## Aufgabe P1/2011

Im rechtwinkligen Dreieck $ABC$ sind gegeben:

$\overline{AB} = 10{,}3\ cm$

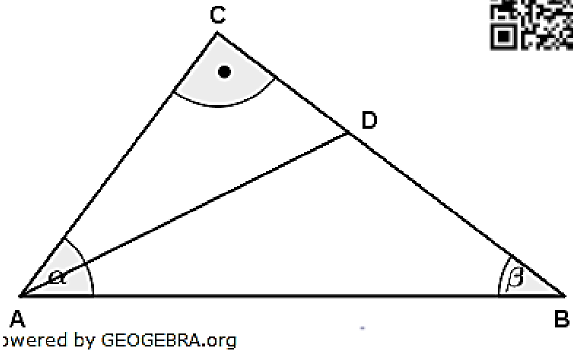
$\beta = 37{,}0\,°$

$\overline{AD}$ halbiert den Winkel $\alpha$.

Berechnen Sie die Länge $\overline{AC}$ und den Abstand des Punktes $D$ von $\overline{AB}$.

Lösung: $\overline{AC} = 6{,}2\ cm$.

Abstand $D$ von $\overline{AB}$: $3{,}1\ cm$.




## Aufgabe P2/2011

Für das Rechteck $ABCD$ gilt:

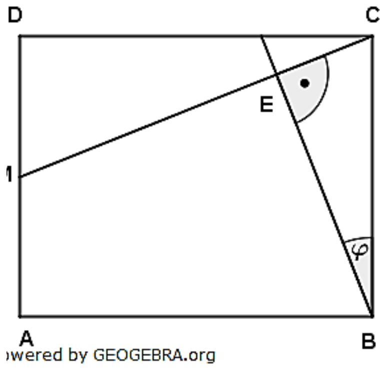
$\overline{BE} = 4{,}2\ cm$

$\varphi = 21{,}7°$

$M$ ist der Mittelpunkt der Seite $\overline{AD}$.

Berechnen Sie die Länge $\overline{ME}$.

Lösung: $\overline{ME} = 4{,}4\ cm$.




## Aufgabe P3/2011

Tina vergleicht einen Kegel mit einer quadratischen Pyramide.

Der Durchmesser $d$ der Kegelgrundfläche und die Grundkante $a$ der quadratischen Pyramide sind gleich lang.

Es gilt:

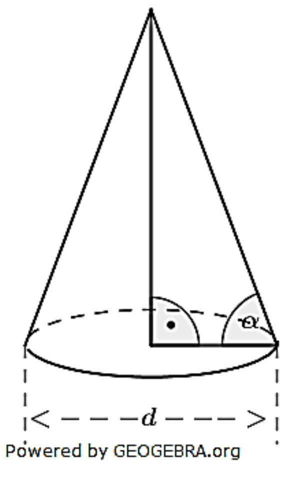
$G_K = 78{,}5\ cm^2$

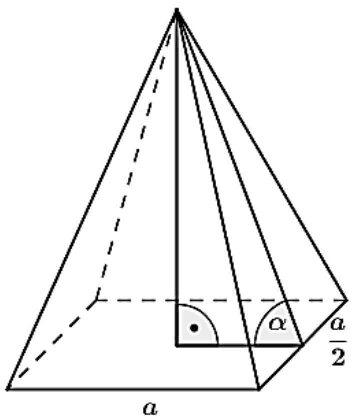
(Grundfläche des Kegels)

$\alpha = 70\,°$

Tina meint: „Die Oberflächen beider Körper sind gleich groß.“

Überprüfen Sie diese Aussage.




Lösung: $O_{Pyramide} = 392{,}4\ cm^2$

$O_{Kegel} = 308{,}2\ cm^2$

Die beiden Oberflächen sind nicht gleich.

# Aufgabe P4/2011

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$\frac{x+3}{2x+2} - \frac{1}{2} = \frac{x^2}{x+1}$ $\qquad \mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}; \quad \mathbb{L} = \{1\}$

# Aufgabe P5/2011

Drei Gleichungen - vier Graphen.

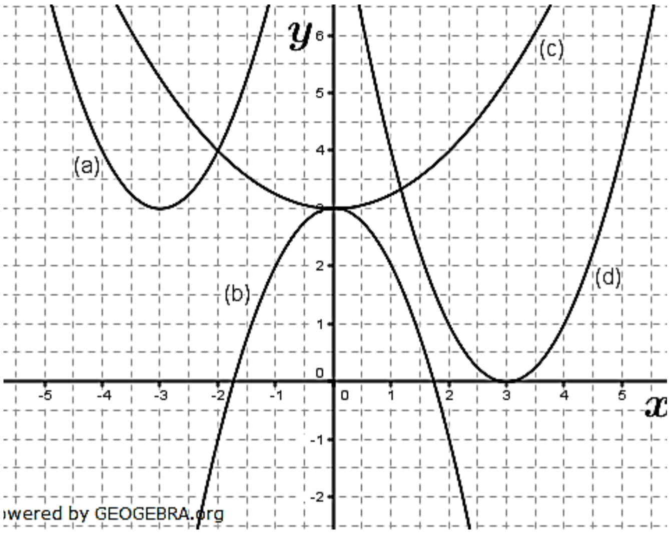
(I) $y = \frac{1}{4}x^2 + 3$

(II) $y = (x-3)^2$

(III) $y = x^2 + 6x + 12$

Welche Funktionsgleichung gehört zu welchem Graphen? Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

Wie heißt die Funktionsgleichung des vierten Graphen?



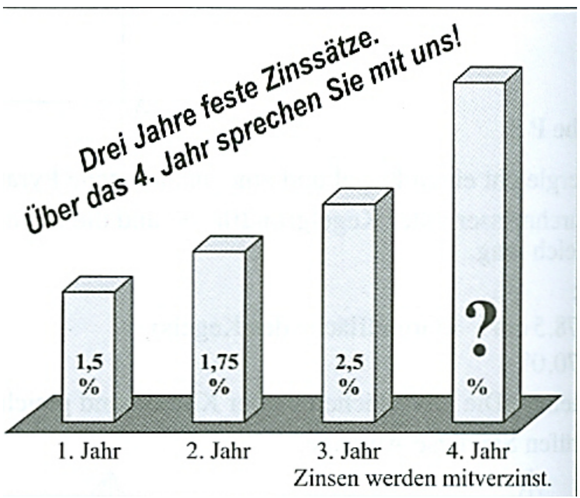

# Aufgabe P6/2011

Eine Bank wirbt mit nebenstehender Grafik. Herr Lenz möchte einen Betrag von 5.000,00 € anlegen. Nach Ablauf von vier Jahren soll sich der Betrag auf 5.500,00 € erhöhen.

Welchen Zinssatz müsste die Bank für das vierte Jahr anbieten?

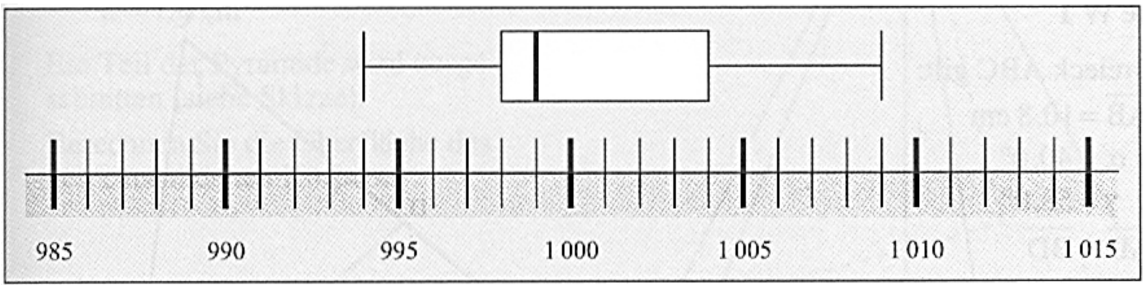
Bei welchem jährlich gleichbleibenden Zinssatz würde er nach vier Jahren das gleiche Endkapital erzielen?

Lösung: Zinssatz 4. Jahr 3,91 %, gleichbleibender Zinssatz 2,4 %



## Aufgabe P7/2011

Eine Maschine füllt 1–kg-Mehltüten ab. Bei einer Qualitätskontrolle werden die tatsächlichen Gewichte ermittelt.
Der Boxplot zeigt das Ergebnis der erfassten Stichprobe auf Gramm (g) gerundet.




Geben Sie das untere und das obere Quartil sowie den Zentralwert an.
Nehmen Sie zu folgender Aussage Stellung:
„Das arithmetische Mittel der Stichprobe beträgt 999 g.“

## Aufgabe P8/2011

Für eine Geburtstagsparty werden 20 Glückskekse gebacken, unterschiedlich gefüllt und in einen Korb gelegt:
12 Kekse enthalten jeweils ein Sprichwort.
6 Kekse enthalten jeweils einen Witz, die restlichen werden mit jeweils einem Kinogutschein gefüllt.
Welche Wahrscheinlichkeit hat das Ereignis "mit einem Zug ein Sprichwort ziehen"?

Lösung: $p = \frac{3}{5} = 60\ \%$

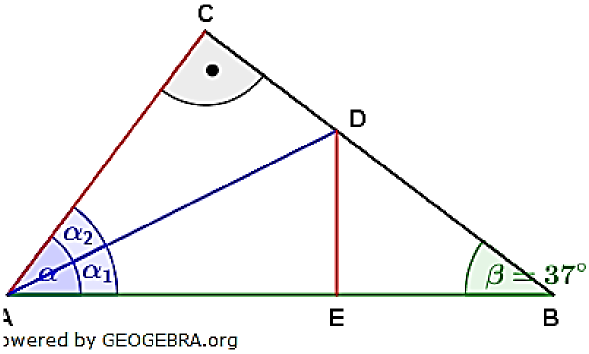
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis "beim gleichzeitigen Ziehen von zwei Glückskeksen unterschiedliche Füllungen erhalten"?

Lösung: $p = \frac{54}{95} \approx 56{,}8\ \%$

# Lösung P1/2011

## Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AC}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\alpha$ als Ergänzungswinkel.
Berechnung von $\alpha_1$ bzw. $\alpha_2$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den $cos\alpha_2$.
Berechnung von $\overline{DE}$ über den $sin\alpha_1$.




## Klausuraufschrieb

$\overline{AC}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} \quad | \cdot \overline{AB}$

$\overline{AC} = \overline{AB} \cdot sin\beta = 10{,}3 \cdot sin37° = 6{,}2$

$\alpha$: $\quad \alpha = 90° - \beta = 90° - 37° = 53°$

$\alpha_1/\alpha_2$: $\quad \alpha_1 = \frac{\alpha}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5° = \alpha_2$

$\overline{AD}$: $\quad cos\alpha_2 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD};\ : cos\alpha_2$

$\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{cos\alpha_2} = \frac{6{,}2}{cos26{,}5°} = 6{,}93$

$\overline{DE}$: $\quad sin\alpha_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \quad | \cdot \overline{AD}$

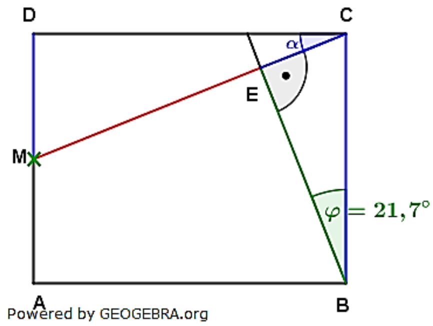
$\overline{DE} = \overline{AD} \cdot sin\alpha_1 = 6{,}93 \cdot sin26{,}5° = 3{,}09$

*Die Strecke $\overline{AC}$ ist $6{,}2\ cm$ lang. Der Abstand des Punktes $D$ von $\overline{AB}$ beträgt $3{,}1\ cm$.*

# Lösung P2/2011

## Lösungslogik

Bestimmung von $\alpha$.
Berechnung von $\overline{EC}$ über den $tan\varphi$.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den Satz des Pythagoras.
Bestimmung von $\overline{MD}$.
Berechnung von $\overline{MC}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{ME}$ aus der Differenz von $\overline{MC}$ und $\overline{EC}$.




## Klausuraufschrieb

$\overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC}$

$\alpha$: $\quad \alpha = \varphi = 21{,}7°$

$\overline{EC}$: $\quad tan\varphi = \frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} \quad | \cdot \overline{BE}$

$\overline{EC} = \overline{BE} \cdot tan\varphi = 4{,}2 \cdot tan21{,}7° = 1{,}67$

$\overline{BC}$: $\quad \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EC}^2 = 4{,}2^2 + 1{,}67^2 = 20{,}42890211 \quad | \sqrt{\ }$

$\overline{BC} = 4{,}52$

$\overline{MD}$: $\quad \overline{MD} = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{4{,}52}{2} = 2{,}26$

$\overline{MC}$: $\quad \sin\alpha = \dfrac{\overline{MD}}{\overline{MC}} \qquad | \cdot \overline{MC};\ : \sin\alpha$

$\overline{MC} = \dfrac{\overline{MD}}{\sin\alpha} = \dfrac{2{,}26}{\sin 21{,}7°} = 6{,}11$

$\overline{ME}$: $\quad \overline{ME} = \overline{MC} - \overline{EC} = 6{,}11 - 1{,}67 = 4{,}44$

*Die Strecke $\overline{ME}$ ist $4{,}4\ cm$ lang.*

## Lösung P3/2011

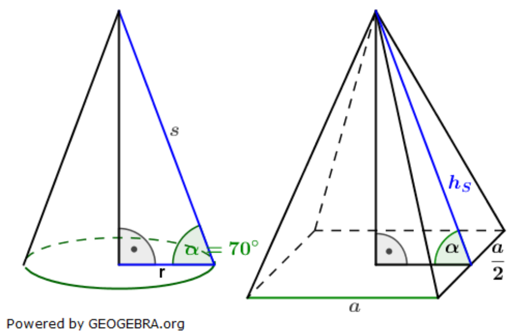
Lösungslogik

Pyramide:

Berechnung von $d = 2r$ über die Kreisfläche des Kegels.
Berechnung von $h_s$ über $\cos\alpha$.
Berechnung von $O_{Pyramide}$ über die Oberflächenformel.

Kegel:

Berechnung von $s$ über $\cos\alpha$.
Berechnung von $O_{Kegel}$ über die Oberflächenformel.




Klausuraufschrieb

$O_{Pyramide} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

$d$: $\quad G_K = \pi \cdot r^2 \qquad | : \pi;\ \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\dfrac{G_K}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{78{,}5}{\pi}} = 5{,}0$

$d = 2 \cdot r = 10{,}0 = a$

$h_S$: $\quad \cos\alpha = \dfrac{\frac{a}{2}}{h_S} \qquad | \cdot h_S;\ : \cos\alpha$

$h_S = \dfrac{\frac{a}{2}}{\cos\alpha} = \dfrac{5}{\cos 70°} = 14{,}62$

$O_{Pyr}$: $\quad O_{Pyr} = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 14{,}62 = 392{,}4$

$O_{Kegel} = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

$s$: $\quad s = h_S = 14{,}62$

$O_{Keg}$: $\quad O_{Keg} = \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5 \cdot 14{,}62 = 308{,}2$

*Die beiden Oberflächen von Kegel und Pyramide sind nicht gleich groß.*

## Lösung P4/2011

$$\frac{x+3}{2x+2} - \frac{1}{2} = \frac{x^2}{x+1}$$

| | | |
|---|---|---|
| Nenner 1: | $2x+2$ | $2(x+1)$ |
| Nenner 2: | | $2$ |
| Nenner 3: | | $x+1$ |
| Hauptnenner: | | $2(x+1)$ |

$2(x+1) = 0$ für $x_1 = -1$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{-1\}$

$$\frac{(x+3)\cancel{\cdot 2(x+1)}}{\cancel{2(x+1)}} - \frac{\cancel{1\cdot 2}(x+1)}{\cancel{2}} = \frac{x^2 \cdot 2\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}$$

$x + 3 - x - 1 = 2x^2$

$2x^2 = 2$

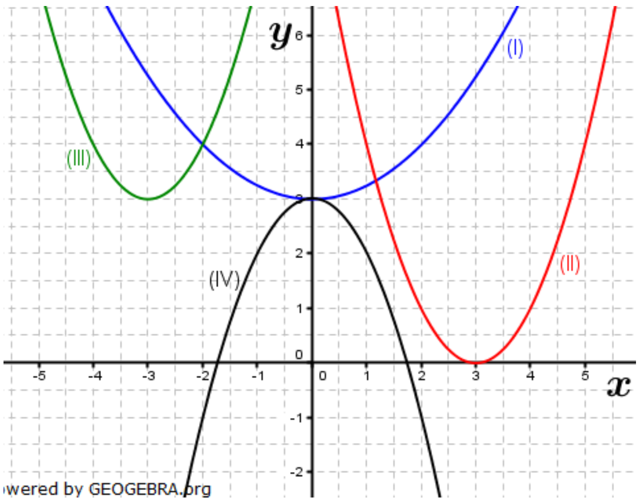
$x_1 = 1; \quad x_2 = -1$

Wegen $x_2 = -1 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{1\}$ die einzigste Lösung.

# Aufgabe P5/2011

<u>Klausuraufschrieb</u>

(a) gehört zur Gleichung (III)
Nach oben geöffnete Normalparabel mit Scheitelpunkt $S(-3|3)$
(c) gehört zur Gleichung (I)
Nach oben geöffnete, gestauchte Parabel ohne Verschiebung in $x$–Richtung mit Scheitelpunkt $S(0|3)$.
(d) gehört zur Gleichung (II)
Nach oben geöffnete Normalparabel mit Verschiebung nach links und nach oben.
Funktionsgleichung von (b):
$y = -x^2 + 3$




# Lösung P6/2011

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung über vier Jahre mit festem/variablem Zinssatz.

*Zinssatz für das vierte Jahr:*

$K_0 = 5000;\ \ K_4 = 5500$

$K_4 = K_0 \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 \cdot q_4$

$5500 = 5000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0175 \cdot 1{,}025 \cdot q_4$

$5500 = 5292{,}91 \cdot q_4 \qquad | \quad :5292{,}91$

$q_4 = \frac{5500}{5292{,}91} = 1{,}0391$

$q_4 = 1 + \frac{p_4\%}{100} \Longrightarrow \ \ p_4\% = 3{,}91\ \%$

*Die Bank müsste für das vierte Jahr einen Zinssatz von* $3{,}91\ \%$ *anbieten.*

*Jährlich gleichbleibender Zinssatz:*

$K_4 = K_0 \cdot q^4$

$5500 = 5000 \cdot q^4 \qquad | \quad :5000$

$1{,}1 = q^4 \qquad | \quad \sqrt[4]{\ }$

$q = 1{,}024$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow \ \ p\% = 2{,}4\ \%$

*Bei einem jährlich gleichbleibenden Zinssatz von* $2{,}4\ \%$ *wäre dasselbe Ergebnis erzielt worden.*

# Lösung P7/2011

<u>Lösungslogik</u>

Ablesen der Werte über das gegebene Boxplot.

<u>Klausuraufschrieb</u>

$q_u$: $\quad q_u = 998$
$q_o$: $\quad q_o = 1004$
$z$: $\quad z = 999$

Stellungnahme:
*Das arithmetische Mittel lässt sich nicht aus einem Boxplot ablesen.*

# Lösung P8/2011

## Lösungslogik

Aufstellung der Einzelwahrscheinlichkeit für die verschiedenen Keksfüllungen für den ersten Zug.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „mit einem Zug ein Sprichwort" ziehen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit „unterschiedliche Füllung beim gleichzeitigen Ziehen von zwei Keksen".

**Hinweis:** Gleichzeitiges Ziehen von zwei Keksen muss als Ziehen hintereinander ohne Zurücklegen betrachtet werden.

## Klausuraufschrieb

$P(Witz) = \frac{6}{20}$ $\quad P(Sprichwort) = \frac{12}{20}$ $\quad P(Gutschein) = \frac{2}{20}$

$A$: *„Mit einem Zug ein Sprichwort"*

$P(A) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5} = 60\ \%$

$B$: *„Unterschiedliche Füllungen beim gleichzeitigen Ziehen zweier Kekse"*

$P(B) = \{(W;S),(S;W),(W;G),(G;W),(S;G),(G;S)\}$

$P(W;S) = \frac{6}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{72}{380}$ $\quad P(S;W) = \frac{12}{20} \cdot \frac{6}{19} = \frac{72}{380}$

$P(W;G) = \frac{6}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{12}{380}$ $\quad P(G;W) = \frac{2}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{72}{380}$

$P(S;G) = \frac{12}{20} \cdot \frac{2}{19} = \frac{24}{380}$ $\quad P(G;S) = \frac{2}{20} \cdot \frac{12}{19} = \frac{24}{380}$

$P(B) = 2 \cdot \left(\frac{72+12+24}{380}\right) = \frac{108}{190} = \frac{54}{95} \approx 56{,}8\ \%$