Lösung P1/2005

Lösungslogik

Berechnung der Grundkante a der Pyramide über die Mantelformel.
Berechnung der Höhe h der Pyramide über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide über die Volumenformel.

Klausuraufschrieb

a: $M_{Pyr} = 2 \cdot a \cdot h_s$ | $:(2 \cdot h_S)$

$a = \frac{M_{Pyr}}{2 \cdot h_S} = \frac{54,9}{2 \cdot 6,1} = 4,5$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6,1^2 - 2,25^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{32,1475} = 5,67$

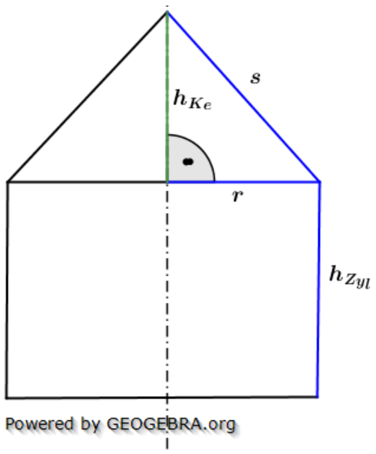
V: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4,5^2 \cdot 5,67 = 38,3$

Das Volumen der Pyramide beträgt $38,3\ cm^3$.

Lösung P2/2005

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen der Kegels.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von M_{Kegel}.
Berechnung von M_{Zyl}.
Berechnung der Grundfläche G.
Berechnung von O_{Ges}.



Klausuraufschrieb

r: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ :(\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 115}{\pi \cdot 9}} = 3,49$

s: $s = \sqrt{h_{Keg}^2 + r^2} = \sqrt{9^2 + 3,49^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{93,1801} = 9,65$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 3,49 \cdot 9,65 = 105,80$

M_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot r \cdot s = 2\pi \cdot 3,49 \cdot 9,65 = 211,61$

G: $G = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3,49^2 = 38,26$

O_{Ges}: $O_{Ges} = M_{Keg} + M_{Zyl} + g = 105,80 + 211,61 + 38,26 = 355,67$

Die Oberfläche des Körpers beträgt $355,7\ cm^2$.

Lösung P3/2005

$2(2x-5)\cdot(3x+4)-(2-3x)^2=(x+3)^2+67$ | Ausmultiplizieren
$2(6x^2+8x-15x-20)-(4-12x+9x^2)=x^2+6x+9+67$
| Restklammer auflösen
$12x^2-14x-40-4+12x-9x^2=x^2+6x+76$ | Zusammenfassen
$3x^2-2x-44=x^2+6x+76$ | $-x^2;-6x;-76;$
$2x^2-8x-120=0$ | $:(2)$
$x^2-4x-60=0$ | p/q-Formel
$x_{1,2}=2\pm\sqrt{4+60}=2\pm\sqrt{64}=2\pm 8$
$x_1=10;\quad x_2=-6$
$\mathbb{L}=\{-6;10\}$

Aufgabe P4/2005

Lösungslogik

Aufstellen der Geradengleichung g_2, Berechnung des Schnittpunktes von g_1 mit g_2 ergibt den Scheitelpunkt der Parabel.
Aufstellung der Parabelgleichung über die Scheitelpunktgleichung.

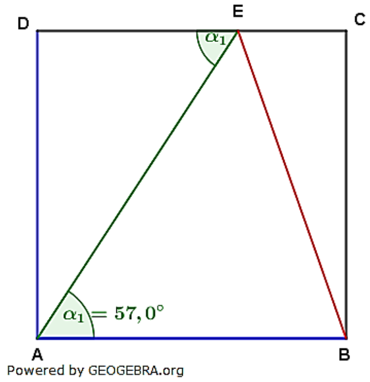
Klausuraufschrieb

Geradengleichung g_2 durch $P(0|3)$ mit $m=\frac{1}{2}$:
g_1: $y=-2x-2$
g_2: $y=\frac{1}{2}x+b$
Wegen $P(0|3)$ ist $b=3$
Schnittpunkt von g_1 und g_2:
$g_1\cap g_2$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung
(1) $y=-2x-2$
(2) $y=0{,}5x+3$
(1)-(2) $0=-2{,}5x-5$ | Subtraktionsverfahren
$2{,}5x=-5$ | $:2{,}5$
$x=-2$
$x\longrightarrow(1)$
$y=-2\cdot(-2)-2=2$
Schnittpunkt von g_1 mit g_2 ist $S(-2|2)$, dies ist der Scheitelpunkt der Parabel.
Parabelgleichung mit Scheitel $S(-2|2)$:
p: $y=(x+2)^2+2$ | Scheitelpunktgleichung
$y=x^2+4x+6$ | allgemeine Parabelgleichung

Lösung P5/2005

<u>Lösungslogik</u> (einfach)

Berechnung von $\overline{AD} = \overline{AB}$ über $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den Kosinussatz.



<u>Klausuraufschrieb</u>

$\overline{AD}$: $\quad sin\alpha_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} \quad | \cdot \overline{AE}$

$\overline{AD} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 8{,}0 \cdot sin57° = 6{,}71$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AB} \cdot cos\alpha_1$

$= 8^2 + 6{,}71^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6{,}71 \cdot cos57°$

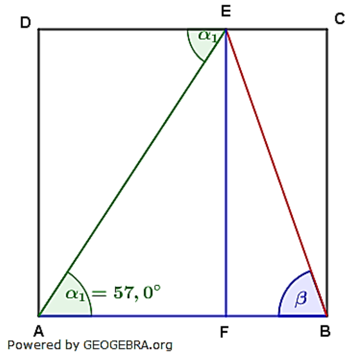
$= 50{,}55 \quad | \sqrt{}$

$\overline{BE} = 7{,}11$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist $7{,}1\ cm$ lang.

<u>Lösungslogik</u> (umständlich)

Berechnung von $\overline{AD} = \overline{EF}$ über $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{FB}$ über $\overline{AB} - \overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den Satz des Pythagoras.



<u>Klausuraufschrieb</u>

$\overline{EF}$: $\quad sin\alpha_1 = \frac{\overline{EF}}{\overline{AE}} \quad | \cdot \overline{AE}$

$\overline{EF} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 8{,}0 \cdot sin57° = 6{,}71$

$\overline{AF}$: $\quad \overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{FE}^2$

$= 8^2 + 6{,}71^2$

$= 18{,}9759 \quad | \sqrt{}$

$\overline{AF} = 4{,}3561$

$\overline{FB}$: $\quad \overline{FB} = \overline{EF} - \overline{AF} = 6{,}71 - 4{,}3561 = 2{,}3539$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BE}^2 = \overline{FB}^2 + \overline{EF}^2 = 2{,}3539^2 + 6{,}71^2 = 50{,}5649 \quad | \sqrt{}$

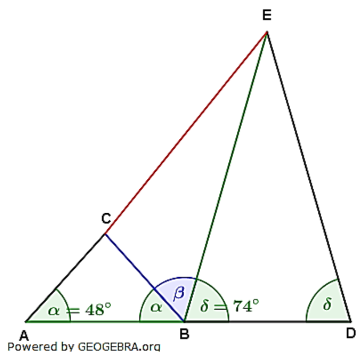
$\overline{BE} = 7{,}1109$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist $7{,}1\ cm$ lang.

Lösung P6/2005

<u>Lösungslogik</u> (einfach)

Berechnung von β als Ergänzungswinkel von α und δ zu $180°$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über $cos\alpha$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den Kosinussatz.



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\quad \overline{CE} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{CB} \cdot \overline{BC} \cdot cos\beta}$ | Kosinussatz

β: $\quad \beta = 180° - \alpha - \delta$

$\quad = 180° - 48° - 74° = 58°$

$\overline{CB}$: $\quad cos\alpha = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{\overline{CB}}$ | $\cdot \overline{CB};\ : cos\alpha$

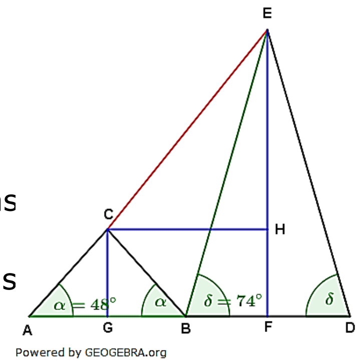
$\quad \overline{CB} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{cos\alpha} = \frac{2{,}7}{cos48°} = 4{,}035$

$\overline{CE}$: $\quad \overline{CE} = \sqrt{4{,}035^2 + 10{,}3^2 - 2 \cdot 4{,}035 \cdot 10{,}3 \cdot cos58°} = 8{,}85$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist $8{,}9\ cm$ lang.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{GC}$ über den $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{FE}$ über den $sin\delta$.
Berechnung von $\overline{HE}$ aus $\overline{FE} - \overline{GC}$.
Berechnung von $\overline{GB}$ aus $\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$.
Berechnung von $\overline{BF}$ über den Satz des Pythagoras
Berechnung von $\overline{CH}$ aus $\overline{GB} + \overline{BF}$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den Satz des Pythagoras



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\quad \overline{CE} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HE}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{GC}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{GC}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{GC}}{\frac{\overline{AB}}{2}}$ | $\cdot \frac{\overline{AB}}{2}$

$\quad \overline{GC} = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot tan\alpha = 2{,}7 \cdot \tan(48°) = 2{,}9987$

$\overline{FE}$: $\quad sin\delta = \frac{\overline{FE}}{\overline{BE}}$ | $\overline{BE}$

$\quad \overline{FE} = \overline{BE} \cdot sin\delta = 10{,}3 \cdot \sin(74°) = 9{,}901$

$\overline{HE}$: $\quad \overline{HE} = \overline{FE} - \overline{GC} = 9{,}901 - 2{,}9987 = 6{,}9023$

$\overline{GB}$: $\quad \overline{GB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}4 = 2{,}7$

$\overline{BF}$: $\quad \overline{BF}^2 = \overline{BE}^2 - \overline{FE}^2$ | Satz des Pythagoras

$\quad = 10{,}3^2 - 9{,}901^2 = 8{,}0602$ | $\sqrt{\ }$

$\quad \overline{BF} = 2{,}839$

$\overline{CH}$: $\quad \overline{CH} = \overline{GB} + \overline{BF} = 2{,}7 + 2{,}893 = 5{,}593$

$\overline{CE}$: $\quad \overline{CE}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{CH}^2$ | Satz des Pythagoras

$\quad = 6{,}9023^2 + 5{,}593^2 = 78{,}9234$ | $\sqrt{\ }$

$\quad \overline{CE} = 8{,}884$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist $8{,}9\ cm$ lang.

Lösung P7/2005

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

Endkapital von Ulrike:

Das Guthaben von Ulrike steigt in drei Jahren um $8{,}73\%$ an. Über diese Angabe wird das Endkapital ermittelt.

$K_3 = K_0 \cdot 1{,}0873$

$K_3 = 8000 \cdot 1{,}0873 = 8698{,}40$

Zinssatz im dritten Jahr:

$K_3 = (K_0 \cdot q_1 + 204{,}00) \cdot q_3$

$8698{,}40 = (8000 \cdot 1{,}02 + 204{,}00) \cdot q_3$

$8698{,}40 = 8364 \cdot q_3 \qquad | \quad :8364$

$q_3 = \frac{8698{,}40}{8364} = 1{,}04$

$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Longrightarrow \quad p_3\% = 4\%$

Der Zinssatz im dritten Jahr ist $4\,\%$.

Lösung P8/2005

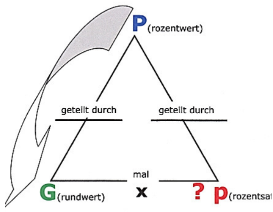
Geringerer Prozentsatzes für 4-Zimmerwohnung in der Kleinstadt:

Gegeben Grundwert 750 € in der Großstadt und Prozentwert 615 € in der Kleinstadt. Gesucht ist der Prozentsatz. Aus der Aufgabenstellung „niedriger" erkennst du, dass es sich beim Prozentwert um einen verminderten Grundwert handelt.

$p = \frac{P}{G} = \frac{615}{750} = 0{,}82 = 82\,\%$

Wegen „Vermindertem Grundwert" musst du rechnen:

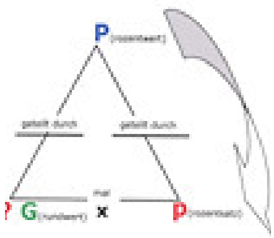
$p_{vermindert} = 100\,\% - p = 100 - 82 = 18\,\%$



Die Miete für die 4-Zimmerwohnung in der Kleinstadt ist um $18\,\%$ niedriger als in der Großstadt.

Miete einer 2-Zimmerwohnung in der Großstadt:

Gemäß Aufgabenstellung ist der prozentuale Unterschied bei allen Wohnungen gleich. Also sind die 369 € für die 2-Zimmerwohnung in der Kleinstadt auch $82\,\%$ der Miete in der Großstadt. Gesucht ist der Grundwert (Miete in der Großstadt).



$G = \frac{P}{p} = \frac{369}{0{,}82} = 450$

Die 2-Zimmerwohnung in der Großstadt kostet 450 € Miete.

Miete einer 1-Zimmerwohnung in der Groß- sowie Kleinstadt:

Die Angabe „um 54 € niedriger" bedeutet, dass diese 54 € $18\,\%$ der Miete der Großstadt sind (siehe hierzu Berechnung zur 4-Zimmerwohnung). Gesucht ist wiederum der Grundwert (Miete in der Großstadt).

$G = \frac{P}{p} = \frac{54}{0{,}18} = 300$

Die Miete der 1-Zimmerwohnung in der Großstadt beträgt 300 €. Die Miete in der Kleinstadt somit $300 - 54 = 246$ €.