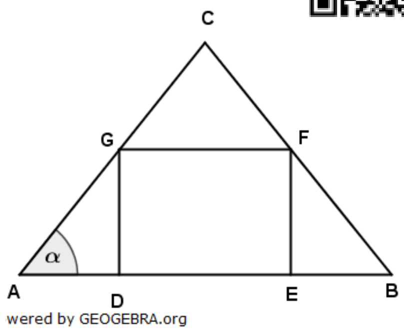
Aufgabe P1/2009

Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit einem einbeschriebenen Rechteck $DEFG$.
Es gilt:

$\alpha = 51{,}3°$
$\overline{AG} = 3{,}1\ cm$
$\overline{AB} = 7{,}2\ cm$
$\overline{AC} = \overline{BC}$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks GFC.

Lösung: $A_{GFC} = 3{,}4\ cm^2$



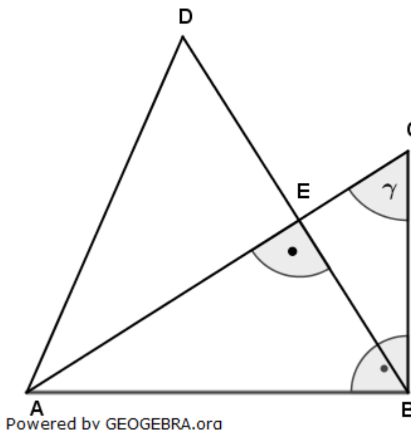
Aufgabe P2/2009

Die Dreiecke ABC und ABD haben sie Seite $\overline{AB}$ gemeinsam.
Es gilt:

$\overline{AB} = 6{,}8\ cm$
$\gamma = 57{,}7°$
$\overline{DE} = 3{,}9\ cm$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$.

Lösung: Abstand D von $\overline{AB}$: $6{,}4\ cm$.



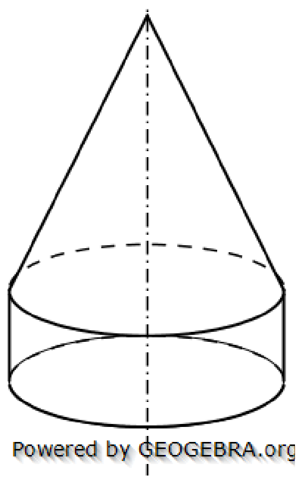
Aufgabe P3/2009

Ein zusammengesetzter Körper besteht aus einem Zylinder und einem Kegel.
Es gilt:

$V_K = 223\ cm^3$	(Volumen des Kegels)
$h_K = 8{,}5\ cm$	(Höhe des Kegels)
$O_{Ges} = 344\ cm^2$	(Oberfläche des zusammengesetzten Körpers)

Berechnen Sie die Höhe des Zylinders.

Lösung: $h_{Zyl} = 3{,}5\ cm$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Aufgabe P4/2009

Eine Gerade hat die Gleichung $y = 2x - 5$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt $S(3|-2)$.
Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von Gerade und Parabel.
Bestimmen Sie die Entfernung der Schnittpunkte rechnerisch.

Lösung: $P(6|7)$; $Q(2|-1)$; $\overline{PQ} = 8{,}9\ LE$

Aufgabe P5/2009

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{x+4}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{3x^2+x-7}{x(x-1)}$ $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0; 1\}$; $\mathbb{L} = \{-3; 2\}$

Aufgabe P6/2009

Frau Schön legt einen Betrag von $10.000{,}00\ €$ für die Dauer von vier Jahren zu einem Zinssatz von $4{,}2\ \%$ an. Zinsen werden mitverzinst.
Frau Reiche will ebenfalls $10.000{,}00\ €$ anlegen. Die Zinsen sollen mitverzinst werden. Sie möchte jedoch schon nach drei Jahren das gleiche Endkapital wie Frau Schön angespart haben.
Welchen jährlich gleichbleibenden Zinssatz müsste Frau Reiche vereinbaren?

Lösung: $5{,}65\ \%$

Aufgabe P7/2009

Die Jungen der Klassen 8a und 8b werden gemeinsam in einer Sportgruppe unterrichtet. Beim Ballwurf werden von den 10 Schülern der 8a und den 13 Schülern der 8b folgende Weiten (Angaben in Meter) erzielt:

8a	41,5	27,5	32	39,5	32	29	27	42	51	22,5			
8b	33	19	26	36	25,5	41,5	36,5	30	39,5	29,5	29	45,5	25

Bestimmen Sie jeweils den Zentralwert und den Mittelwert (arithmetisches Mittel) der 8a und der 8b.
Paul aus der Klasse 8a, der am weitesten geworfen hat, wird aus der Wertung genommen, weil er einen zu leichten Ball verwendet hat. Welche Auswirkungen hat dies auf den Zentralwert und das arithmetische Mittel der 8a?

Aufgabe P8/2009

In einem Gefäß befinden sich eine weiße, vier rote und fünf blaue Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden zwei verschiedenfarbige Kugeln gezogen?

Lösung: $p = \frac{58}{90} \approx 64{,}4\ \%$

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens eine der gezogenen Kugeln rot ist?

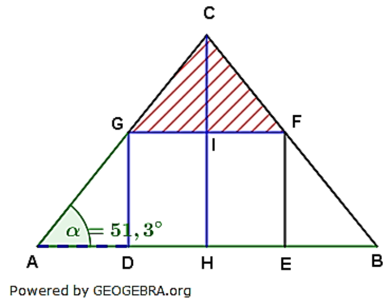
Lösung: $p = \frac{78}{90} \approx 86{,}7\ \%$

© **by Fit-in-Mathe-Online**, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2009

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{GD}$ über $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{CH}$ über den $tan\alpha$.
Berechnung von $\overline{CI}$ aus der Differenz von $\overline{CH}$ und $\overline{GD}$.
Berechnung von $\overline{GF}$ über $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$.
Berechnung von A_{GFC} über die Flächenformel eines Dreiecks.



Klausuraufschrieb

$A_{GFC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{GF} \cdot \overline{CI}$

$\overline{GD}$: $\quad sin\alpha = \frac{\overline{GD}}{\overline{AG}} \quad | \quad \cdot \overline{AG}$

$\overline{GD} = \overline{AG} \cdot sin\alpha = 3{,}1 \cdot sin51{,}3° = 2{,}42$

$\overline{AD}$: $\quad \overline{AD}^2 = \overline{AG}^2 - \overline{GD}^2 = 3,1^2 - 2{,}42^2 = 3{,}7536 \quad | \quad \sqrt{}$

$\overline{AD} = 1{,}94$

$\overline{CH}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{CH}}{0{,}5 \cdot \overline{AB}} \quad | \quad \cdot 0{,}5 \cdot \overline{AB}$

$\overline{CH} = 0{,}5 \cdot \overline{AB} \cdot tan\alpha = 0{,}5 \cdot 7{,}2 \cdot tan51{,}3° = 4{,}49$

$\overline{CI}$: $\quad \overline{CI} = \overline{CH} - \overline{GD} = 4{,}49 - 2{,}42 = 2{,}07$

$\overline{GF}$: $\quad \overline{GF} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AD} = 7{,}2 - 2 \cdot 1{,}94 = 3{,}32$

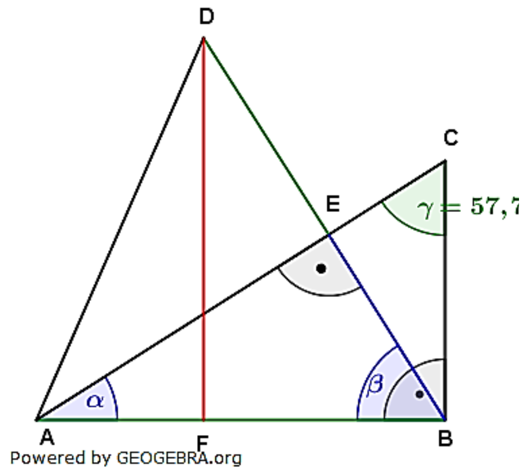
A_{GFC}: $\quad A_{GFC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{GF} \cdot \overline{CI} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}32 \cdot 2{,}07 = 3{,}43$

Das Dreieck GFC hat einen Flächeninhalt von $3{,}4\ cm^2$.

Lösung P2/2009

Lösungslogik

Berechnung von α als Ergänzungswinkel des Dreiecks ABC.
Berechnung von β als Ergänzungswinkel des Dreiecks ABD.
Berechnung von $\overline{EB}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{DF}$ über den $sin\beta$.



Klausuraufschrieb

α: $\quad \alpha = 90° - \gamma = 90° - 57{,}7° = 32{,}3°$

β: $\quad \beta = 90° - \alpha = 90° - 32{,}3° = 57{,}7°$

$\overline{EB}$: $\quad sin\alpha = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$

$\overline{EB} = \overline{AB} \cdot sin\alpha = 6{,}8 \cdot sin32{,}3° = 3{,}63$

$\overline{DF}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{DF}}{\overline{DE}+\overline{EB}} \quad | \quad \cdot (\overline{DE} + \overline{EB})$

$\overline{DF} = \left(\overline{DE} + \overline{EB}\right) \cdot sin\alpha = (3{,}9 + 3{,}63) \cdot sin57{,}7° = 6{,}36$

Der Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$ beträgt $6{,}4\ cm$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P3/2009

Lösungslogik

Berechnung von r über das gegebene Volumen des Kegels und dessen Höhe.
Berechnung der Seitenkante s des Kegels über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Mantelfläche M_{Keg} des Kegels.
Berechnung der Restoberfläche O_{Rest} für den Zylinder aus der Differenz von O_{Ges} und M_{Keg}.
Berechnung der Fläche A_{Kreis} des Grundkreises.
Berechnung der Mantelfläche M_{Zyl} des Zylinders aus der Differenz von O_{Rest} und M_{Kreis}.
Berechnung der Höhe h_{Zyl} des Zylinders über dessen Mantelfläche M_{Zyl}.

Klausuraufschrieb

r: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h_{Keg}$ | $\cdot 3;\ : (\pi \cdot h_{Keg});\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{3 \cdot V_{Keg}}{\pi \cdot h_{Keg}}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 223}{\pi \cdot 8{,}5}} = 5{,}0$

s: $s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{5^2 + 8,5^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{97{,}25} = 9{,}86$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi r s = \pi \cdot 5 \cdot 9{,}86 = 154{,}88$

O_{Rest}: $O_{Rest} = O_{Ges} - M_{Keg} = 344 - 154{,}88 = 189{,}12$

A_{Kreis}: $A_{Kreis} = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 78{,}54$

M_{Zyl}: $M_{Zyl} = O_{Rest} - A_{Kresi} = 189{,}12 - 78{,}54 = 110{,}58$

h_{Zyl}: $M_{Zyl} = 2\pi r h_{Zyl}$ | $: (2\pi \cdot r)$

$h_{Zyl} = \frac{M_{Zyl}}{2\pi \cdot r} = \frac{110{,}58}{2\pi \cdot 5} = 3{,}52$

Die Höhe des Zylinders beträgt $3{,}5\ cm$.

Aufgabe P4/2009

Lösungslogik

Über den Scheitelpunkt S die Parabelgleichung aufstellen.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.
Abstandsberechnung mit dem Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung der Parabel p mit $S(3|-2)$:

p: $y = (x - x_s)^2 + y_s$

$y = (x - 3)^2 - 2$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 6x + 7$ | allgemeine Gleichung der Parabel

g: $y = 2x - 5$

Schnittpunkte von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$x^2 - 6x + 7 = 2x - 5$ | $+5;\ -2x$

$x^2 - 8x + 12 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16 - 12} = 4 \pm 2$

$x_1 = 6;\quad x_2 = 2$

$y_1 = 2x_1 - 5 = 2 \cdot 6 - 5 = 7$

$y_2 = 2x_2 - 5 = 2 \cdot 2 - 5 = -1$

Schnittpunkte sind $P(6|7)$ und $Q(2|-1)$.

Abstand von P und Q:

$\overline{PQ}$: $\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ | Satz des Pythagoras

$= \sqrt{(2-6)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} \approx 8{,}94$

Die Punkte P und Q sind etwa $8{,}9\ LE$ voneinander entfernt.

Lösung P5/2009

$\frac{x+4}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{3x^2+x-7}{x(x-1)}$

Nenner 1: $x-1$

Nenner 2: x

<u>Nenner 3: $x(x-1)$</u>

Hauptnenner: $x(x-1)$

$x(x-1) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = 1$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;1\}$

$\frac{(x+4)\cdot x\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} - \frac{5\cdot \cancel{x}(x-1)}{\cancel{x}} = \frac{(3x^2+x-7)\cdot \cancel{x(x-1)}}{\cancel{x(x-1)}}$

$x(x+4) - 5x(x-1) = 3x^2 + x - 7$ | Klammern auflösen

$x^2 + 4x - 5x + 5 = 3x^2 + x - 7$ | $-3x^2;\ -x;\ +7$

$-2x^2 - 2x + 12 = 0$ | $:(-2)$

$x^2 + x - 6 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25+6} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 2;\quad x_2 = -3$

$\mathbb{L} = \{-3; 2\}$

Lösung P6/2009

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über 3 bzw. 4 Jahre mit festem Zinssatz.

Endkapital von Frau Schön:

$K_4 = K_0 \cdot q^4$

$K_4 = 10000 \cdot 1{,}042^4 = 11788{,}83$

Frau Schön hat nach vier Jahren ein Guthaben von $11.788{,}83$ €.

Zinssatz von Frau Reiche:

Frau Reiche möchte das gleiche Ergebnis bereits nach drei Jahren erzielen, somit ist $K_3 = 11788{,}83$.

$K_3 = K_0 \cdot q^3$

$11788{,}83 = 10000 \cdot q^3$ | $:10000$

$q^3 = \frac{11788{,}83}{10000} = 1{,}179$ | $\sqrt[3]{\ }$

$q = 1{,}0564$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow\ p\% \approx 5{,}65\ \%$

Frau Reiche muss einen festen Zinssatz von $5{,}65\ \%$ vereinbaren.

Lösung P7/2009

<u>Lösungslogik</u>

Erstellung einer Rangliste getrennt nach Klasse 8a und 8b.

Berechnung des Zentralwertes und des Mittelwertes getrennt nach Klasse 8a und 8b.

Beurteilung der Auswirkung auf Zentral- und Mittelwert von Klasse 8a nach Wegnahme der Wertung von Paul.

Klausuraufschrieb

Rangliste Jungen 8a:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Weite (m)	22,5	27	27,5	29	32	32	39,5	41,5	42	51

Rangliste Jungen 8b:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Weite (m)	19	25	25,5	26	29	29,5	30	33	36	36,5	39,5	41,5	45,5

Klasse 8a:

z_{8a}: $r_z = n \cdot 10 = 10 \cdot 0{,}5 = 5$

$z_{8a} = \frac{x_5+x_6}{2} = \frac{32+32}{2} = 32\,m$

$\overline{x}_{8a}$: $\overline{x}_{8a} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10} = \frac{22{,}5+27+\cdots+51}{10} = \frac{344}{10} = 34{,}4\,m$

Klasse 8b:

z_{8b}: $r_z = n \cdot 13 = 13 \cdot 0{,}5 = 6{,}5$

$z_{8b} = x_7 = 30\,m$

$\overline{x}_{8b}$: $\overline{x}_{8b} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{13} = \frac{19+25+\cdots+45{,}5}{13} = \frac{416}{13} = 32{,}0\,m$

Klasse 8a ohne Wurf von Paul:

z_{8aoP}: $r_z = n \cdot 9 = 9 \cdot 0{,}5 = 4{,}5$

$z_{8aoP} = x_5 = 32\,m$

$\overline{x}_{8aoP}$: $\overline{x}_{8aoP} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_9}{9} = \frac{22{,}5+27+\cdots+42}{9} = \frac{293}{9} = 32{,}6\,m$

Die Herausnahme der Wertung für Paul hat keinen Einfluss auf den Zentralwert. Das arithmetische Mittel hingegen nimmt ab.

Lösung P8/2009

Lösungslogik

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenfarbigen Kugeln für das erste Ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln. Zwei verschiedenfarbige Kugeln ist das Gegenereignis zu zwei gleichfarbige Kugeln. Da nur eine einzige Kugel weiß ist, ist das Gegenereignis mit $P(r;r)$ und $P(w;w)$ sehr schnell ermittelt.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für höchstens eine Kugel rot. Höchstens eine Kugel rot bedeutet eine oder keine rote Kugel. Das Gegenereignis hierzu sind zwei rote Kugeln.

Klausuraufschrieb

$P(weiß) = \frac{1}{10}$ $\quad P(rot) = \frac{4}{10}$ $\quad P(blau) = \frac{5}{10}$

Zwei verschiedenfarbige Kugeln:

$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = 1 - P\{(r;r),(b;b)\}$

$P(r;r) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90}$ $\quad P(b;b) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{20}{90}$

$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = 1 - \big(P(r;r) + P(b;b)\big)$

$= 1 - \frac{12}{90} - \frac{20}{90} = \frac{58}{90}$

$P(zwei\ verschiedenfarbige\ Kugeln) \approx 64{,}4\,\%$

Höchstens eine Kugel ist rot:

$P(höchstens\ eine\ rote\ Kugel) = 1 - P(r;r) = 1 - \frac{12}{90} = \frac{78}{90} \approx 86{,}7\,\%$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de