



Aufgabe P1/2021

Das gleichschenklige Dreieck ABC und das Quadrat $ADEF$ überdecken sich teilweise.

Es gilt:

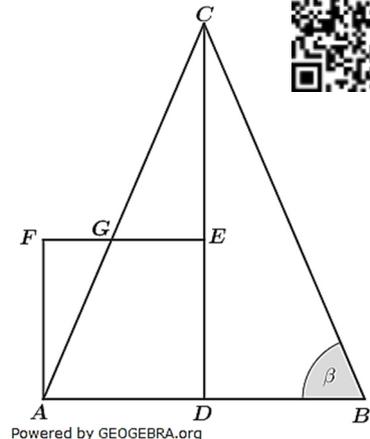
$$\overline{BD} = 10,0 \text{ cm}$$

$$\beta = 67,0^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks GEC .

Lösung: $u_{GEC} = 34,1 \text{ cm}$



Aufgabe P2/2021

Ein Kunstwerk setzt sich aus einer Halbkugel und einem Kegel zusammen.

Es gilt:

$$s = 3,7 \text{ m}$$

$$h_{ges} = 5,1 \text{ m}$$

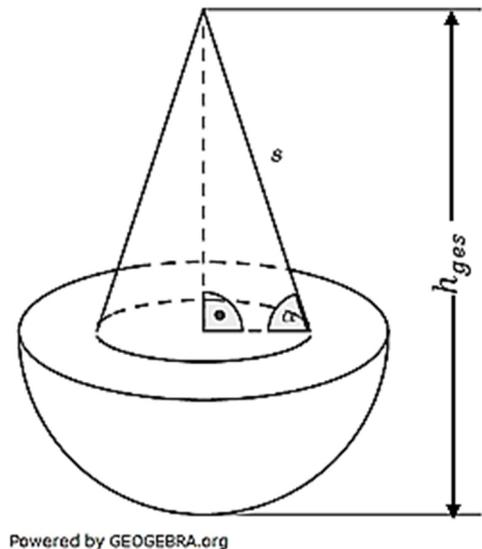
$$\alpha = 72^\circ$$

a) Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des zusammengesetzte Körpers.

Dieses Kunstwerk soll mit Farbe angestrichen werden. Eine 1-Liter-Farbdose reicht für 10 m^2 .

b) Wie viele Dosen müssen gekauft werden?

Lösungen: $O_{körper} = 32,7 \text{ m}^2$; $n = 4 \text{ Dosen}$



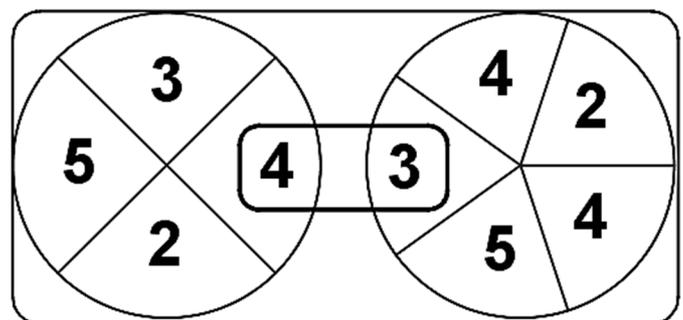
Aufgabe P3/2021

Die beiden Glücksräder werden gedreht. Wenn sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster eine zweistellige Zahl.

Die Abbildung zeigt die Zahl 43.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im Sichtfenster

- Eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen?
- Eine durch 12 teilbare Zahl zu sehen?
- Höchstens einmal die Ziffer 4 zu sehen?



Lösungen: $P(\text{zwei gleiche Ziffern}) = \frac{1}{4}$

$P(\text{Durch 12 teilbare Zahl}) = \frac{1}{10}$

$P(\text{Höchstens einmal die Ziffer 4}) = \frac{9}{10}$

Aufgabe P4/2021

Immer mehr Menschen kaufen im Internet ein. Die Grafik zeigt die Umsatzentwicklung des Online-Handels in Deutschland.

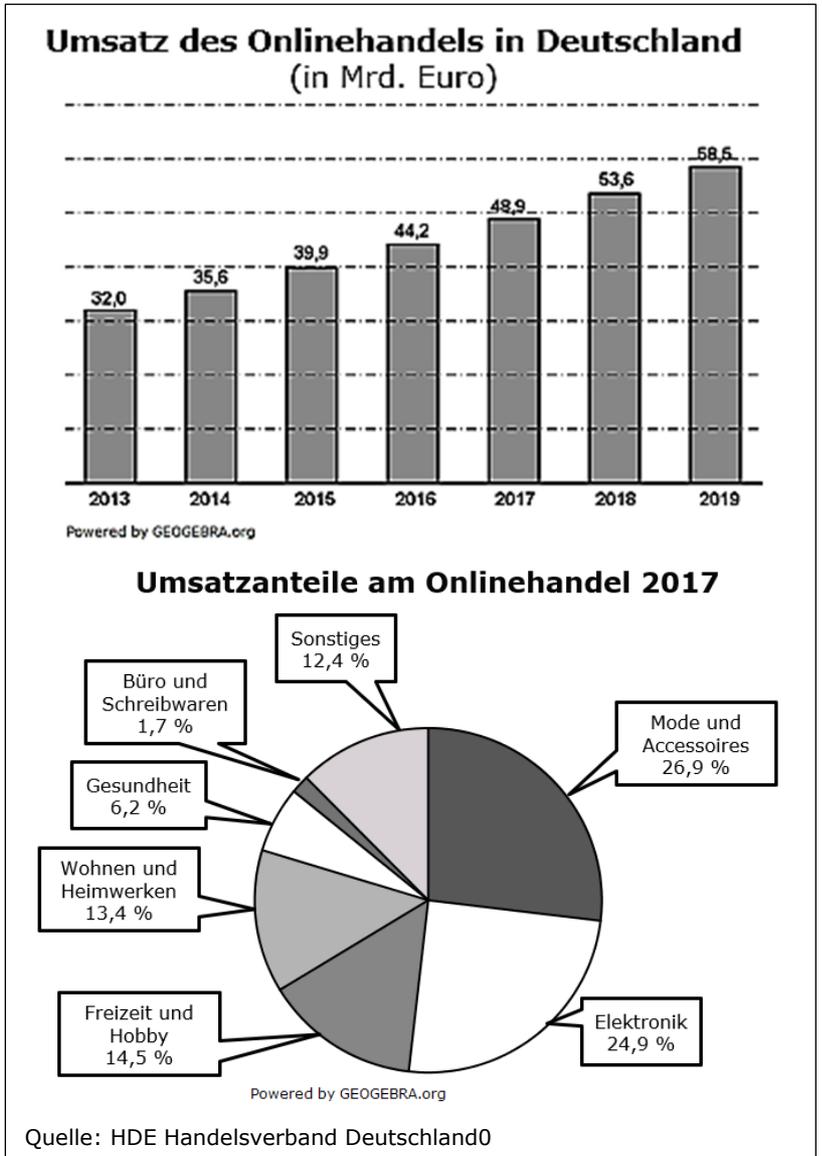
- Um wie viel Prozent ist der Umsatz des Onlinehandels von 2016 bis 2019 insgesamt gestiegen?

Das Kreisdiagramm zeigt die Umsatzanteile verschiedener Bereiche am Gesamtumsatz des Onlinehandels im Jahr 2017.

- Wie hoch war der Umsatz (in Euro) für den Bereich „Freizeit und Hobby“?

Laut einer Untersuchung entfielen im Jahr 2017 allein 53 % des Bereichs „Elektronik“ auf den Onlinehandel mit Smartphones.

- Wie viele Euro wurden nach dieser Untersuchung im Onlinehandel für Smartphones ausgegeben?



Lösungen: Anstieg Umsatz von 2016 bis 2019: 32,4 %
 Umsatz für den Bereich „Freizeit und Hobby“ in 2017: 7,1 Mrd. Euro
 Ausgaben für Smartphones in 2017: 6,5 Mrd. Euro

Aufgabe P5/2021

Die Parabel p hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 6x + 10$.

Eine Gerade g besitzt die Steigung $m = -2$.

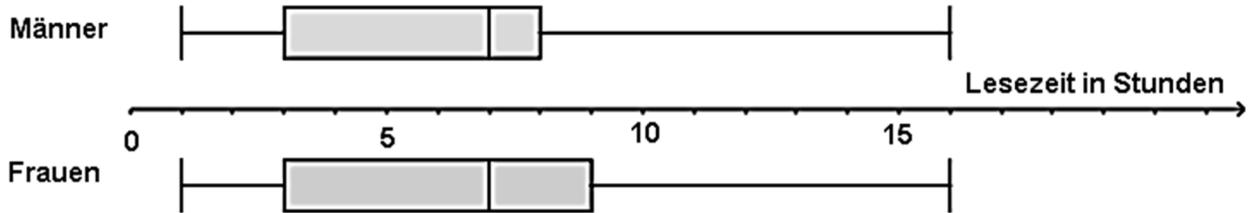
Sie geht durch den Scheitelpunkt S der Parabel p .

- Berechnen Sie den zweiten Schnittpunkt Q der Parabel p mit der Geraden g .
- Die Gerade h verläuft senkrecht zur Geraden g und geht durch den Punkt Q .
- Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden h .

Lösungen: $Q(1|5)$
 $h: y = 0,5x + 4,5$

Aufgabe P6/2021

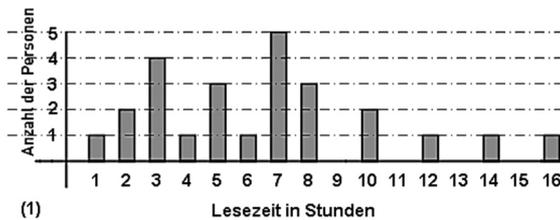
Im Rahmen einer Umfrage werden 25 Männer und 25 Frauen getrennt voneinander befragt, wie viele Stunden sie pro Woche lesen. Das Ergebnis dieser Befragung ist in den beiden Boxplots dargestellt.



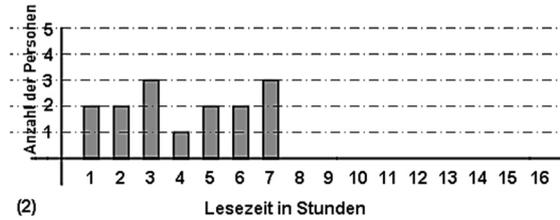
Powered by GEOGEBRA.org

Außerdem sind die Ergebnisse der Befragungen in den beiden Säulendiagrammen abgebildet, wobei das Diagramm (2) unvollständig ist.

- Welcher Boxplot gehört zu Diagramm (1)? Begründen Sie mithilfe der Kennwerte.



(1) Powered by GEOGEBRA.org



(2) Powered by GEOGEBRA.org

Der andere Boxplot gehört zu Diagramm (2). Hier fehlen Säulen von 8 bis 16 Stunden Lesezeit.

- Ergänzen Sie mögliche Säulen im Diagramm (2) für die Werte von 8 bis 16 Stunden Lesezeit mithilfe des zugehörigen Boxplots.

Finn behauptet: „Über die Hälfte der Männer liest 7 Stunden oder mehr in der Woche“.

- Hat Finn Recht? Begründen Sie.

Lösungen: *Boxplot Männer gehört zu Diagramm (1).
Boxplot Frauen gehört zu Diagramm (2).
Alex hat Recht.*

Lösung P1/2021

Lösungslogik

Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig.

Der Umfang des Dreiecks GEC errechnet sich aus der Summe der Teilstrecken \overline{GE} , \overline{GC} und \overline{EC} .

Berechnung von \overline{DC} im Dreieck ADC über $\tan(\beta)$.

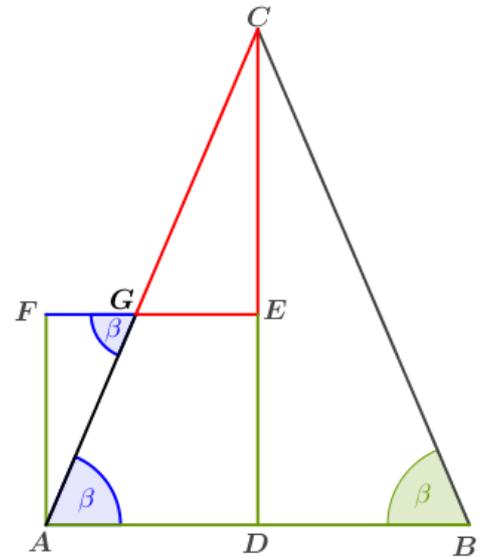
Berechnung von \overline{EC} über die Differenz aus \overline{DC} und $\overline{DE} = \overline{AD}$.

Zur Berechnung von \overline{GE} subtrahieren wir von \overline{FE} die Strecke \overline{FG} .

Berechnung von \overline{FG} im Dreieck AFG über den $\tan(\beta)$.

Berechnung von \overline{GE} über die Differenz von \overline{FE} und \overline{FG} .

Berechnung von \overline{GC} über den Satz des Pythagoras.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$u_{GEC} = \overline{GE} + \overline{GC} + \overline{EC}$$

$$\overline{DC}: \quad \tan(\beta) = \frac{\overline{DC}}{\overline{DB}}$$

$$\overline{DC} = \overline{DB} \cdot \tan(\beta) = 10 \cdot \tan(67^\circ) = 23,56$$

$$\overline{EC}: \quad \overline{EC} = \overline{DC} - \overline{AD} = 23,56 - 10,00 = 13,56$$

$$\overline{GE}: \quad \overline{GE} = \overline{FE} - \overline{FG} = \overline{AD} - \overline{FG}$$

$$\overline{FG}: \quad \tan(\beta) = \frac{\overline{AF}}{\overline{FG}}$$

$$\overline{FG} = \frac{\overline{AF}}{\tan(\beta)} = \frac{10}{\tan(67^\circ)} = 4,24$$

$$\overline{GE} = 10 - 4,24 = 5,76$$

$$\overline{GC}: \quad \overline{GC} = \sqrt{\overline{GE}^2 + \overline{EC}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{GC} = \sqrt{5,76^2 + 13,56^2} = 14,73$$

$$u_{GEC} = 5,76 + 14,73 + 13,56 = 34,05$$

Der Umfang des Dreiecks GEC beträgt 34,1 cm.

Lösung P2/2021

Lösungslogik

- a) Die Oberfläche des Körpers setzt sich zusammen aus dem Mantel des Kegels (gelb), einem Kreisring (grün) mit innerem Radius \overline{MB} und äußerem Radius \overline{MD} sowie der Oberfläche der Halbkugel (blau).

Berechnung von \overline{MC} über den $\sin(\alpha)$.

Berechnung des \overline{MB} über den Satz des Pythagoras.

Berechnung des Mantels des Kegels

über $M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s$

Berechnung des Radius der Halbkugel

über $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC}$.

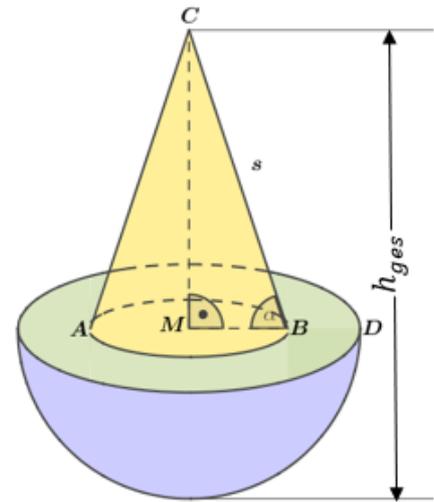
Berechnung der Oberfläche des

Kreisrings über $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot (\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2)$.

Berechnung der Oberfläche der Halbkugel über $A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2$

Addition der berechneten Flächen zur Gesamtfläche des Körpers.

- b) Die berechnete Gesamtfläche des Körpers dividiert durch 10 ergibt Anzahl der zu kaufenden Dosen. Achtung, Ergebnis auf ganze Zahl aufrunden.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$A_{ges} = M_{Kegel} + A_{Kreisring} + A_{Halbkugel}$$

a) \overline{MC} : $\sin(\alpha) = \frac{\overline{MC}}{s}$

$$\overline{MC} = s \cdot \sin(\alpha) = 3,7 \cdot \sin(72^\circ) = 3,52 \text{ m}$$

\overline{MB} : $\overline{MB} = \sqrt{s^2 - \overline{MC}^2}$ | Satz des Pythagoras

$$\overline{MB} = \sqrt{3,7^2 - 3,52^2} = 1,14 \text{ m}$$

M_{Kegel} : $M_{Kegel} = \pi \cdot r_{Kegel} \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s = \pi \cdot 1,14 \cdot 3,7 = 13,25 \text{ m}^2$

\overline{MD} : $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC} = 5,1 - 3,52 = 1,58 \text{ m}$

A_{Ring} : $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot (\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2) = \pi \cdot (1,58^2 - 1,14^2) = 3,76 \text{ m}^2$

$A_{Halbkugel}$:

$$A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2 = 2\pi \cdot 1,58^2 = 15,69 \text{ m}^2$$

A_{ges} : $A_{ges} = M_{Kegel} + A_{Ring} + A_{Halbkugel} = 13,25 + 3,76 + 15,69 = 32,7$

Das Kunstwerk hat eine Oberfläche von $32,7 \text{ m}^2$.

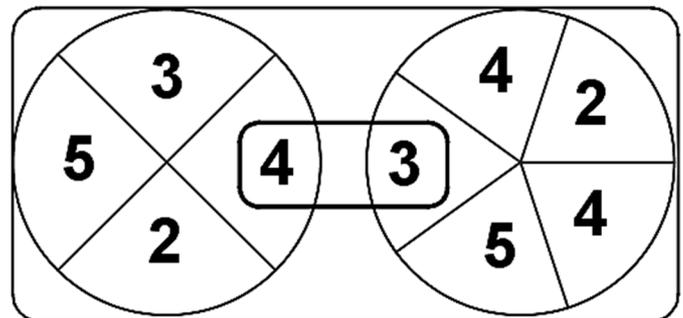
b) $n = \frac{A_{ges}}{10} = \frac{32,7}{10} = 3,27$

Es müssen vier 1l-Dosen Farbe gekauft werden.

Aufgabe P3/2021

Die beiden Glücksräder werden gedreht. Wenn sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster eine zweistellige Zahl.

Die Abbildung zeigt die Zahl 43.



Powered by GEOGEBRA.org

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im Sichtfenster

- Eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen?
- Eine durch 12 teilbare Zahl zu sehen?
- Höchstens einmal die Ziffer 4 zu sehen?

$$\begin{aligned} \text{Lösungen: } P(\text{zwei gleiche Ziffern}) &= \frac{1}{4} \\ P(\text{Durch 12 teilbare Zahl}) &= \frac{1}{10} \\ P(\text{Höchstens einmal die Ziffer 4}) &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

Lösung P4/2021

- **Anstieg des Umsatzes des Onlinehandels von 2016 bis 2019:**
Dem Säulendiagramm entnimmst du, dass der Umsatz im Jahr 2016 44,2 Mrd. Euro und im Jahr 2019 58,5 Mrd. Euro betrug. Der Wert von 2016 ist der Grundwert, der von 2019 ist der Prozentwert. Gesucht ist der Prozentsatz.
$$p = \frac{P}{G} = \frac{58,5}{44,2} = 1,3235 = 132,4 \%$$

In 2019 betrug der Umsatz des Onlinehandels 132,4 % des Umsatzes von 2016. Dies ist ein Anstieg um 32,4 %.

- **Umsatz (in Euro) für den Bereich „Freizeit und Hobby“:**
Dem Kreisdiagramm entnimmst du, dass der Umsatz des Bereiches „Freizeit und Hobby“ 14,5 % des Jahresumsatzes von 2017 ausmachte. Im Säulendiagramm ist der Jahresumsatz 2017 mit 48,9 Mrd. Euro angegeben. Die 48,9 Mrd. Euro sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit 14,5 %. Gesucht ist somit der Prozentwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 48,9 \cdot \frac{14,5}{100} = 7,0905$$

Der Umsatz für den Bereich „Freizeit und Hobby“ in 2017 betrug 7,1 Mrd. Euro.

- **Euro, die im Onlinehandel 2017 für Smartphones ausgegeben wurden:**
Die Smartphones fallen unter die Rubrik „Elektronik“. Dem Kreisdiagramm entnimmst du, dass der Umsatz des Bereiches „Elektronik“ 24,9 % des Jahresumsatzes von 2017 ausmachte. Im Säulendiagramm ist der Jahresumsatz 2017 mit 48,9 Mrd. Euro angegeben. Die 48,9 Mrd. Euro sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit 24,9 %. Gesucht ist somit zunächst der Prozentwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 48,9 \cdot \frac{24,9}{100} = 12,1761$$

Im Bereich „Elektronik“ wurden somit in 2017 etwa 12,2 Mrd. Euro ausgegeben. Laut Aufgabenstellung entfallen 53 % dieses Betrages auf die Smartphones. Für die weitere Berechnung sind nun die 12,2 Mrd. Euro der Grundwert und 53 % der Prozentsatz. Gesucht ist wiederum der Prozentwert.

$$P = G \cdot \frac{p\%}{100} = 12,2 \cdot \frac{53\%}{100} = 6,466$$

Im Jahr 2017 wurden etwa 6,5 Mrd. Euro für Smartphones ausgegeben.

Lösung P5/2021

Lösungslogik

Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes durch Umstellung der Normalgleichung in die Scheitelpunktgleichung von p .

Aufstellung der Geraden mit Steigung $m = -2$ durch $S(3|1)$.

Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x . Einsetzen der ermittelten x -Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y -Koordinate der Schnittpunkte.

Für die Steigung der orthogonalen Geraden h gilt: $m_g \cdot m_h = -1$. Hiermit berechnen wir m_h . Dann Punktprobe mit Q in h .

Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt S von p aus der Normalform in Scheitelpunktgleichung umstellen:

$p: y = x^2 - 6x + 10$	allgemeine Form Parabelgleichung
$y = (x - 3)^2 - 9 + 10$	quadratische Ergänzung
$y = (x - 3)^2 + 1$	Scheitelpunktgleichung
$S(3 1)$	

Geradengleichung von g mit $m = -2$ durch S :

$g: y = -2x + b$	
$1 = -2 \cdot 3 + b$	Punktprobe mit S
$b = 7$	
$y = -2x + 7$	+3

Schnittpunkte von p und g durch Gleichsetzung:

$x^2 - 6x + 10 = -2x + 7$	+2x; -7
$x^2 - 4x + 3 = 0$	
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 3} = 2 \pm 1$	p/q-Formel
$x_1 = 3; x_2 = 1$	

$x_2 \rightarrow g$
 $y = -2 \cdot 1 + 7 = 5 \Rightarrow Q(1|5)$

Der zweite Schnittpunkt Q hat die Koordinaten $Q(1|5)$

Geradengleichung von $h \perp g$ durch $Q(1|5)$:

$h: m_g \cdot m_h = -1$	
$m_h = -\frac{l}{m_g} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$	
$y = 0,5x + b$	
$5 = 0,5 \cdot 1 + b$	Punktprobe mit Q
$b = 4,5$	
$y = 0,5x + 4,5$	

Lösung P6/2021

Lösungslogik

Wir berechnen das obere Quartile an Hand von Diagramm (1) und vergleichen das Ergebnis mit den beiden Boxplots. Daraus leiten wir die Entscheidung ab, welches Boxplot zu welchem Diagramm gehört.

Ergänzung des Diagramms (2):

Der Unterschied zwischen Boxplot Männer und Frauen liegt im oberen Quartil. Alle anderen Kennwerte sind gleich. Wir berechnen den Rangplatz dieses oberen Quartils und müssen das Balkendiagramm so ergänzen, damit der Rangplatz des obere Quartils den Wert 9 aufweist.

Behauptung von Alex:

Siehe Klausuraufschrieb.

Klausuraufschrieb

Oberes Quartil von Diagramm (1):

Die Rangliste hat $n = 25$ Elemente.

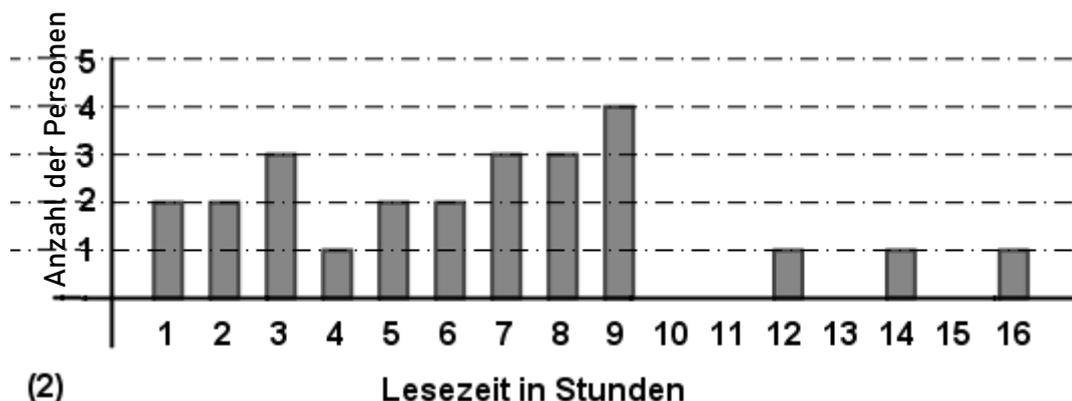
Oberes Quartil:

$$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 25 = 18,75 \Rightarrow \text{Das obere Quartil steht auf Platz 19, } q_o = 8, \text{ Boxplot (1) weist diesen Wert auf.}$$

Der Boxplot der Männer gehört zu Diagramm (1).

Ergänzung des Diagramms (2):

Das obere Quartil vom Boxplot der Frauen weist einen Wert $q_o = 9$ auf. Diagramm (2) muss also so ergänzt werden, dass der Rangplatz den Wert $q_o = 9$ hat. Im Diagramm (2) sind insgesamt Rangplätze belegt. Bis einschließlich Stelle 7 Lesestunden sind dies 15 Rangplätze. Somit müssen für Stelle 8 Lesestunden maximal 3 Rangplätze eingetragen werden, damit der 19. Rangplatz auf 9 Lesestunden zu liegen kommt. Nachfolgendes Diagramm ist nur eines von mehreren Möglichkeiten.



Powered by GEOGEBRA.org

Behauptung von Finn:

Die Hälfte der Männer liegt bei 12,5, aufgerundet auf 13. 13 ist somit mehr als die Hälfte. Im Diagramm (1) liegt Rangplatz 13 bereits auf dem Zentralwert 7. Somit hat Finn Recht.