{\alpha}{2}$ kann dann h_a ermittelt werden.



Klausuraufschrieb

A_{ABS}: $A_{ABS} = \frac{M}{5} = \frac{170}{5} = 34$

h_s: $A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s$ | $\cdot 2;\ :a$

$h_s = \frac{2 \cdot A_{ABS}}{a} = \frac{2 \cdot 34}{6{,}4} = 10{,}625$

α: $\alpha = \frac{360°}{5} = 72°$ hieraus $\frac{\alpha}{2} = 36°$. | regelmäßiges Fünfeck

h_a: $tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_a}$ | $\cdot h_a;\ :tan\frac{\alpha}{2}$

$h_a = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\alpha}{2}} = \frac{3{,}2}{tan 36°} = 4{,}40$

ϵ: $cos\epsilon = \frac{h_a}{h_s} = \frac{4{,}4}{10{,}625} = 0{,}41412$

$\epsilon = cos^{-1}(0{,}41412) = 65{,}54°$

Die Seitenhöhe h_s ist $10{,}6\ cm$ lang. Der Winkel ϵ hat $65{,}5°$.

Lösung P6/2004

Lösungslogik

Das Volumen der Kugel ist gegeben. Wir benötigen somit das Volumen des Zylinders, um den Volumenunterschied zu berechnen.
Berechnung des Radius r der Kugel und des Zylinders über das gegebenen Kugelvolumen mithilfe der Volumenformel der Kugel.
Berechnung der Oberfläche der Kugel über die Oberflächenformel.
Gleichsetzung der Oberfläche der Kugel mit der Mantelfläche des Zylinders.
Berechnen der Höhe des Zylinders über die Mantelfläche.
Berechnung des Volumens des Zylinders.
Differenzbildung zwischen Kugelvolumen und Zylindervolumen.

Klausuraufschrieb

r: $V_{Kugel} = 268 = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad | \quad \cdot 3;\ : 4\pi$

$r^3 = \frac{268 \cdot 3}{4\pi} = 63{,}98 \quad | \quad \sqrt[3]{}$

$r = 4{,}00$

O_{Kugel}: $O = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 201{,}062$

h_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = O_{Kugel} = 201{,}062$

$201{,}062 = 2\pi r \cdot h_{Zyl} = 8\pi \cdot h_{Zyl} \quad | \quad : 8\pi$

$h_{Zyl} = \frac{201{,}062}{8\pi} = 8$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = 402{,}124$

ΔV: $\Delta V = V_{Zyl} - V_{Kugel} = 402{,}124 - 268 = 134{,}124$

Die Differenz der beiden Rauminhalte beträgt $134\ cm^3$.

Lösung P7/2004

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

Guthabens von Corinna:

$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$

$K_3 = 4500 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0225 \cdot 1{,}0275 = 4798{,}70$

Corrina hat nach den 3 Jahren ein Guthaben von 4.798,70 €.

Zinssatz im dritten Jahr für die Kapitalanlage von Hans.

Sein Endkapital soll gleich hoch sein wie das von Corinna.

$K_3 = (K_0 + 45{,}00 + 91{,}43) \cdot q_3$

$4798{,}70 = (4500 + 45 + 91{,}43) \cdot q_3$

$4798{,}70 = 4636{,}43 \cdot q_3 \quad | \quad : 4636{,}43$

$q_3 = \frac{4798{,}70}{4636{,}43} = 1{,}035$

$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Longrightarrow \quad p_3\% = 3{,}5\%$

Die Bank muss im dritten Jahr einen Zinssatz von 3,5% gewähren.

Lösung P8/2004

Katalogpreis für eine Patrone ohne Mehrwertsteuer:

Wir müssen zuerst den Verkaufspreis ohne Abzug von Skonto berechnen. Die $205{,}20\ €$ sind der Prozentwert als verminderter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert:

$G = \frac{P}{p} = \frac{205{,}20}{0{,}98} = 209{,}39$

In diesem Grundwert sind $16\ \%$ Mehrwertsteuer enthalten, die $209{,}39$ sind jetzt Prozentwert als erhöhter Grundwert. Wir berechnen den Grundwert als Nettopreis ohne MWSt.

$G = \frac{P}{p} = \frac{209{,}39}{1{,}16} = 180{,}51$

Von diesem Nettopreis durfte die Schule $5\ \%$ Rabatt abziehen, da sie fünf Druckerpatronen gekauft hat. Die $180{,}51$ sind jetzt Prozentwert als verminderter Grundwert. Der sich daraus ergebende Grundwert ist dann der Katalogpreis. Wir berechnen den Katalogpreis:

$G = \frac{P}{p} = \frac{180{,}51}{0{,}95} = 190{,}00$

Dies entspricht dem Nettopreis für fünf Patronen. Die Einzelpatrone kostet somit:

$\frac{190{,}00}{5} = 38{,}00$

Der Katalogpreis für eine Einzelpatrone ohne Mehrwertsteuer beträgt $38{,}00\ €$.