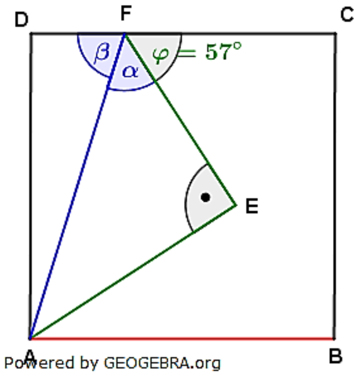
Lösung P1/2006

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von α über den tan.
Berechnung von β über die Ergänzungswinkel.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{AB}$ über den $sin\beta$.



Klausuraufschrieb

$\overline{AF}$: $\quad \overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EF}^2 = 5,6^2 + 4,7^2 = 53,45 \quad | \sqrt{}$

$\overline{AF} = \sqrt{53,45} = 7,31$

α: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{AE}}{\overline{EF}} = \frac{5,6}{4,7} = 1,1915$

$\alpha = tan^{-1}(1,1915) = 50°$

β: $\quad \beta = 180° - \varphi - \alpha = 180° - 57° - 50° = 73°$

$\overline{AD}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} \quad | \cdot \overline{AF}$

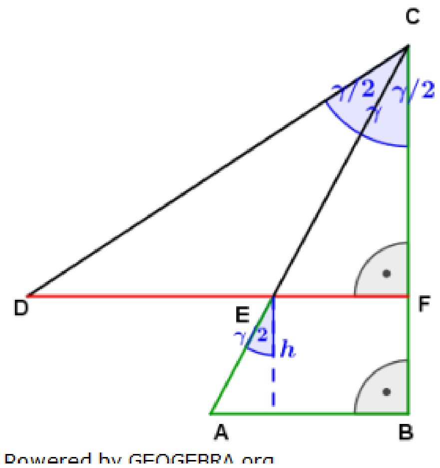
$\overline{AD} = \overline{AF} \cdot sin\beta = 7,31 \cdot sin73° = 6,99$

Die Quadratseite ist $7\ cm$ *lang.*

Lösung P2/2006

Lösungslogik

Berechnung von $\frac{\gamma}{2}$ über den tan.
Berechnung von h über den $cos\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von $\overline{CF}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über den $tan\gamma$.



Klausuraufschrieb

$\frac{\gamma}{2}$: $\quad tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{7,4} = 0,54054$

$\frac{\gamma}{2} = tan^{-1}(0,54054) = 28,39°$

γ: $\quad \gamma = 2 \cdot \frac{\gamma}{2} = 2 \cdot 28,39° = 56,78°$

h: $\quad cos\frac{\gamma}{2} = \frac{h}{\overline{AE}} \quad | \cdot \overline{AE}$

$h = \overline{AE} \cdot cos\frac{\gamma}{2} = 2,7 \cdot cos28,39° = 2,38$

$\overline{CF}$: $\quad \overline{CF} = \overline{BC} - h = 7,4 - 2,38 = 5,02$

$\overline{DF}$: $\quad tan\gamma = \frac{\overline{DF}}{\overline{CF}} \quad | \cdot \overline{CF}$

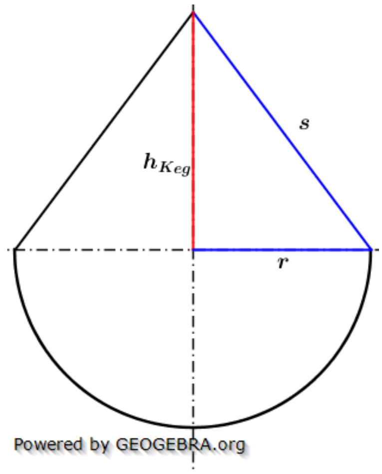
$\overline{DF} = \overline{CF} \cdot tan\gamma = 5,02 \cdot tan56,78° = 7,666$

Die Strecke $\overline{DF}$ *ist* $7,7\ cm$ *lang.*

Lösung P3/2006

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen der Halbkugel.
Berechnung der Oberfläche O_{HK} der Halbkugel.
Berechnung von M_{Keg}.aus der Differenz von O_{Ges} und O_{HK}.
Berechnung von s aus der Mantelfläche des Kegels.
Berechnung von h_{Keg} über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

r: $V_{HK} = \frac{2}{3}\pi r^3$ | $\cdot 3;\ :(2\pi);\ \sqrt[3]{\ }$

$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V_{HK}}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 97{,}7}{2\pi}} = 3{,}6$

O_{HK}: $O_{HK} = 2\pi r^2 = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}6^2 = 81{,}43$

M_{Keg}: $M_{Keg} = O_{Ges} - O_{HK} = 149 - 81{,}43 = 67{,}57$

s: $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s$ | $:(\pi \cdot r)$

$s = \frac{M_{Keg}}{\pi \cdot r} = \frac{67{,}57}{\pi \cdot 3{,}6} = 5{,}97$

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{5{,}97^2 - 3{,}6^2}$ | Satz des Pythagoras

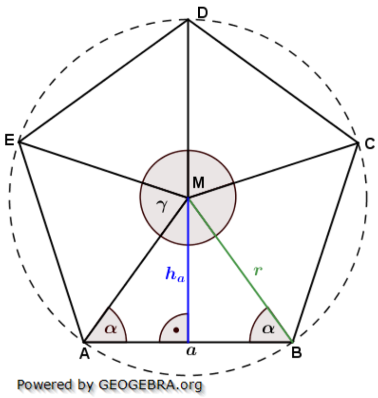
$h_{Keg} = \sqrt{22{,}6809} = 4{,}76$

Die Höhe des Kegels beträgt $4{,}8\ cm$.

Lösung P4/2006

Lösungslogik

Berechnung von u des Fünfecks über den gegebenen Mantel und die Höhe des Prismas.
Berechnung von a.
Berechnung von γ und α.
Berechnung von h_a über den $\tan\alpha$.
Berechnung von A_{5-Eck}.
Berechnung des Volumens des Prismas.



Klausuraufschrieb

u: $M_{Prisma} = u \cdot h$ | $:h$

$u = \frac{M_{Prisma}}{h} = \frac{100}{8} = 12{,}5$

a: $a = \frac{u}{5} = \frac{12{,}5}{5} = 2{,}5$

γ: $\gamma = \frac{360°}{5} = 72°$

α: $\alpha = \frac{180° - \gamma}{2} = \frac{180° - 72°}{2} = 54°$

h_a: $\tan\alpha = \frac{h_a}{\frac{a}{2}}$ | $\cdot \frac{a}{2}$

$h_a = \frac{a}{2} \cdot \tan\alpha = 1{,}25 \cdot \tan 54° = 1{,}72$

A_{5-Eck} $A_{5-Eck} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}72 = 10{,}75$

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = A_{5-Eck} \cdot h = 10{,}75 \cdot 8 = 86$

Das Prisma hat ein Volumen von $86\ cm^3$.

Lösung P5/2006

(1)	$5(y-1)-3(x-7)=1$	|	ausmultiplizieren
(2)	$\frac{2}{3}y+\frac{20+x}{3}=1$	|	Nennerbeseitigung mit $\cdot 3$
(1)	$5y-5-3x+21=1$	|	$+3x;\ -16$
(2)	$2y+20+x=3$	|	$-x;\ -20$
(1)	$5y=3x-15$	|	$\cdot 2$
(2)	$2y=-x-17$	|	$\cdot 5$
(1)	$10y=6x-30$		
(2)	$10y=-5x-85$		
(1)-(2)	$0=6x-(-5x)-30-(-85)$		
	$0=11x+55$	|	$-11x$
	$-11x=55$	|	$:(-11)$
	$x=-5 \longrightarrow$ (2)		
(2)	$2y=-(-5)-17=-12$	|	$:2$
	$y=-6 \Longrightarrow\ \mathbb{L}=\{(-5;-6)\}$		

Aufgabe P6/2006

Lösungslogik

Aufstellen der Parabelgleichung p, Aufstellung der Geradengleichung g, Schnittpunktbestimmung durch Gleichsetzung, Abstandsbestimmung der Schnittpunkte über den Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p: $\quad y=-x^2+4$ | in x–Richtung unverschobene Parabel

Geradengleichung g durch $P(0|1)$ mit $m=2$:

g: $\quad y=2x+1$ | Wegen $P(0|1)$ ist $b=1$.

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkt durch Gleichsetzung

$-x^2+4=2x+1$ | $-1;\ -2x$

$-x^2-2x+3=0$ | $\cdot(-1)$

$x^2+2x-3=0$ | p/q-Formel

$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{1+3}=-1\pm 2$

$x_1=1;\quad x_2=-3$

$y_1=2x_1+1=2\cdot 1+1=3$

$y_2=2x_2+1=2\cdot(-3)+1=-5$

Schnittpunkte sind $Q(1|3)$ und $R(-3|-5)$.

Abstand von Q und R:

$\overline{QR}$: $\quad \overline{QR}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$=\sqrt{(-3-1)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}\approx 8{,}94$

Die Punkte Q und R sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P7/2006

Aufgabentyp: Ratensparvertrag über 3 Jahre mit festem Zinssatz.

Guthaben von Markus nach drei Jahren:

$K_3 = R \cdot (q^3 + q^2 + q)$

$K_3 = 1500 \cdot (1{,}0225^3 + 1{,}0225^2 + 1{,}0225)$

$K_3 = 4705{,}55$

Markus hat nach den drei Jahren ein Guthaben von $4.705{,}55$ €.

Rate von Bettina:

Sie soll nach zwei Jahren das gleiche Guthaben wie Markus haben, also ist jetzt $K_2 = 4705{,}55$.

$K_2 = R \cdot (q^2 + q)$

$4705{,}55 = R \cdot (1{,}0225^2 + 1{,}0225)$

$4705{,}55 = R \cdot (2{,}068) \quad | \quad : 2{,}068$

$R = \frac{4705{,}55}{2{,}068} = 2275{,}41$

Bettina muss jeweils zu Jahresanfang einen Betrag von $2.275{,}40$ € einzahlen.

Lösung P8/2006

Nettopreis der Stöcke:

Wir müssen zunächst den Nettopreis der Stöcke aus den Angaben über Finnland ermitteln. $41{,}48$ ist der Prozentwert als erhöhter Grundwert bei einem Mehrwertsteuersatz in Finnland von $22\,\%$. Wir berechnen den Grundwert:

$G = \frac{P}{p} = \frac{41{,}48}{1{,}22} = 34{,}00$

Ein Paar Nordic-Walking-Stöcke kostet ohne Mehrwertsteuer $34{,}00$ €.

Verkaufspreis in Dänemark:

Der Mehrwertsteuersatz in Dänemark ist $25\,\%$. Der Verkaufspreis dort ist der Prozentwert als erhöhter Grundwert. Wir berechnen den Prozentwert:

$P = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}25 = 42{,}50$

In Dänemark kostet ein Paar Stöcke $42{,}50$ €.

Prozentsatz „billiger" in Deutschland:

In Deutschland gilt (nach Aufgabe) ein Mehrwertsteuersatz von $16\,\%$. Ein Paar Stöcke kosten somit in Deutschland:

$P = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}16 = 39{,}44$

Da von der Aufgabe her gefragt ist, um wie viel Prozent die Stöcke in **Deutschland** billiger sind, ist der dänische Preis der Grundwert und der deutsche Preis der Prozentwert als verminderter Grundwert. Wir berechnen den Prozentsatz:

$$p = 1 - \frac{P}{G} = 1 - \frac{39{,}44}{42{,}50} = 0{,}072 = 7{,}2\,\%$$

In Deutschland sind die Stöcke $7{,}2\,\%$ billiger als in Dänemark.

Mehrwertsteuersatz in Luxemburg:

Für Luxemburg benötigen wir zunächst den Preis in Irland. Irland hat einen Mehrwertsteuersatz von $21\ \%$.

$P_{Irland} = G \cdot p = 34{,}00 \cdot 1{,}21 = 41{,}14$

Preis in Luxemburg:

$P_{Luxemburg} = P_{Irland} - 2{,}04 = 41{,}14 - 2{,}04 = 39{,}10$

Dieser Preis ist nun der Prozentwert als erhöhter Grundwert zur Berechnung des Mehrwertsteuersatzes in Luxemburg. Der Grundwert ist nach wie vor $34{,}00$.

$$p = \frac{P}{G} - 1 = \frac{39{,}10}{34{,}00} - 1 = 0{,}15 = 15\ \%$$

Der Mehrwertsteuersatz in Luxemburg ist $15\ \%$.