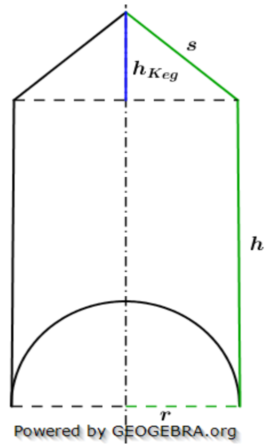
Lösung P1/2010

Lösungslogik

Das Volumen des Körpers setzte sich zusammen aus dem Volumen des Zylinders mit der Höhe h abzüglich des Volumens der Halbkugel mit dem Radius r zuzüglich dem Volumen des aufgesetzten Kegels mit dem Radius r und der Höhe h_{Keg}.
Berechnung von h_{keg} Über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens des Zylinders.
Berechnung des Volumens der Halbkugel.
Berechnung des Volumens des Kegels.
Berechnung des Volumens des zusammengesetzten Körpers.



Klausuraufschrieb

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r^2} = \sqrt{3{,}8^2 - 3^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{5{,}44} = 2{,}33$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 8{,}6 = 243{,}2$

V_{HK}: $V_{HK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 56{,}55$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3} \pi r^2 h_{Keg} = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 2{,}33 = 22{,}0$

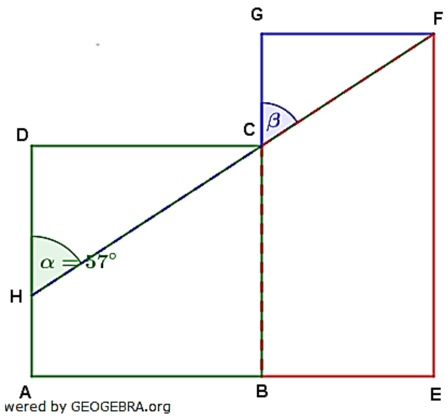
$V_{Körper}$: $V_{Körper} = V_{Zyl} - V_{HK} + V_{Keg} = 243{,}2 - 56{,}55 + 22 = 208{,}65$

Der Körper hat ein Volumen von $209\ cm^3$.
Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers beträgt $311\ cm^2$.

Lösung P2/2010

Lösungslogik

Berechnung von β als Stufenwinkel.
Berechnung von $\overline{HC}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{CF}$ aus der Differenz von $\overline{HF}$ und $\overline{HC}$.
Berechnung von $\overline{GF}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{GC}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EF}$ aus der Summe von $\overline{BC} = \overline{CD}$ und $\overline{GC}$.
Berechnung von u_{BEFC}.



Klausuraufschrieb

$u_{BEFC} = \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF} + \overline{BE}$

β: $\beta = \alpha = 57°$

$\overline{HC}$: $sin\alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{HC}}$ | $\cdot \overline{HC}; : sin\alpha$

$\overline{HC} = \frac{\overline{CD}}{sin\alpha} = \frac{4{,}8}{sin57°} = 5{,}72$

$\overline{CF}$: $\overline{CF} = \overline{HF} - \overline{HC} = 10{,}0 - 5{,}72 = 4{,}28$

$\overline{GF}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{GF}}{\overline{CF}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{CF}$

$\overline{GF} = \overline{CF} \cdot sin\beta = 4{,}28 \cdot sin57° = 3{,}59$

$\overline{GC}$: $\quad \overline{GC}^2 = \overline{CF}^2 - \overline{GF}^2 = 4{,}28^2 - 3{,}59^2 = 5{,}4304$ $\quad | \quad \sqrt{}$

$\overline{GC} = 2{,}33$

$\overline{EF}$: $\quad \overline{EF} = \overline{CD} + \overline{GC} = 4{,}8 + 2{,}33 = 7{,}13$

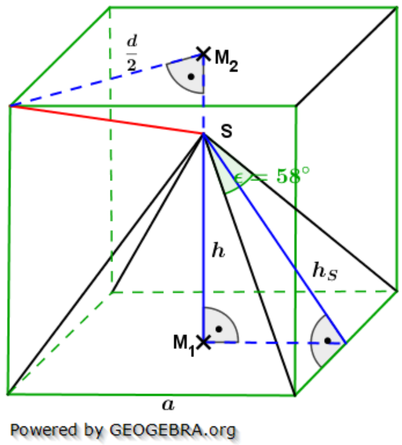
u_{BEFC}: $\quad u_{BEFC} = \overline{BC} + \overline{CF} + \overline{EF} + \overline{BE} = 4{,}8 + 4{,}28 + 7{,}13 + 3{,}59 = 19{,}8$

Der Umfang des Vierecks $BEFC$ beträgt $19{,}8\ cm$.

Lösung P3/2010

Lösungslogik

Berechnung von h_s über den $tan\frac{\epsilon}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide.
Berechnung von $\overline{SM_2}$ aus der Differenz von a und h.
Berechnung der Diagonalen d des Würfelquadrats und daraus $\frac{d}{2}$.
Berechnung von $\overline{ES}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

h_S: $\quad tan\frac{\epsilon}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_S}$ $\quad | \quad \cdot h_S;\ : tan\frac{\epsilon}{2}$

$h_s = \frac{\frac{a}{2}}{tan\frac{\epsilon}{2}} = \frac{4}{tan29°} = 7{,}22$

h: $\quad h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}22^2 - 4^2}$ $\quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{36{,}1284} = 6{,}0$

V_{Pyr}: $\quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 6 = 128$

Das Volumen der Pyramide beträgt $128\ cm^3$.

$\overline{SM_2}$: $\quad \overline{SM_2} = a - h = 8 - 6 = 2$

d: $\quad d = a \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2} = 11{,}31 \quad \Longrightarrow \frac{d}{2} = 5{,}66$

$\overline{ES}$: $\quad \overline{ES} = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \overline{SM_2}^2} = \sqrt{5{,}66^2 + 2^2}$ $\quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{ES} = \sqrt{36{,}0356} = 6{,}0$

Die Strecke $\overline{ES}$ ist $6{,}0\ cm$ lang.

Lösung P4/2010

(1) $\quad \frac{x-3}{2} = y + 1$ $\quad | \quad \cdot 2$

(2) $\quad \frac{2x-5}{3} - 10(y-1) = 16$ $\quad | \quad \cdot 3$

(1) $\quad x - 3 = 2y + 2$ $\quad | \quad -2$

(2) $\quad 2x - 5 - 30(y-1) = 48$ $\quad | \quad$ ausmultiplizieren

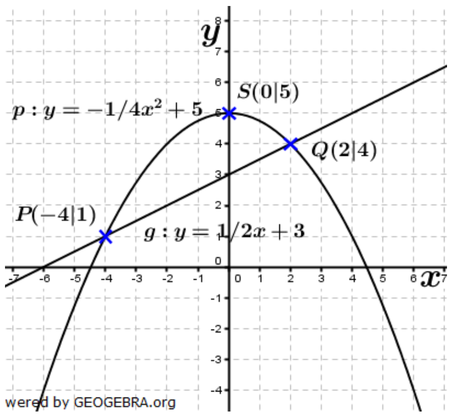
(1)	$2y = x - 5$	|	$\cdot 2$
(2)	$2x - 5 - 30y + 30 = 48$	|	$-2x;\ -25$
(1)	$4y = 2x - 10$		
(2)	$-30y = -2x + 23$		
(1)+(2)	$-26y = 0 - 10 + 23$	|	$:(-26)$
	$y = -0{,}5 \longrightarrow\ (1)$		
(1)	$2 \cdot (-0{,}5) = x - 5$	|	$+5$
	$x = 4$		
	$\mathbb{L} = \{(4; -0{,}5)\}$		

Lösung P5/2010

Lösungslogik

Erstellung der Graphik. Die Parabel ist nach unten geöffnet, breiter und in x–Richtung nicht verschoben, der Scheitel liegt somit bei $S(0|5)$.
Aufstellung der Geradengleichung.
Berechnung der Schnittpunkte zwischen p und g durch Gleichsetzung.

Klausuraufschrieb



p: $\quad y = -\frac{1}{4}x^2 + 5$

Geradengleichung g durch $P(0|3)$ mit $m = \frac{1}{2}$:

g: $\quad y = mx + b \quad | \quad m = \frac{1}{2}$ (gegeben)

$\quad y = \frac{1}{2}x + 3 \quad | \quad$ wegen $P(0|3)$ ist $b = 3$

Schnittpunkte von p mit g:

$p \cap g \quad |$ Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$\frac{1}{4}x^2 + 5 = \frac{1}{2}x + 3 \quad | \quad -3;\ -\frac{1}{2}x$

$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + 2 = 0 \quad | \quad \cdot(-4)$

$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad | \quad p/q$-Formel

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1+8} = -1 \pm 3$

$x_1 = 2; \quad x_2 = -4$

$y_1 = \frac{1}{2}x_1 + 3 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 3 = 4$

$y_2 = \frac{1}{2}x_2 + 3 = \frac{1}{2} \cdot (-4) + 3 = 1$

Schnittpunkte sind $P(-4|1)$ und $Q(2|4)$.

Lösung P6/2010

Lösungslogik

Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenfarbigen Kugeln für das erste Ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei verschiedenfarbige Kugeln getrennt nach mit Zurücklegen und ohne Zurücklegen.
Vergleich der beiden sich ergebenden Wahrscheinlichkeiten.

Klausuraufschrieb

$P(blau) = \frac{3}{6}$ $\quad\quad$ $P(rot) = \frac{3}{6}$

Mit Zurücklegen:

$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P\{(b;r),(r;b)\}$

$P(b;r) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$ $P(r;b) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{36}$

$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P(b;r) + P(r;b) = \frac{9}{36} + \frac{9}{36} = \frac{18}{36} = 50\ \%$

Ohne Zurücklegen:

$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P\{(b;r),(r;b)\}$

$P(b;r) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{30}$ $P(r;b) = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{30}$

$P(2\ verschiedenfarbige\ Kugeln) = P(b;r) + P(r;b) = \frac{9}{30} + \frac{9}{30} = \frac{18}{30} = 60\ \%$

Violas Vermutung ist falsch.

Lösung Aufgabe P7/2010

Lösungslogik

Erstellung einer Rangliste getrennt nach Klasse Jungen und Mädchen
Berechnung der prozentualen Differenz des arithmetischen Mittels der versandten SMS der Mädchen und Jungen.
Berechnung des Zentralwertes der beiden Datenreihen.
Einfluss der Nachmeldung von Florian, Eva und Laura auf die ermittelten Zentralwerte.

Klausuraufschrieb

Rangliste Jungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl SMS	0	5	14	21	24	25	35	39	46	66	77	128

Rangliste Mädchen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl SMS	0	10	28	29	34	36	37	47	51	56	67	80	116	132	177

Arithmetische Mittel:

$\overline{x}_{Jungen}$: $\quad \overline{x}_{Jungen} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{12}}{12} = \frac{0+5+14\ldots+128}{13} = \frac{480}{12} = 40\ SMS$

$\overline{x}_{Mädchen}$: $\quad \overline{x}_{Mädchen} = \frac{x_1+x_2+\cdots+x_{15}}{15} = \frac{0+10+28\ldots+177}{15} = \frac{900}{15} = 60\ SMS$

$p\%$: $\quad p\% = \frac{\overline{x}_{Mädchen}}{\overline{x}_{Jungen}} \cdot 100 = \frac{60}{40} \cdot 100 = 150\ \%$

$\overline{x}_{Mädchen}$ ist erhöhter Grundwert von $\overline{x}_{Jungen}$.

$p\%_{Diff}$: $\quad p\%_{Diff} = p\% - 100\% = 50\ \%$

Das arithmetische Mittel der versandten SMS der Mädchen liegt $50\ \%$ *höher als der Jungen.*

Zentralwerte:

z_{Jungen}: $\quad r_z = n \cdot 12 = 12 \cdot 0{,}5 = 6$

$z_{Jungen} = \frac{x_6+x_7}{2} = \frac{25+35}{2} = 30\ SMS$

$z_{Mädchen}$: $r_z = n \cdot 15 = 15 \cdot 0{,}5 = 7{,}5$

$z_{Mädchen} = x_8 = 47\ SMS$

Einfluss der Nachmeldung auf die Zentralwerte:

Rangliste Jungen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl SMS	0	5	14	21	24	25	35	39	46	66	77	128

neu: $\boxed{20}$

Rangliste Mädchen:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Anzahl SMS	0	10	28	29	34	36	37	47	51	56	67	80	116	132	177

neu: $\boxed{15}$ neu: $\boxed{170}$

z_{Jungen}: $r_z = n \cdot 13 = 13 \cdot 0{,}5 = 6{,}5$

$z_{Jungen} = x_7 = 25\ SMS$

$z_{Mädchen}$: $r_z = n \cdot 17 = 17 \cdot 0{,}5 = 8{,}5$

$z_{Mädchen} = x_9 = 47\ SMS$

Der Zentralwert der Jungen sinkt auf $25\,SMS$ *während der der Mädchen gleichbleibt.*

Lösung P8/2010

Größte Steigerung der Zuschauerzahlen und Prozentsatz hierzu:

Die größte Steigerung fand von der Spielzeit 05/06 zur Spielzeit 06/07 statt. Aus der Grafik liest du ab:

Zuschauerzahlen 05/06 etwa 428000 Zuschauerzahlen 06/07 etwa 465000. Gesucht ist der Prozentsatz der Steigerung. Der Grundwert ist 428000, der Prozentwert als erhöhter Grundwert ist 465000.

$p = \frac{P}{G} = \frac{465000}{428000} = 1{,}086 = 108{,}6\ \%$

Wegen des „erhöhten Grundwertes" musst du rechnen:

$p_{erhöht} = p - 100\% = 108{,}6 - 100 = 8{,}6\ \%$

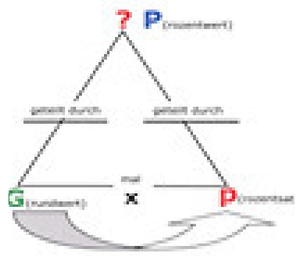
Die größte Steigerung der Zuschauerzahlen von 05/06 nach 06/07 liegt bei etwa $8{,}6\ \%$.

Prognose für die Spielzeit 09/10:

Wir berechnen zunächst die prozentuale Veränderung von 07/08 auf 08/09. Grundwert 07/08 aus Grafik etwa 463000. Prozentwert 08/09 aus Grafik etwa 456000.

$p = \frac{P}{G} = \frac{456000}{463000} = 0{,}985 = 98{,}5\ \%$

Die Zuschauerzahlen sind also rückläufig. Dieser Prozentsatz wird nach Aufgabenstellung für die Zuschauerzahl 09/10 angenommen, jetzt ist 456000 der Grundwert mit $p = 98{,}5\ \%$. Gesucht ist der Prozentwert.



$P = G \cdot p = 456000 \cdot 0{,}985 = 449160$

Der Verein kann mit etwa 449000 *Zuschauern für die Spielzeit 09/10 planen.*