

## Aufgabe P1/2007

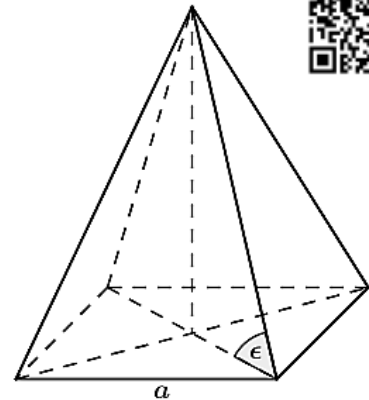
Von einer quadratischen Pyramide sind gegeben:

$$M = 63,0 \text{ cm}^2 \quad (\text{Mantelfläche})$$

$$a = 4,2 \text{ cm.}$$

Berechnen Sie den Winkel  $\epsilon$  zwischen der Seitenkante und der Grundfläche der Pyramide.

Lösung:  $\epsilon = 67,6^\circ$



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe P2/2007

Die Skizze zeigt den Achsenschnitt eines Kegels.

Es gilt:

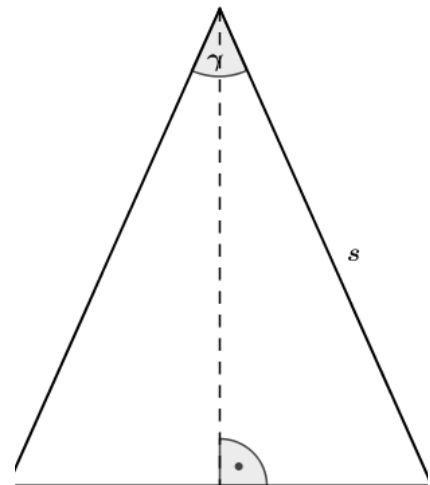
$$s = 6,2 \text{ cm}$$

$$\gamma = 48^\circ$$

Eine Kugel hat das gleiche Volumen wie der Kegel.

Berechnen Sie den Radius der Kugel.

Lösung:  $r_{\text{Kugel}} = 2,1 \text{ cm}$



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe P3/2007

Gegeben ist das gleichschenklige Trapez  $ABCD$  und das rechtwinklige Dreieck  $ABE$ .

Es gilt:

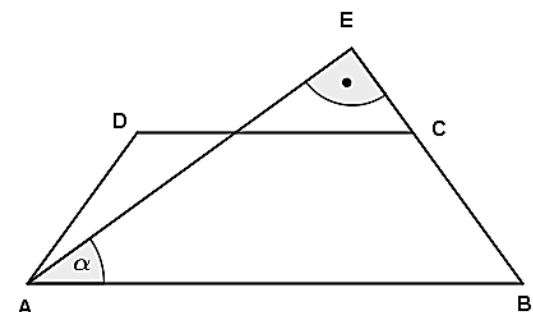
$$\overline{AB} = 18,0 \text{ cm}$$

$$\alpha = 36,0^\circ$$

$$\overline{CD} = 10,0 \text{ cm}$$

Berechnen Sie die Länge  $CE$ .

Lösung:  $\overline{CE} = 3,8 \text{ cm.}$



Powered by GEOGEBRA.org

### Aufgabe P4/2007

Auf dem Prisma liegt der Streckenzug  $PQR$  mit der Länge  $9,1 \text{ cm}$ .

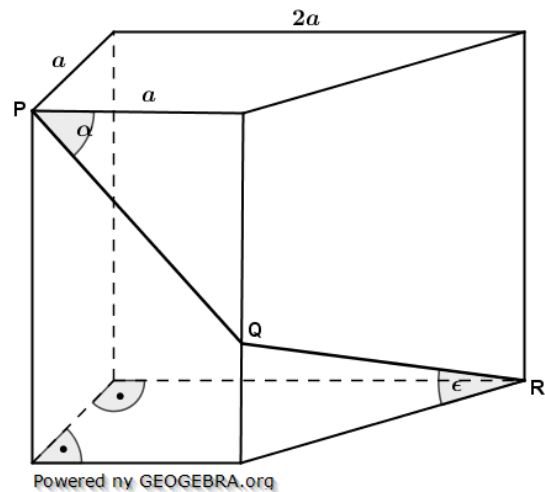
Es gilt:

$$a = 2,8 \text{ cm}$$

$$\alpha = 47,9^\circ$$

Berechnen Sie den Winkel  $\epsilon$ .

Lösung:  $\epsilon = 36,4^\circ$



### Aufgabe P5/2007

Lösen Sie die Gleichung:

$$\frac{x^2+x+4}{3} + \frac{(x-2) \cdot (x+3)}{2} = \frac{(x-1)^2}{3}$$

$$\mathbb{L} = \{-4; 1\}$$

### Aufgabe P6/2007

Eine Parabel hat die Gleichung  $y = ax^2 - 4,5$  und geht durch den Punkt  $P(-2 | -2,5)$ . Berechnen Sie  $a$ .

Zeichnen Sie das Schaubild der Parabel in ein Koordinatensystem.

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Parabel und  $x$ -Achse.

Lösung:  $a = 0,5$ ;  $N_1(-3|0)$ ;  $N_2(3|0)$ ;  $S_y(0 | -4,5)$

### Aufgabe P7/2007

Der Mehrwertsteuersatz wurde in Deutschland am 1.1.2007 von 16 % auf 19 % angehoben. Der Endpreis eines Mountainbikes hat sich dadurch um 40,50 € erhöht.

Wie viel Euro kostet jetzt das Mountainbike einschließlich der Mehrwertsteuer? Guido behauptet: Der Endpreis hat sich durch die Erhöhung der Mehrwertsteuer um 3 % erhöht. Überprüfen Sie diese Behauptung.

Lösung: Preis incl. 16 % MWSt: 1566,00 €  
Erhöhung Endpreis 2,6 %  
Behauptung von Guido ist falsch.

### Aufgabe P7/2008

Gabi legt bei ihrer Bank 2.500,00 € zu folgenden Zinssätzen auf drei Jahre an:

- 1. Jahr: 3,50 %
- 2. Jahr: 3,75 %
- 3. Jahr: 4,25 %

Zinsen werden mitverzinst.

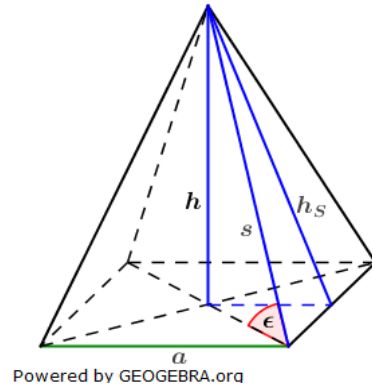
Das angesparte Geld lässt sie nach Ablauf der drei Jahre ein weiteres Jahr bei der Bank. Für dieses vierte Jahr erhält sie 132,93 € Zinsen. Wie hoch ist der Zinssatz im vierten Jahr?

Lösung: 4,75 %

### Lösung P1/2007

#### Lösungslogik

- Berechnung von  $h_s$  über die Mantelformel der Pyramide
- Berechnung von  $h$  über den Satz des Pythagoras.
- Berechnung von  $s$  über den Satz des Pythagoras.
- Berechnung des Neigungswinkels  $\epsilon$  über den  $\sin$ .



#### Klausuraufschrieb

$h_s: M = 2 \cdot a \cdot h_s$	: (2a)
$h_s = \frac{M}{2 \cdot a} = \frac{63}{2 \cdot 4,2} = 7,5$	
$h: h = \sqrt{h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7,5^2 - 2,1^2}$	Satz des Pythagoras
$h = \sqrt{51,84} = 7,2$	
$s: s = \sqrt{h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7,5^2 + 2,1^2}$	Satz des Pythagoras
$s = \sqrt{60,66} = 7,79$	
$\epsilon: \sin \epsilon = \frac{h}{s} = \frac{7,2}{7,79} = 0,9243$	
$\epsilon = \sin^{-1}(0,9243) = 67,56^\circ$	

Der Neigungswinkel  $\epsilon$  hat  $67,6^\circ$ .

### Lösung P2/2007

#### Lösungslogik

- Berechnung von  $r$  des Grundkreises des Kegels über den  $\sin \frac{\gamma}{2}$ .
- Berechnung von  $h$  des Kegels über den Satz des Pythagoras.
- Berechnung des Volumens des Kegels.
- Gleichsetzung des Kegelvolumens mit dem Kugelvolumen.
- Berechnung des Radius  $r_{Kug}$  der Kugel über die Volumenformel der Kugel.

#### Klausuraufschrieb

$r_{Keg}: \sin \frac{\gamma}{2} = \frac{r_{Keg}}{s}$	$\cdot s$
$r_{Keg} = s \cdot \sin \frac{\gamma}{2} = 6,2 \cdot \sin 24^\circ = 2,52$	
$h_{Keg}: h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2} = \sqrt{6,2^2 - 2,52^2}$	Satz des Pythagoras
$h_{Keg} = \sqrt{32,0896} = 5,66$	
$V_{Keg}: V_{Keg} = \frac{1}{3} \pi r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg} = \frac{1}{3} \pi \cdot 2,52^2 \cdot 5,66 = 37,64$	
$V_{Kug}: V_{Kug} = V_{Keg} = \frac{4}{3} \pi r_{Kug}^3$	$\cdot \frac{3}{4}; : \pi$
$r_{Kug}^3 = \frac{3 \cdot V_{Keg}}{4 \pi} = \frac{0,75 \cdot 37,64}{\pi} = 8,986$	$\sqrt[3]{\quad}$
$r_{Kug} = 2,079$	

Der Radius der Kugel mit gleichem Volumen wie der Kegel beträgt  $2,1 \text{ cm}$ .

### Lösung P3/2007

#### Lösungslogik

Berechnung von  $\overline{BE}$  über den  $\sin\alpha$ .  
 Berechnung von  $\beta$  über Ergänzungswinkel.

Berechnung von  $\overline{FB}$ .

Berechnung von  $\overline{BC}$  über den  $\cos\beta$ .

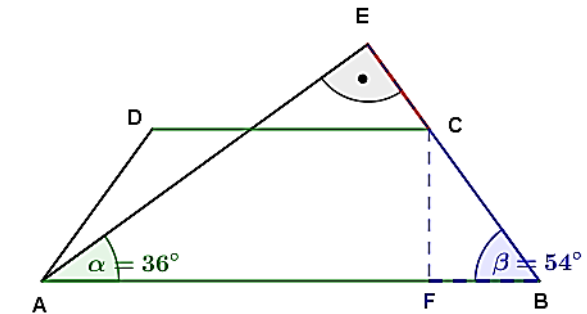
Berechnung von  $\overline{EC}$  als Differenz von  $\overline{BE}$  und  $\overline{BC}$ .

#### Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \overline{BE}: \quad \sin\alpha &= \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} & | \cdot \overline{AB} \\ \overline{BE} &= \overline{AB} \cdot \sin\alpha = 18 \cdot \sin 36^\circ = 10,58 \\ \beta: \quad \beta &= 90^\circ - \alpha = 54^\circ \\ \overline{FB}: \quad \overline{FB} &= \frac{\overline{AB} - \overline{DC}}{2} = \frac{18 - 10}{2} = 4 \\ \overline{BC}: \quad \cos\beta &= \frac{\overline{FB}}{\overline{BC}} & | \cdot \overline{BC}; : \cos\beta \\ \overline{BC} &= \frac{\overline{FB}}{\cos\beta} = \frac{4}{\cos 54^\circ} = 6,81 \end{aligned}$$

$$\overline{EC}: \quad \overline{EC} = \overline{BE} - \overline{BC} = 10,58 - 6,81 = 3,77$$

Die Strecke  $\overline{EC}$  ist 3,8 cm lang.



Powered by GEOGEBRA.org

### Lösung Aufgabe P4/2007

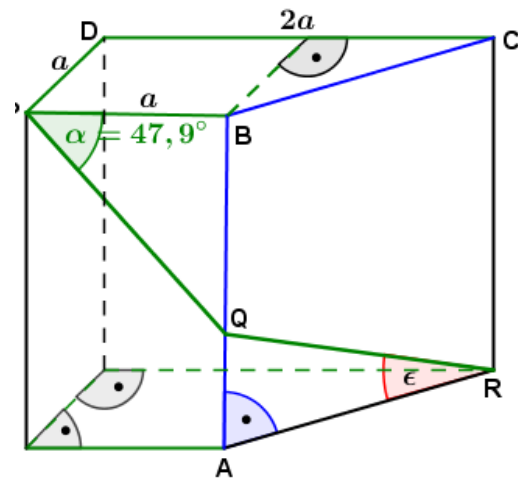
#### Lösungslogik

Der Winkel  $\epsilon$  lässt sich über den  $\cos$  aus den Strecken  $\overline{AR}$  und  $\overline{QR}$  bestimmen.

Die Strecke  $\overline{QR}$  berechnet sich aus der Differenz der Länge des Streckenzuges  $PQR$  und der Länge der Strecke  $\overline{PQ}$ .

$\overline{PQ}$  errechnet sich über den  $\cos\alpha$ .

Die Strecke  $\overline{AR} = \overline{BC}$  entspricht der Diagonalen eines Quadrates mit der Seitenlänge  $a$ , da die Strecke  $\overline{DC}$  durch die Parallele zu  $\overline{PD}$  durch den Punkt  $B$  halbiert wird.



Powered by GEOGEBRA.org

#### Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \overline{PQ}: \quad \cos\alpha &= \frac{\overline{PB}}{\overline{PQ}} & | \cdot \overline{PQ}; : \cos\alpha \\ \overline{PQ} &= \frac{\overline{PB}}{\cos\alpha} = \frac{a}{\cos\alpha} = \frac{2,8}{\cos 47,9^\circ} = 4,18 \\ \overline{QR}: \quad \overline{QR} &= \overline{PQR} - \overline{PQ} = 9,1 - 4,18 = 4,92 \\ \overline{BC}: \quad \overline{BC} &= \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} & | \text{Satz des Pythagoras} \\ \overline{BC} &= \sqrt{2 \cdot 2,8^2} = 3,96 \\ \epsilon: \quad \cos\epsilon &= \frac{\overline{BC}}{\overline{QR}} = \frac{3,96}{4,92} = 0,804878 \\ \epsilon &= \cos^{-1}(0,804878) = 36,4^\circ \end{aligned}$$

Der Winkel  $\epsilon$  ist  $36,4^\circ$  groß.

### Lösung P5/2007

$$\frac{x^2+x+4}{3} + \frac{(x-2) \cdot (x+3)}{2} = \frac{(x-1)^2}{3}$$

$$2(x^2 + x + 4) + 3(x - 2) \cdot (x + 3) = 2(x - 1)^2$$

$$2x^2 + 2x + 8 + 3(x^2 + 3x - 2x - 6) = 2(x^2 - 2x + 1)$$

$$2x^2 + 2x + 8 + 3x^2 + 3x - 18 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$5x^2 + 5x - 10 = 2x^2 - 4x + 2$$

$$3x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_{1,2} = -1,5 \pm \sqrt{2,25 + 4} = -1,5 \pm \sqrt{6,25} = -1,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -4$$

$$\mathbb{L} = \{-4; 1\}$$

| mit HN 6 multiplizieren

| Ausmultiplizieren

| Restklammer auflösen

| Zusammenfassen

|  $-2x^2; +4x; -2$

|  $:(3)$

|  $p/q$ -Formel

### Aufgabe P6/2007

#### Lösungslogik

Über die Punktprobe mit  $P$  den Parameter  $a$  bestimmen. Parabel in Koordinatensystem einzeichnen.

Mit  $y = 0$  die Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse und mit  $x = 0$  den Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse berechnen.

#### Klausuraufschrieb

Parameter  $a$ :

$$p: \quad y = ax^2 - 4,5$$

$$-2,5 = a \cdot (-2)^2 - 4,5$$

$$2 = 4a$$

$$a = 0,5$$

$$p: \quad y = 0,5x^2 - 4,5$$

Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse:

$$0 = 0,5x^2 - 4,5$$

$$4,5 = 0,5x^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x_{1,2} = \pm 3$$

Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse:

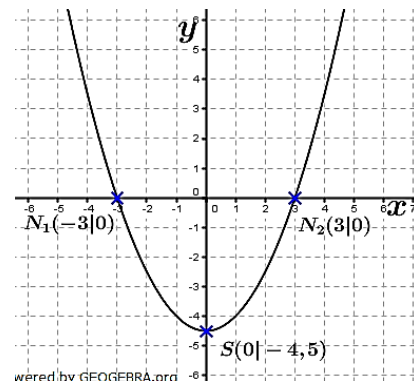
$$y = 0,5 \cdot 0^2 - 4,5$$

$$y = -4,5$$

$$N_1(-3|0); \quad N_2(3|0); \quad S_y(0|-4,5)$$

| Punktprobe mit  $P(-2|-2,5)$

| : 4



### Lösung P7/2007

Die Preiserhöhung von 40,50 € ist ausschließlich auf die Mehrwertsteuererhöhung zurückzuführen. Die Erhöhung betrug  $19\% - 16\% = 3\%$ . 40,50 sind also 3 % des Grundpreises ohne Mehrwertsteuer. Somit können wir den Grundpreis ausrechnen:

$$G = \frac{P}{p} = \frac{40,50}{0,03} = 1350,00$$

Das Mountainbike kostet Netto (ohne Mehrwertsteuer) 1.350,00 €.

Der Preis mit Mehrwertsteuer beträgt somit  $1.350,00 \cdot 1,19 = 1606,50 \text{ €}$ .

Der Preis inklusive 16% Mehrwertsteuer beträgt  $1.350,00 \cdot 1,16 = 1566,00$

Die Preissteigerung von brutto 1.566,00 € auf 1606,50 € ist somit:

$$p = \frac{P}{G} - 1 = \frac{1606,50}{1566} - 1 = 0,026 = 2,6 \%$$

*Die Behauptung von Guido ist falsch.*

### Lösung P8/2007

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 Jahre mit variablem Zinssatz.

*Endkapital:*

Aus der Aufgabenstellung geht hervor, dass für die drei Jahre insgesamt 503,23 € Zinsen gutgeschrieben werden. Daraus gibt sich das Endkapital.

$$K_3 = K_0 + 503,23$$

$$K_3 = 5000 + 503,23 = 5503,23$$

*Zinssatz im dritten Jahr:*

$$K_3 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$$

$$5503,23 = 5000 \cdot 1,025 \cdot 1,0325 \cdot q_3$$

$$5503,23 = 5291,56 \cdot q_3 \quad | \quad : 5291,56$$

$$q_3 = \frac{5503,23}{5291,56} = 1,04$$

$$q_3 = 1 + \frac{p_3\%}{100} \Rightarrow p_3\% = 4\%$$

*Der Zinssatz im dritten Jahr ist 4 %.*