Aufgabe P1/2016

Gegeben ist das Dreck ABC. Es gilt:

$\overline{BC} = 9\ cm$

$\overline{AD} = 7{,}3\ cm$

$\beta = 55\,°$

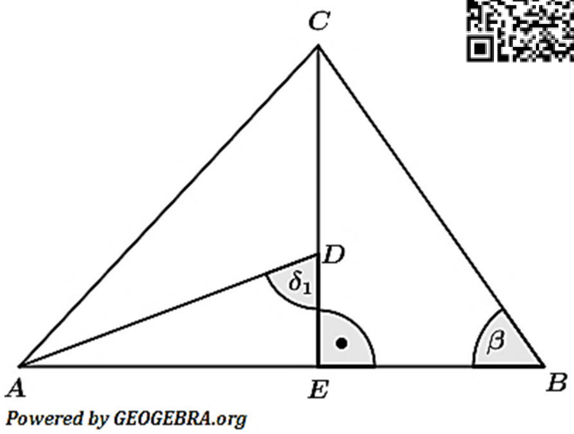
$\delta_1 = 69{,}4\,°$

Berechnen Sie die Länge $\overline{CD}$ und den Flächeninhalt des Dreiecks ADC.

Lösung: $\overline{CD} = 4{,}8\ cm$

$A_{ADC} = 16{,}4\ cm^2$

Tipp: Trigonometrischer Flächeninhalt für das Dreieck ADC.



Aufgabe P2/2016

Im rechtwinkligen Trapez $ABCD$ sind gegeben:

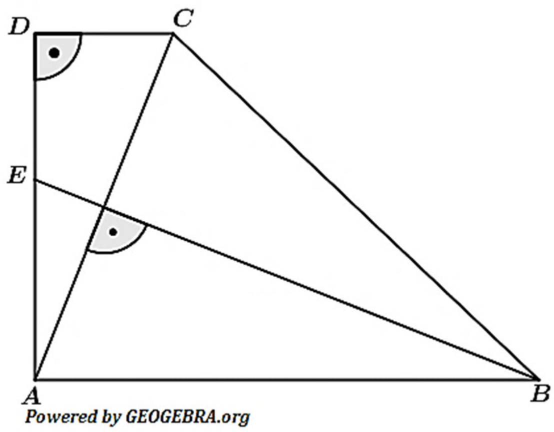
$\overline{AE} = 3{,}1\ cm$

$\overline{BE} = 8{,}4\ cm$

$\overline{AB} = \overline{AC}$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks ACD.

Lösung: $u_{ACD} = 13{,}2\ cm$



Aufgabe P3/2016

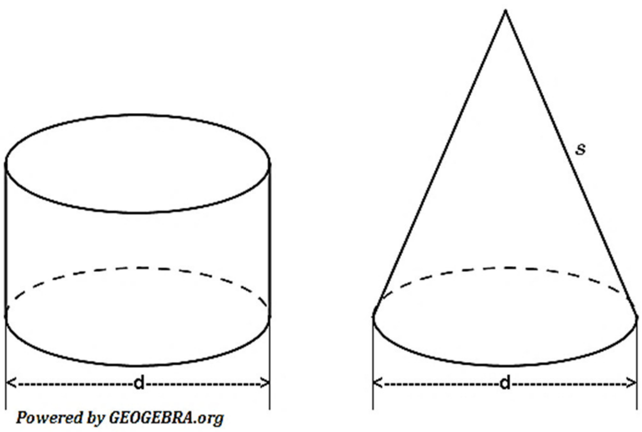
Ein Kreiskegel und ein Zylinder haben gleich große Mantelflächen. Die Durchmesser der beiden Grundflächen sind ebenfalls gleich. Es gilt:

$M_{Zyl} = M_{Keg} = 340\ cm^2$

$s = 18{,}0\ cm$

Berechnen Sie die Differenz der beiden Rauminhalte.

Lösung: $\Delta V = 379{,}4\ cm^3$



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

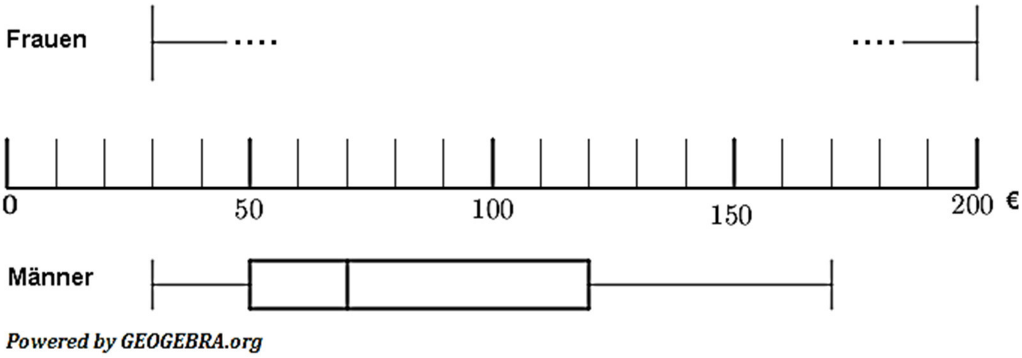
Aufgabe P4/2016

Bei einer Umfrage werden Frauen und Männer getrennt befragt:
„Wie viele € haben Sie für Ihre zuletzt gekauften Schuhe bezahlt?“

Preise der Frauenschuhe in € gerundet:

30	30	50	60	70	70	80	90	90	100	120	140	140	150	160	180	200

Vervollständigen Sie den zugehörigen Boxplot.



Zum Boxplot der Männerschuhe gehört die unvollständig ausgefüllte Rangliste. Ergänzen Sie die passenden Werte.

Preise der Männerschuhe in € gerundet:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Preis		30			50	50					120	140	

Aufgabe P5/2016

Geben Sie die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an.

$\frac{x+3}{x} = \frac{9}{x^2-3x} - \frac{3}{x-3}$ $\mathbb{D} = x \in \mathbb{R} \setminus \{0;3\}$; $\mathbb{L} = \{-6\}$

Aufgabe P6/2016

Die Parabel p hat die Gleichung $y = x^2 - 6x + 10{,}5$.
Eine Gerade g mit der Steigung $m = 2$ geht durch den Scheitelpunkt der Parabel p.
Berechnen Sie den zweiten Schnittpunkt Q der Geraden g und der Parabel p.

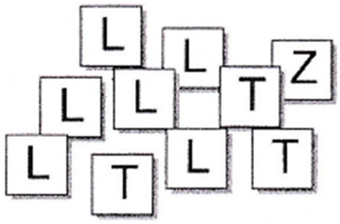
Lösung: $Q(5|5{,}5)$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

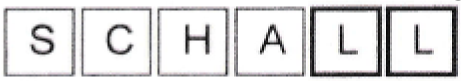
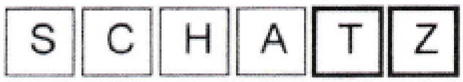
Aufgabe P7/2016

Hannah legt Buchstabenkärtchen.
Auf dem Tisch liegen schon folgende vier Buchstaben:

In einem Beutel befinden sich die rechts abgebildeten Buchstabenkärtchen.



Daraus zieht Hannah zwei Buchstabenkärtchen gleichzeitig.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit den beiden gezogenen Buchstaben

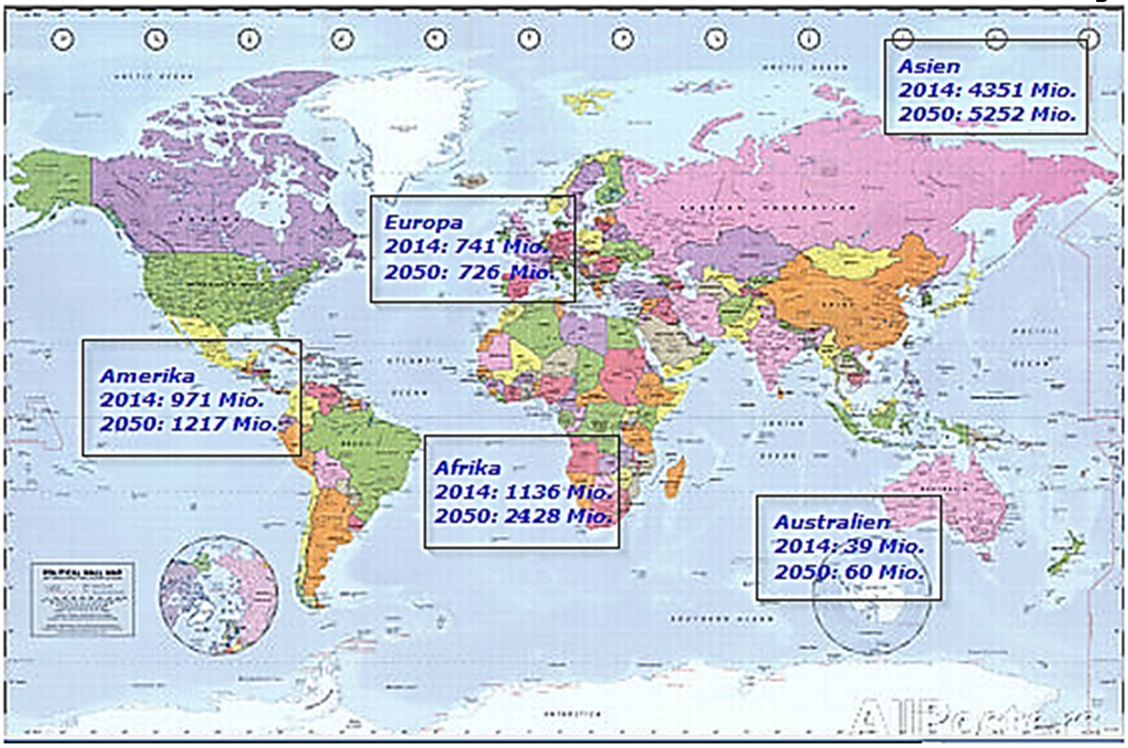
- Das Wort  legen zu können.
- Das Wort  Legen zu können.

Lösung: $P(SCHALL) = \frac{40}{90} = 33{,}3\ \%$

$P(SCHATZ) = \frac{6}{90} = 6{,}7\ \%$

Aufgabe P8/2016

In der abgebildeten Weltkarte sind die Bevölkerungszahlen der Kontinente für das Jahr 2014 und die voraussichtlichen Werte für das Jahr 2050 dargestellt.



Um wie viel Prozent wird die Bevölkerungszahl von Europa im Zeitraum von 2014 bis 2050 voraussichtlich sinken?
In Afrika steigt die Bevölkerungszahl.
In den Jahren von 2014 bis 2017 nimmt sie jährlich um etwa $2{,}5\ \%$ zu.
Wie hoch ist die zu erwartende Bevölkerungszahl in Afrika im Jahre 2017?

Eine Zeitungsmeldung lautet:

> **„Im Jahr 2050 ist etwa jeder vierte Mensch ein Afrikaner."**

Stimmt diese Aussage? Begründen Sie Ihre Antwort.

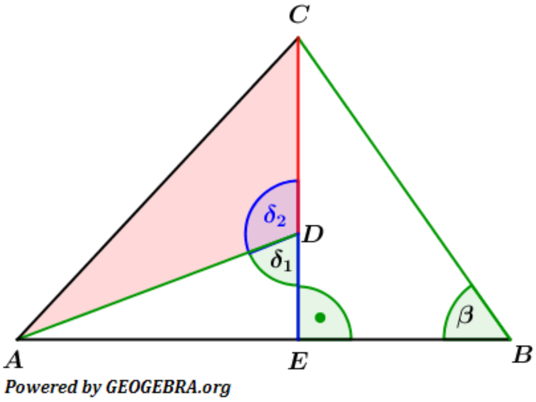
Lösung: Europa $\approx -2\ \%$
Afrika: $\approx 1223{,}3\ Mio.$
Afrika: $\approx 25\ \%$ der Weltbevölkerung
Die Aussage ist richtig.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P1/2016

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{CE}$ über $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{DE}$ über $cos\delta_1$.
Berechnung von $\overline{CD}$ über $\overline{CE} - \overline{DE}$.
Berechnung von δ_2 als Ergänzungswinkel von δ_1 zu $180\,°$.
Berechnung der Fläche des Dreiecks ADC über den trigonometrischen Flächeninhalt mithilfe von $\overline{AD}$, $\overline{CE}$ und δ_2.



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} \qquad | \cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\beta = 9{,}0 \cdot sin55° = 7{,}37$

$\overline{DE}$: $\quad cos\delta_1 = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} \qquad | \cdot \overline{AD}$

$\overline{DE} = \overline{AD} \cdot cos\delta_1 = 7{,}3 \cdot cos69{,}4\,° = 2{,}57$

$\overline{CD}$: $\quad \overline{CD} = \overline{CE} - \overline{DE} = 7{,}37 - 2{,}57 = 4{,}8$

Die Strecke $\overline{CD}$ ist $4{,}8\ cm$ lang.

δ_2: $\quad \delta_2 = 180° - \delta_1 = 180\,° - 69{,}4\,° = 110{,}6\,°$

A_{ADC}: $\quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{CD} \cdot sin\delta_2 \qquad |$ trigonometrischer Flächeninhalt

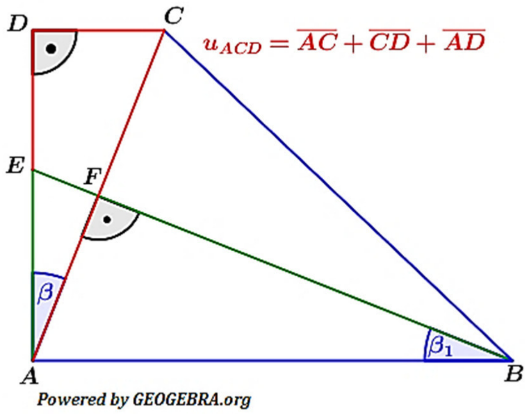
$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}3 \cdot 4{,}8 \cdot sin110{,}6\,° = 16{,}3997$

Das Dreieck ADC hat eine Fläche von $16{,}4\ cm^2$.

Lösung P2/2016

Lösungslogik

Berechnung von β_1 über den sin.
Wegen $\overline{AB} = \overline{BC}$ ist das Dreieck ABC ein gleichschenkliges Dreieck. Der Punkt F liegt damit in der Mitte von $\overline{AC}$.
Wegen des rechten Winkels bei F ist $\beta = \beta_1$.
Berechnung von $\overline{AF}$ über den $cos\beta$.
Berechnung von $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AF}$.
Berechnung von $\overline{CD}$ über den $sin\beta$.
Berechnung von $\overline{AD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Umfangs u des Dreiecks ACD.



Klausuraufschrieb

β_1: $sin\beta_1 = \frac{\overline{AE}}{\overline{BE}} = \frac{3{,}1}{8{,}4} = 0{,}36905$

$\beta_1 = sin^{-1}\left(\frac{3{,}1}{8{,}4}\right) = 21{,}675\,°$

$\overline{AF}$: Das Dreieck ABC ist gleichschenklig. Der Punkt F liegt in der Mitte der Strecke $\overline{AC}$. Wegen des rechten Winkels bei F ist $\beta = \beta_1$.

$cos\beta = \frac{\overline{AF}}{\overline{AE}}$ | $\cdot \overline{AE}$

$\overline{AF} = \overline{AE} \cdot cos\beta$

$\overline{AF} = 3{,}1 \cdot cos21{,}675\,° = 2{,}88$

$\overline{AC}$: $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AF} = 2 \cdot 2{,}88 = 5{,}76$

$\overline{CD}$: $sin\beta = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$ | $\cdot \overline{AC}$

$\overline{CD} = \overline{AC} \cdot sin\beta$

$\overline{CD} = 5{,}76 \cdot sin21{,}675\,° = 2{,}13$

$\overline{AD}$: $\overline{AD} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{5{,}76^2 - 2{,}13^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{AD} = \sqrt{28{,}6407} = 5{,}35$

u_{ACD}: $u_{ACD} = \overline{AC} + \overline{CD} + \overline{AD} = 5{,}76 + 2{,}13 + 5{,}35 = 13{,}24$

Der Umfang des Dreiecks ACD beträgt $13{,}2\ cm$.

Lösung P3/2016

Lösungslogik

Wir benötigen zunächst den Radius des Kreiskegels mit $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$, Mantel M_{Keg} und Länger der Seitenkante s sind gegeben. Danach berechnen wir die Höhe des Kreiskegels über den Satz des Pythagoras. Jetzt steht der Berechnung des Volumens nichts mehr im Wege mit $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{keg}$.

Da Durchmesser und Mantelfläche von Zylinder und Kegel gleich groß sind, gilt $r_{Zyl} = r_{Keg}$ und $M_{Zyl} = M_{Keg}$. Hierüber berechnen wir die Höhe des Zylinders über $M_{Zyl} = 2\pi \cdot r_{Zyl} \cdot h_{Zyl}$. Nach ermittelter Höhenberechnung gilt dann für das Volumen des Zylinders $V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl}$.

Die Differenz aus V_{Zyl} und V_{Keg} führt dann zum Endergebnis.

Klausuraufschrieb

r_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$ | $:\pi;\ :s$

$r_{Keg} = \frac{M_{Keg}}{\pi \cdot s} = \frac{340}{\pi \cdot 18} = 6{,}01$

h_{Keg}: $h_{Keg} = \sqrt{s^2 - r_{Keg}^2} = \sqrt{18^2 - 6{,}01^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{287{,}88} = 16{,}97$

V_{Keg}: $V_{Keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{keg} = \frac{1}{3}\pi \cdot 6{,}01^2 \cdot 16{,}97 = 641{,}89$

h_{Zyl}: $M_{Keg} = M_{Zyl} = 2\pi \cdot r_{Zyl} \cdot h_{Zyl}$ | $:(2\pi \cdot r_{Zyl})$

$h_{Zyl} = \frac{M_{Zyl}}{2\pi \cdot r_{Zyl}} = \frac{340}{2\pi \cdot 6{,}01} = 9{,}00$

V_{Zyl}: $V_{Zyl} = \pi \cdot r_{Zyl}^2 \cdot h_{Zyl} = \pi \cdot 6{,}01^2 \cdot 9 = 1021{,}27$

ΔV: $\Delta V = V_{Zyl} - V_{Keg} = 1021{,}27 - 641{,}89 = 379{,}38$

Der Volumenunterschied zwischen Kegel und Zylinder beträgt $379{,}4\ cm^3$.

Lösung P4/2016

Lösungslogik

Boxplot Frauenschuhe:

Die Rangliste besteht aus $n = 17$ Elementen.
Wir berechnen den Zentralwert sowie das untere und obere Quartil und ergänzen den unvollständig vorgegebenen Boxplot.

Rangliste Männerschuhe:

Aus dem gegebenen Boxplot können wir den Wert für Rang 1 und Rang 13 ablesen. Der Zentralwert ist 70 €, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 7 stehen.
Unteres Quartil ist 50 €, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 4 stehen.
Oberes Quartil ist 120 €, bei einer Ranglistenlänge von 13 muss dieser Wert auf Platz 10 stehen.
Nach Ausfüllen dieser Werte verbleiben noch die Plätze 3, 8 und 9, deren Werte frei wählbar sind, jedoch größer oder gleich ihrem Vorgänger bzw. kleiner oder gleich ihrem Nachfolger sein müssen.

Klausuraufschrieb

Boxplot Frauenschuhe:

Die Rangliste hat $n = 17$ Elemente.

Zentralwert:

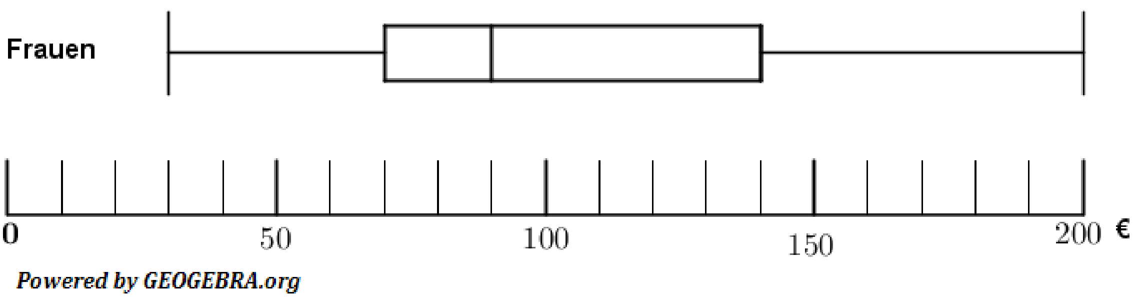
$\frac{n}{2} = \frac{17}{2} = 8{,}5 \;\Rightarrow$ Der Zentralwert steht auf Platz 9, $z = 90$.

Unteres Quartil:

$\frac{n}{4} = \frac{17}{4} = 4{,}25 \;\Rightarrow$ Das untere Quartil steht auf Platz 5, $q_u = 70$.

Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 17 = 12{,}75 \;\Rightarrow$ Das obere Quartil steht auf Platz 13, $q_0 = 140$.



Rangliste Männerschuhe:

Rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Preis	30	30	40	50	50	50	70	80	100	120	120	140	170

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung P5/2016

$\frac{x+3}{x} = \frac{9}{x^2-3x} - \frac{3}{x-3}$

Nenner 1:		x
Nenner 2:	x^2-3x	$x(x-3)$
Nenner 3:		$x-3$
Hauptnenner:		$x(x-3)$

$x(x-3) = 0$ für $x_1 = 0$ und $x_2 = 3$.

$\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0;3\}$

$\frac{(x+3)\cdot\cancel{x}\cdot(x-3)}{\cancel{x}} = \frac{9\cdot\cancel{x(x-3)}}{\cancel{x(x-3)}} - \frac{3\cdot\cancel{x}(x-3)}{\cancel{x-3}}$

$(x+3)(x-3) = 9-3x$ | Klammern auflösen

$x^2-9 = 9-3x$ | $-9;\ +3x$

$x^2+3x-18 = 0$

$x_{1,2} = -1{,}5 \pm \sqrt{1{,}5^2+18} = -1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25+18}$ | p/q-Formel

$= -1{,}5 \pm \sqrt{20{,}25} = -1{,}5 \pm 4{,}5$

$x_1 = 3;\quad x_2 = -6$

Wegen $x_1 = 3 \notin \mathbb{D}$ ist $\mathbb{L} = \{-6\}$ die einzigste Lösung.

Lösung P6/2016

Lösungslogik

Aufstellen der Scheitelpunktgleichung von p mit Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes.
Aufstellen der Geradengleichung g mit $m = 2$ durch den Scheitelpunkt der Parabel p.
Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x. Einsetzen der ermittelten x-Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y-Koordinate der Schnittpunkte.

Klausuraufschrieb

Scheitelpunktgleichung von p und Scheitelpunkt S_p:

$p:\quad y = x^2-6x+10{,}5$ | allgemeine Parabelgleichung

$y = (x-3)^2-9+10{,}5$

$y = (x-3)^2+1{,}5$ | Scheitelpunktgleichung

$S_p(3|1{,}5)$

Geradengleichung g mit $m = 2$ durch S_p:

$g:\quad y = 2x+b$

$1{,}5 = 2\cdot 3+b$ | Punktprobe mit $S_p(3|1{,}5)$

$1{,}5-6 = b$

$b = -4{,}5$

$y = 2x-4{,}5$

Schnittpunkt von p und g:

$p \cap g$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung

(1) $y = 2x-4{,}5$ | Gerade g

(2) $y = x^2-6x+10{,}5$ | Parabel p

(2)-(1) $0 = x^2-8x+14{,}5$ | Subtraktionsverfahren

$x^2-8x+15$

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-15} = 4 \pm 1$ | p/q-Formel

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$x_1 = 5; \quad x_2 = 3$
$x_2 = 3$ gilt für den Scheitelpunkt $S_p(3|1{,}5)$
$y_1 = 2 \cdot x_1 - 4{,}5$
$y_1 = 2 \cdot 5 - 4{,}5 = 5{,}5$

Die Koordinaten des zweiten Schnittpunktes sind $Q(5|5{,}5)$.

Lösung P7/2016

Lösungslogik

Gleichzeitiges Ziehen ist Ziehen hintereinander ohne Zurücklegen.
Im Beutel befinden sich insgesamt 10 Kärtchen, 6 mit dem Buchstaben „L", 3 mit dem Buchstaben „T" und eines mit dem Buchstaben „Z".
Wir bestimmen die Einzelereignisse und berechnen deren Wahrscheinlichkeit.

Klausuraufschrieb

$$P(SCHALL) = P(L;L) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} \approx 33{,}3\ \%$$
$$P(SCHATZ) = P\{(T;Z),(Z;T)\} = \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{6}{90} \approx 6{,}7\ \%$$

Lösung P8/2016

Lösungslogik

Europa:

Wir bilden das Verhältnis aus $726\ Mio.$ in 2050 zu $741\ Mio.$ in 2050. Dies ergibt den Prozentsatz $p_{2050}\%$ der noch vorhanden Bevölkerung Europas in 2050 an. Sie sinkt demnach um $1 - p_{250}\%$.

Afrika:

Der Zeitraum zwischen 2014 und 2017 beträgt 3 Jahre. Der Anfangsbestand von $1136\ Mio$ steigt jährlich um $2{,}5\ \%$. Dies entspricht einem exponentiellen Wachstum mit $B_n = B_0 \cdot q^n$ mit $q = 1 + \frac{p\%}{100}$.

Amerika:

Wenn die Aussage stimmt, dann muss viermal die Bevölkerung von Amerika im Jahre 2050 etwa gleich sein mit der Gesamtsumme der Erdbevölkerung in 2050.

Klausuraufschrieb

Europa:

$p_{2050}\% = \frac{726}{741} \cdot 100 = 97{,}98\ \%$

In Europa leben in 2050 etwa $98\ \%$ der Bevölkerung von 2014. Das sind somit etwa $2\ \%$ weniger als in 2014.

Afrika:

Berechnungszeitraum 2014 bis 2017 entspricht $n = 3$ Jahren. Der Anfangsbestand im Jahre 2014 beträgt $1136\ Mio$. Die Wachstumsrate/Jahr ist $2{,}5\ \%$.

Mit $B_n = B_0 \cdot q^n$ und $q = 1 + \frac{p\%}{100}$ ergibt sich:

$B_n = 1136 \cdot 1{,}025^3 = 1223{,}35$

In Afrika leben im Jahre 2017 etwa $1223{,}4\ Mio$ Menschen.

Afrika:

Die Aussage stimmt nur, wenn die Bevölkerung von Afrika im Jahr 2050 multipliziert mit 4 etwa gleich groß ist der Weltgesamtbevölkerung im Jahre 2050.

$4 \cdot B_{2050_{Afrika}} \approx B_{2050_{Amerika}} + B_{2050_{Asien}} + B_{2050_{Afrika}} + B_{2050_{Europa}} + B_{2050_{Australien}}$

$4 \cdot 2428 \stackrel{?}{=} 1217 + 5252 + 2428 + 726 + 60$

$9712 \approx 9683$

Alternativ:

$p_{Afrika}\% = \frac{B_{2050_{Afrika}}}{B_{2050_{Welt}}} \cdot 100 = \frac{2428}{9683} \cdot 100 = 25{,}07\ \%$

Die Aussage ist richtig, da gemäß abgebildeter Weltkarte im Jahre 2050 *der Prozentanteil der Afrikaner an der Gesamtweltbevölkerung etwa* $25\ \%$ *beträgt.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de