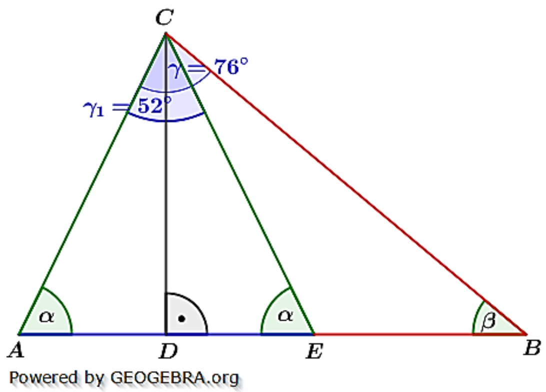
Lösung P1/2015

Lösungslogik (einfach)

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.
Berechnung von γ über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von γ_1 über die Winkelsumme im Dreieck AEC.
Berechnung von $\overline{AE}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{AB}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{BC}$ mit dem Sinussatz.
Berechnung von $\overline{EB}$ aus Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE}$

γ: $\quad \gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 64{,}0° - 40{,}0° = 76°$

γ_1: $\quad \gamma_1 = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 128{,}0° = 52°$

$\overline{AE}$: $\quad \frac{\overline{AE}}{sin\gamma_1} = \frac{\overline{AC}}{sin\alpha}$ | Sinussatz

$\overline{AE} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\gamma_1}{sin\alpha} = \frac{9{,}2 \cdot sin52°}{sin64°} = 8{,}07$

$\overline{AB}$: $\quad \frac{\overline{AB}}{sin\gamma} = \frac{\overline{AC}}{sin\beta}$ | Sinussatz

$\overline{AB} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\gamma}{sin\beta} = \frac{9{,}2 \cdot sin76°}{sin40°} = 13{,}89$

$\overline{BC}$: $\quad \frac{\overline{BC}}{sin\alpha} = \frac{\overline{AC}}{sin\beta}$ | Sinussatz

$\overline{BC} = \frac{\overline{AC} \cdot sin\alpha}{sin\beta} = \frac{9{,}2 \cdot sin64°}{sin40°} = 12{,}86$

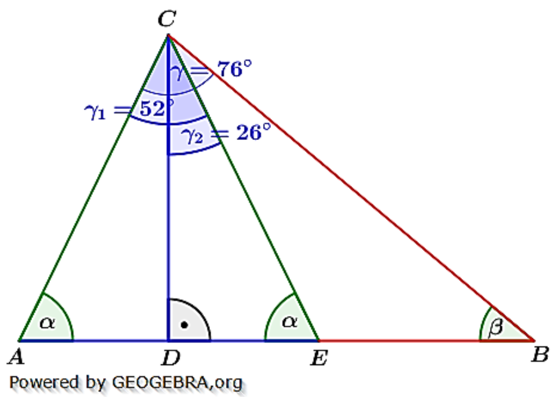
$\overline{EB}$: $\quad \overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE} = 13{,}89 - 8{,}07 = 5{,}82$

u: $\quad u = 5{,}82 + 12{,}86 + 9{,}2 = 27{,}88$

Der Umfang des Dreiecks EBC beträgt etwa $27{,}9\ cm$.

Lösungslogik (umständlich)

Umfang ist Summe der Strecken $\overline{EB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{CE}$.
Berechnung von γ über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung von γ_1 über die Winkelsumme im Dreieck AEC.
Berechnung von $\gamma_2 = \frac{1}{2}\gamma_1$.
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{DE}$ über den $cos\alpha$.
Berechnung von $\overline{DC}$ mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{DB}$ mit dem Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EB}$ aus Differenz von $\overline{DB}$ und $\overline{DE}$.



Klausuraufschrieb

$u = \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CE}$

γ: $\quad \gamma = 180° - \alpha - \beta = 180° - 64{,}0° - 40{,}0° = 76°$

γ_1: $\quad \gamma_1 = 180° - 2 \cdot \alpha = 180° - 128{,}0° = 52°$

γ_2: $\quad \gamma_2 = \frac{\gamma_1}{2} = 26°$

$\overline{AD}$: $\quad \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = cos\alpha \qquad | \quad \cdot \overline{AC}$

$\overline{AD} = \overline{AC} \cdot cos\alpha = 9{,}2 \cdot \cos 64{,}0° = 4{,}03$

$\overline{DC}$: $\quad \overline{DC} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{9{,}2^2 - 4{,}03^2} \qquad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{DC} = \sqrt{68{,}3991} = 8{,}27$

$\overline{BC}$: $\quad \frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = sin\beta \qquad | \quad \cdot \overline{BC};\ : sin\beta$

$\overline{BC} = \frac{\overline{DC}}{sin\beta} = \frac{8{,}27}{sin40°} = 12{,}8658$

$\overline{DB}$: $\quad \overline{DB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{DC}^2} = \sqrt{12{,}8658^2 - 8{,}27^2} \qquad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{DC} = \sqrt{97{,}1359} = 9{,}86$

$\overline{EB}$: $\quad \overline{EB} = \overline{DB} - \overline{DE} = 9{,}86 - 4{,}03 = 5{,}83$

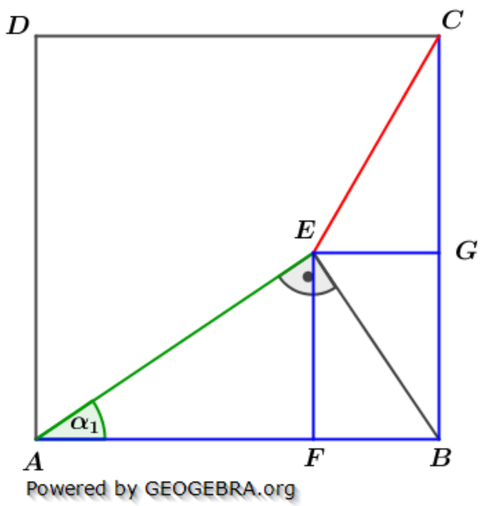
u: $\quad u = 5{,}83 + 12{,}87 + 9{,}2 = 27{,}9$

Der Umfang des Dreiecks EBC beträgt etwa $27{,}9\ cm$.

Lösung P2/2015

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{EF}$ über den $sin\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AB}$ über den $cos\alpha_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{EG} = \overline{FB}$ aus der Differenz von $\overline{AB}$ und $\overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{CG}$ aus der Differenz von $\overline{AB} = \overline{BC}$ und $\overline{EF}$.
Berechnung von $\overline{EC}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$\overline{EF}$: $\quad \frac{\overline{EF}}{\overline{AE}} = sin\alpha_1 \qquad |$

$\overline{EF} = \overline{AE} \cdot sin\alpha_1 = 7{,}8 \cdot sin\,34° = 4{,}3617$

$\overline{AB}$: $\quad \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = cos\alpha_1 \qquad | \quad \cdot \overline{AB};\ : cos\alpha_1$

$\overline{AB} = \frac{\overline{EF}}{cos\alpha_1} = \frac{7{,}8}{cos34\,°} = 9{,}4085$

$\overline{AF}$: $\quad \overline{AF} = \sqrt{\overline{AE}^2 - \overline{EF}^2} = \sqrt{7{,}8^2 - 4{,}3617^2} \qquad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{AF} = \sqrt{41{,}8156} = 6{,}4665$

$\overline{EG}$: $\overline{EG} = \overline{AB} - \overline{AF} = 9{,}4085 - 6{,}4665 = 2{,}942$

$\overline{CG}$: $\overline{CG} = \overline{AB} - \overline{EF} = 9{,}4085 - 4{,}3617 = 5{,}0468$

$\overline{EC}$: $\overline{EC} = \sqrt{\overline{CG}^2 + \overline{EG}^2} = \sqrt{5{,}0468^2 + 2{,}942^2}$ | Satz des Pythagoras

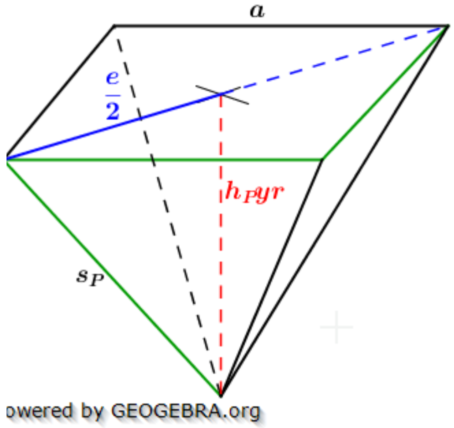
$\overline{EC} = \sqrt{34{,}1256} = 5{,}842$

Die Strecke $\overline{EC}$ ist $5{,}84\ cm$ lang.

Lösung P3/2015

Lösungslogik

Wir benötigen zunächst das Volumen des Kreiskegels mit $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d_k}{2}\right)^2 \cdot h_K$. Da das Wasser nur das halbe Kegelvolumen einnimmt somit $\frac{1}{2} \cdot V_{Keg}$.
Danach benötigen wir das Volumen der Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h_{Pyr}$. Da h_{Pyr} nicht gegeben ist, müssen wir es mit dem Satz des Pythagoras berechnen mithilfe der Strecken s_P und der halben Diagonalen $\frac{e}{2}$ der Grundfläche.



Klausuraufschrieb

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d_k}{2}\right)^2 \cdot h_K = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{20}{2}\right)^2 \cdot 30 = 3141{,}59$

V_{Wasser}: $V_{Wasser} = \frac{1}{2}V_{Keg} = 1570{,}8$

$\frac{e}{2}$: $\frac{e}{2} = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot \sqrt{2} = 11{,}3137$

h_{Pyr}: $h_{Pyr} = \sqrt{s_P^2 - \left(\frac{e}{2}\right)^2} = \sqrt{24^2 - 11{,}3137^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Pyr} = \sqrt{448{,}00} = 21{,}166$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 21{,}166 = 1806{,}2$

Das Pyramidenvolumen ist größer als das mit Wasser gefüllte Kegelvolumen. Somit läuft das Wasser beim Umfüllen nicht über.

Lösung P4/2015

Lösungslogik

Ergänzung Baumdiagramm:

Die Summe aller möglichen Wahrscheinlichkeiten ist stets $100\ \%$. Wegen $\frac{3}{10} = 30\ \%$ ist somit die Wahrscheinlichkeit für die grünen Kugeln gleich $50\ \%$, alternativ $\frac{5}{10}$.

Wahrscheinlichkeit für höchstens eine grüne Kugel:

Gleichzeitige Ziehen von 2 Kugeln entspricht Ziehen von 2 Kugeln hintereinander ohne Zurücklegen. Höchstens eine grüne Kugel ist entweder keine grüne Kugel oder eine Grüne Kugel. Das Gegenereignis ist somit 2 grüne Kugeln.

Doppelt so viele Kugeln in einem zweien Behälter:

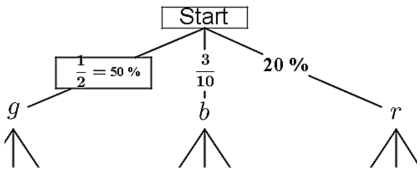
Uli hat nicht Recht. Die Einzelwahrscheinlichkeiten im ersten Zug bleiben zwar bei $50\,\%$ für grün, $30\,\%$ für blau und $20\,\%$ für rot, jedoch ändert sich die Wahrscheinlichkeit für den zweiten Zug.

<u>Klausuraufschrieb</u>

$\frac{3}{10} = 30\,\%$

$P(grün) = 100\% - P(blau) - P(rot)$

$P(grün) = 100\% - 30\% - 20\% = 50\%$



Höchstens eine grüne Kugel:

$P(höchstens\ 1\ grüne\ Kugel) = 1 - P(zwei\ grüne\ Kugeln)$

$= 1 - \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} = \frac{29}{38} \approx 76{,}3\,\%$

Doppelt so viele Kugeln:

Uli hat nicht Recht, denn

$P(höchstens\ 1\ grüne\ Kugel) = 1 - P(zwei\ grüne\ Kugeln)$

$= 1 - \frac{20}{40} \cdot \frac{19}{39} = \frac{59}{78} \approx 75{,}6\,\%$

Lösung P5/2015

<u>Klausuraufschrieb</u>

Graph zu Wertetabelle:

p_3 ist der Graph der Funktionswerte gemäß Wertetabelle. $S(0|1)$ ist der Schnittpunkt mit der y–Achse, $N(1|0)$ ein Schnittpunkt mit der x–Achse.

Schnittpunkt p_1 mit p_2:

p_1: $S_{p1}(6|4)$ | Scheitelpunkt von p_1

$y = (x-6)^2 + 4$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 12x + 40$ | allgemeine Parabelgleichung

p_2: $S_{p2}(4|-4)$ | Scheitelpunkt von p_2

(Eingezeichnete Parabel hat Nullstellen bei $N_1(2|0)$ und $N_2(6|0)$, somit liegt die Symmetrieachse bei $x = 4$)

$y = (x-4)^2 - 4$ | Scheitelpunktgleichung

$y = x^2 - 8x + 12$ | allgemeine Parabelgleichung

$p_1 \cap p_2$: I) $y = x^2 - 12x + 40$

<u>II) $y = x^2 - 8x + 12$</u>

I)-II) $0 = -4x + 28$ | $+4x;\ :4$

$x = 7$

$x \longrightarrow II)$: $y = 7^2 - 8 \cdot 7 + 12 = 5$

Der Schnittpunkt von p_1 mit p_2 hat die Koordinaten $S(7|5)$.

p_4: $y = ax^2 + 1$

$P(2|3)$ ist Punkt der Parabel.

$3 = a \cdot 2^2 + 1$ | Punktprobe mit $P(2|3)$

$2 = 4a$ | $:4$

$a = \frac{1}{2}$

Die Gleichung der Parabel p_4 lautet $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

Lösung P6/2015

(1)	$\frac{x-4y}{3} = 4$	$\cdot 3$
(2)	$3(2x+y) - 17 = \frac{x-2}{2}$	$\cdot 2$
(1)	$x - 4y = 12$	$+4y$
(2)	$6(2x+y) - 34 = x - 2$	ausmultiplizieren
(1)	$x = 4y + 12$	
(2)	$12x + 6y - 34 = x - 2$	$-x;\ -6y;\ +34$
(1)	$x = 4y + 12$	$\cdot 12$
(2)	$12x = -6y + 36$	
(1)	$12x = 48y + 144$	
(2)	$\underline{12x = -6y + 36}$	
(1)-(2)	$0 = 54y + 108$	$-108;\ :54$
	$y = -2 \longrightarrow$ (1)	
(1)	$x - 4 \cdot (-2) = 12$	-8
	$x = 4$	
	$\mathbb{L} = \{(4;-2)\}$	

Lösung P7/2015

Aufgabentyp: Kapitalentwicklung

Wertanstieg der Aktie zwischen 2010 *und* 2013 *insgesamt:*

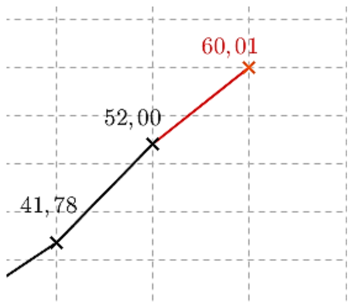
$q = \frac{52{,}00}{31{,}98} = 1{,}626$

$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow \ p\% = 62{,}6\ \%$

Wert der Aktie Ende 2014*:*

$K_{2014} = K_{2013} \cdot q$ mit $q = 1{,}154$

$K_{2014} = 52{,}00 \cdot 1{,}154 = 60{,}01\ €$



Gleichbleibender Zinssatz:

$K_{2013} = K_{2009} \cdot q^4$		
$52{,}00 = 39{,}67 \cdot q^4$	|	$:39{,}67$
$q^4 = 1{,}3108$	|	$\sqrt[4]{\ }$
$q = 1{,}07$		
$q = 1 + \frac{p\%}{100} \Longrightarrow \ p\% = 7{,}0\ \%$		

Lösung P8/2015

Lösungslogik

Über die Grafiken ermitteln die Gesamtanzahl der Schüler getrennt nach Klasse $10a$ und $10b$. Diese Zahlen entsprechen den Rangplätzen. Da in den Boxplots der Zentralwert als auch das obere Quartil auf gleichen Rangplätzen liegen, müssen wir die Rangplätze des unteren Quartils prüfen, um entscheiden zu können, welches Boxplot zu welcher Klasse gehört.
Die Prozentzahl der Schüler der Klasse $10a$, die fünf oder mehr Punkte haben, ergibt sich aus der Division der Anzahl Schüler mit fünf oder mehr Punkten durch die Gesamtanzahl der Schüler der Klasse $10a$.
Für die durchschnittliche Punktzahl der Klasse müssen wir zunächst die Summe der einzelnen Multiplikationen Anzahl Schüler mal erreichte Punktzahl bilden. Diese Summe ist dann durch die Gesamtanzahl der Schüler der Klasse $10b$ zu dividieren.

Klausuraufschrieb

Anzahl Schüler Klasse $10a$:
$n_{10a} = 3 + 5 + 6 + 4 + 5 + 3 + 3 = 29$
Anzahl Schüler Klasse $10b$:
$n_{10b} = 2 + 4 + 5 + 7 + 5 + 3 = 25$
Unteres Quartil Klasse $10a$:
$\frac{1}{4} \cdot n_{10a} = \frac{29}{4} = 7{,}25 \quad \Rightarrow q_u$ entspricht Rangplatz 8.
Der 8. Rangplatz erreichte 2 Punkte.
Boxplot (1) gehört zu Klasse $10a$, Boxplot (2) zu Klasse $10b$.
Anzahl Schüler Klasse $10a$ mit fünf oder mehr Punkten:
$n_{10a_{+5}} = 5 + 3 + 3 = 11$
$$p_{10a}\% = \frac{n_{10a_{+5}}}{n_{10a}} \cdot 100 = \frac{11}{29} \cdot 100 = 37{,}93\ \%$$
Durchschnittliche Punktzahl Klasse $10b$:
$$\overline{m} = \frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 7}{n_{10b}} = \frac{94}{25} = 3{,}76$$
Die Aussage mit „genau vier Punkte" ist falsch.