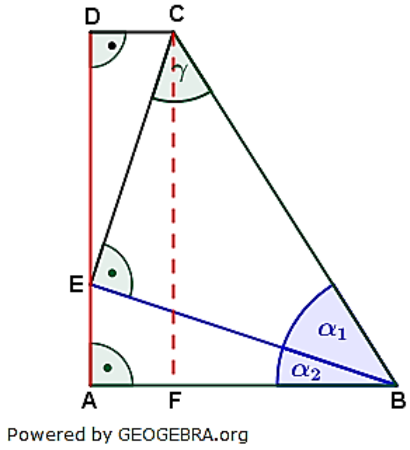
# Lösung P1/2013

## Lösungslogik

Berechnung von $\alpha_1$ über die Winkelsumme im Dreieck $BCE$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den $sin\gamma$ im Dreieck $BEC$.
Berechnung von $\alpha_2$ über den $cos$ im Dreieck $ABE$.
Die Strecke $\overline{AD}$ entspricht der Strecke $\overline{FC}$.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{FC}$ über den $sin(\alpha_1 + \alpha_2)$ im Dreieck $ABE$.




## Klausuraufschrieb

$\alpha_1$: $\alpha_1 = 90° - \gamma = 90° - 50{,}5° = 39{,}5°$

$\overline{BE}$: $sin\gamma = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

$\overline{BE} = \overline{BC} \cdot sin\gamma = 7{,}1 \cdot sin50{,}5° = 5{,}48$

$\alpha_2$: $cos\alpha_2 = \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}}$

$cos\alpha_2 = \frac{5{,}2}{5{,}48} = 0{,}95$

$\alpha_2 = cos^{-1}(0{,}95) = 18{,}19°$

$\overline{AD}$: $\overline{AD} = \overline{FC}$

$sin(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{\overline{AD}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$

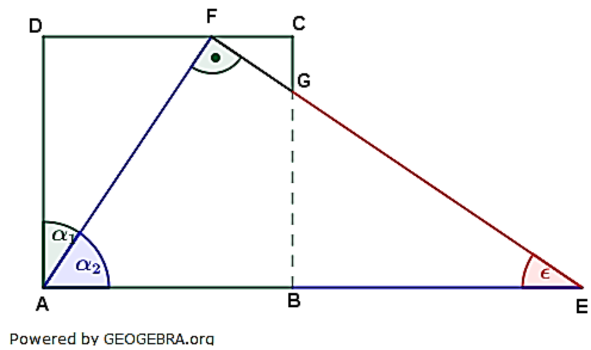
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdot sin(\alpha_1 + \alpha_2) = 7.1 \cdot sin(39{,}5° + 18{,}19°) = 7.1 \cdot sin57{,}69° = 6$

*Die Strecke $\overline{AD}$ ist $6\ cm$ lang.*

# Lösung P2/2013

## Lösungslogik

Berechnung von $\alpha_2$ als Ergänzungswinkel von $\alpha_1$ zu $90°$.
Berechnung von $\epsilon$ im rechtwinkligen Dreieck $AEF$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $cos\alpha_1$ im Dreieck $AFD$.
Berechnung von $\overline{AE}$ über den $cos\alpha_2$ im Dreieck $AEF$.
Berechnung von $\overline{BE}$ als Differenz aus $\overline{AE}$ und $\overline{AB}$ ($\overline{AB} = \overline{AD}$).
Berechnung von $\overline{EG}$ über den $cos\epsilon$ im Dreieck $AEG$.




## Klausuraufschrieb

$\alpha_2$: $\alpha_2 = 90° - \alpha_1 = 90° - 34° = 56°$

$\epsilon$: $\epsilon = 90° - \alpha_2 = 901° - 56° = 34°$

$\overline{AF}$: $cos\alpha_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} \quad | \quad \cdot \overline{AF};\ : cos\alpha_1$

$\overline{AF} = \frac{\overline{AD}}{cos\alpha_1} = \frac{5{,}0}{cos34°} = 6{,}03$

$\overline{AE}$: $\quad cos\alpha_2 = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{AE};\ : cos\alpha_2$

$\overline{AE} = \frac{\overline{AF}}{cos\alpha_2} = \frac{6{,}03}{cos56°} = 10{,}78$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 10{,}78 - 5 = 5{,}78$

$\overline{EG}$ $\quad cos\epsilon = \frac{\overline{BE}}{\overline{EG}}$ $\quad | \quad \cdot \overline{EG};\ : cos\epsilon$

$\overline{EG} = \frac{\overline{BE}}{cos\epsilon} = \frac{5{,}78}{cos34°} = 6{,}97$

*Der Winkel $\epsilon$ ist $34\,°$ groß, die Strecke $\overline{EG}$ ist $7\ cm$ lang.*

## Lösung P3/2013

### Lösungslogik

Über das gegebene Volumen des Zylinders berechnen wir zunächst dessen Höhe über die Volumenformel $V_z = \pi r_z^2 \cdot h_z$.
Mit dem gefundenen $h_z$ berechnen wir den Mantel des Zylinders über die Formel $M_Z = 2\pi r_Z \cdot h_z$.
Über den gegebenen Radius $r_Z$ berechnen wir den Umfang des Grundkreises des Zylinders über die Formel $u_Z = 2\pi \cdot r_z$.
Der Umfang der Grundfläche der Pyramide ist (nach Aufgabenstellung) gleich groß wie der Umfang der Grundfläche des Zylinders. Somit muss gelten:

$u_Z = u_P = 4 \cdot a$.

Hieraus errechnen wir die Länge der Seitenkante der Pyramidengrundfläche.
Der Mantel der quadratischen Pyramide errechnet sich aus $M_P = 2 \cdot a \cdot h_s$ mit $h_s$ als Höhe einer Seitenfläche. Nach dem Satz des Pythagoras gilt $h_s^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$.
Daraus folgt $h_s = \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$.
Mantelfläche des Zylinders soll gleich groß sein wie die Mantelfläche der Pyramide, also $M_Z = M_P = 2 \cdot a \cdot \sqrt{\frac{a^2}{4} + h^2}$
Die so gefundene Formel lösen wir dann nach $h$ auf.

### Klausuraufschrieb

$h_z$: $\quad V_z = \pi r_z^2 \cdot h_z$

$220 = \pi \cdot 3{,}8^2 \cdot h_z$ $\quad | \quad : \pi \cdot 3{,}8^2$

$h_z = \frac{220}{\pi \cdot 3{,}8^2} = 4{,}85$

$M_z$: $\quad M_Z = 2\pi r_Z \cdot h_z = 2\pi \cdot 3{,}8 \cdot 4{,}85 = 115{,}8$

$u_z$: $\quad u_Z = 2\pi \cdot r_z = 2\pi \cdot 3{,}8 = 23{,}88$

$a_P$: $\quad u_Z = u_P = 4 \cdot a_P$

$23{,}88 = 4 \cdot a_P$ $\quad | \quad : 4$

$a_P = \frac{23{,}88}{4} = 5{,}97$

$h_P$: $\quad M_P = 2 \cdot a_p \cdot h_s$

$h_s^2 = \left(\frac{a_P}{2}\right)^2 + h_p^2 \Rightarrow \quad h_s = \sqrt{\frac{a_p^2}{4} + h_p^2}$ $\quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$M_P = 2 \cdot a_p \cdot \sqrt{\frac{a_p^2}{4} + h_p^2}$

$M_Z = M_P = 115{,}8$

$115{,}8 = 2 \cdot 5{,}97 \cdot \sqrt{\frac{5{,}79^2}{4} + h_P^2}$ $\quad | \quad : 2 \cdot 5{,}97$

$\frac{115{,}8}{2\cdot 5{,}97} = \sqrt{8{,}91 + h_P^2}$
$9{,}7 = \sqrt{8{,}91 + h_P^2}$ | $^2$
$94{,}06 = 8{,}91 + h_P^2$ | $-8{,}91$
$h_P^2 = 85{,}15$ | $\sqrt{\ }$
$h_p = 9{,}23$

*Die Höhe der Pyramide beträgt* $9{,}2\ cm$.

## Lösung P4/2013

$(3x+1)^2 + x(5-4x) = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)(6x+2) - 11$ | ausmultiplizieren
$9x^2 + 6x + 1 + 5x - 4x^2 = 3x^2 + x - 6x - 2 - 11$ | Zusammenfassen
$5x^2 + 11x + 1 = 3x^2 - 5x - 13$ | $-3x^2;\ +5x;\ +13$
$2x^2 + 16x + 14 = 0$ | $:2$
$x^2 + 8x + 7 = 0$ | $p/q$-Formel
$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16-7} = -4 \pm \sqrt{9} = -4 \pm 3$
$x_1 = -7; \quad x_2 = -1$
$\mathbb{L} = \{-7; -1\}$

## Lösung P5/2013

Lösungslogik

Über eine Punktprobe mit Punkt $A$ ermitteln wir die Unbekannte $q$
Wir errechnen $y_B$, indem wir in die Parabelgleichung $x = 1$ einsetzen.
Wir stellen die Parabelgleichung in die Scheitelpunktgleichung um und bestimmen die Koordinaten des Scheitelpunktes $S$.
Wir berechnen die Steigung der Geraden $g$ durch die beiden Punkte $S$ und $B$.
Wir berechnen $b$ der Geradengleichung, indem wir einen der beiden Punkte $S$ oder $B$ in die Geradengleichung einsetzen.

Klausuraufschrieb

*Bestimmung von* $q$*:*
$y = x^2 + 4x + q$ | Punktprobe mit Punkt $A(-3|-4)$
$-4 = (-3)^2 + 4\cdot(-3) + q$
$-4 = 9 - 12 + q$ | $+3$
$q = -1$

*Koordinaten von* $B$*:*
$y = x^2 + 4x - 1$ | $y_B$ für $x = 1$
$y_B = 1^2 + 4\cdot 1 - 1 = 4 \implies B(1|4)$

*Scheitelpunkt von* $p$*:*
$y = x^2 + 4x - 1$ | Umstellen in die Scheitelpunktgleichung
$y = (x+2)^2 - 4 - 1$
$y = (x+2)^2 - 5 \implies S(-2|-5)$

*Geradengleichung* $g$ *durch* $S$ *und* $B$*:*
$g\colon\ y = mx + b$
$m\colon \quad m = \frac{y_S - y_B}{x_S - x_B} = \frac{-5-4}{-2-1} = \frac{-9}{-3} = 3$
$g\colon\ y = 3x + b$ | Punktprobe mit $B(1|4)$
$y_B = 3x_B + b$
$4 = 3\cdot 1 + b \implies b = 1$
$g\colon\ y = 3x + 1$

# Lösung P6/2013

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung; beim Bankhaus Adler variabler Zinssatz, bei der Opti-Bank fester Zinssatz.

*Endkapital beim Bankhaus Adler:*

$K_{3Bonus} = K_o \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3 + 100$

$K_{3Bonus} = 5000 \cdot 1{,}015 \cdot 1{,}0175 \cdot 1{,}0225 + 100$

$K_{3Bonus} = 5380$

*Das Endkapital beim Bankhaus Adler beträgt* $5380$ €*.*

*Fester Zinssatz bei der Opti-Bank:*

Das Endkapital soll gleich hoch sein, also $K_{3Bonus} = K_{3Opti} = 5380$

$K_{3Opti} = K_0 \cdot q^3$

$5380 = 5000 \cdot q^3 \qquad | \quad :5000$

$q^3 = \frac{5380}{5000} \qquad | \quad \sqrt[3]{\ }$

$q = 1{,}0247$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow \ p\% = 2{,}47\ \%$

*Die Opti-Bank muss Frau Wagner mindestens* $2{,}48\ \%$ *Zinsen bieten.*

# Lösung P7/2013

## Lösungslogik

Gleichzeitiges Ziehen von zwei Schokowürfeln ist zu behandeln wir Ziehen nacheinander von zwei Schokowürfeln ohne Zurücklegen.

Die möglichen Ereignisse „Zwei unterschiedliche Füllungen" sind:

„Marzipan; Nougat", „Marzipan; Karamell", „Nougat; Marzipan", „Karamell; Marzipan", Nougat; Karamell" und „Karamell; Nougat".

Wir müssen also sechs Einzelwahrscheinlichkeiten ermitteln und diese dann aufsummieren.

Wesentlich weniger Rechenaufwand entsteht, wenn wir über das Gegenereignis gehen. Das Gegenereignis von „Zwei unterschiedliche Füllungen" ist „Zwei gleiche Füllungen". Diese Einzelwahrscheinlichkeiten sind dann:

„Marzipan; Marzipan", „Nougat; Nougat" und „Karamell; Karamell"

Aus $1 -$ „Zwei gleiche Füllungen" erhalten wir dann das Endergebnis.

Leon hat nicht Recht, Nachweis siehe Klausuraufschrieb.

## Klausuraufschrieb

$P(unterschiedliche\ ) = 1 - P(gleiche)$

$P(gleiche) = P(M;M) + P(N;N) + P(K;K)$

$P(M;M) = \frac{6}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{30}{132} \qquad P(N;N) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{132} \qquad P(K;K) = \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132}$

$P(unterschiedliche) = 1 - \left(\frac{30}{132} + \frac{12}{132} + \frac{2}{132}\right) = 1 - \frac{44}{132} = \frac{88}{132} = \frac{2}{6} = 66{,}7\ \%$

*Die Wahrscheinlichkeit, zwei unterschiedliche Füllungen zu ziehen beträgt* $66{,}7\ \%$*.*

*Leon hat nicht recht, denn:*

$P(M;M) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} \qquad P(N;N) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{30}$

$P(K;K) = \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{5} = 0$

$P(unterschiedliche) = 1 - \left(\frac{6}{30} + \frac{2}{30} + 0\right) = 1 - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15} = 73{,}3\ \%$

*Die Wahrscheinlichkeit, zwei unterschiedliche Füllungen aus der zweiten Schale zu ziehen beträgt* $73{,}3\ \%$*.*

# Lösung P8/2013

## Lösungslogik

Wir ermitteln die Zentralwerte getrennt nach Gruppe A, Gruppe B und Gruppe C.
Nach den sich ergebenden Zentralwerten, entscheiden wir, welches Boxplot zu welcher Gruppe gehört.
Für den Boxplot der dritten Gruppe ermitteln wir noch das untere sowie obere Quartil, um den Boxplot zeichnen zu können.

## Klausuraufschrieb

Gruppe A: $n = 13$ $\frac{13}{2} = 6,5 \Rightarrow z_A = 60$

Gruppe B: $n = 17$ $\frac{17}{2} = 8,5 \Rightarrow z_B = 75$

Gruppe C: $n = 17$ $\frac{13}{2} = 6,5 \Rightarrow z_C = 90$

*Boxplot (1) gehört zur Gruppe B, da der Zentralwert bei* $75\,min$ *eingetragen ist.*
*Boxplot (2) gehört zur Gruppe C, da der Zentralwert bei* $90\,min$ *eingetragen ist.*

Für den Boxplot der dritten Gruppe ermitteln wir noch das untere sowie obere Quartil, um den Boxplot zeichnen zu können.

Gruppe A: $q_u$: $\frac{13}{4} = 3,25 \Rightarrow q_u = 30$

$q_o$: $\frac{3 \cdot 13}{4} = 9,75 \Rightarrow q_o = 150$

*Boxplot für Gruppe A:*