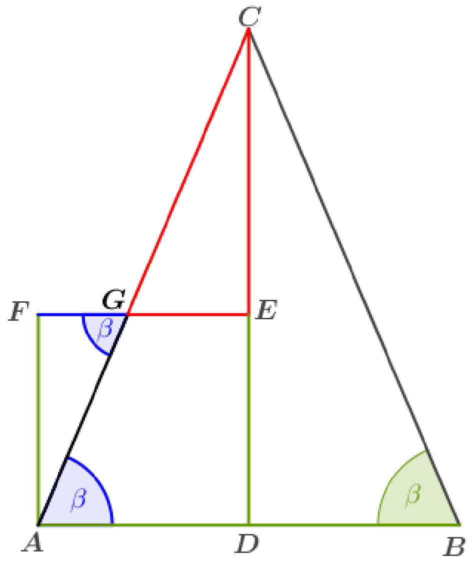
Lösung P1/2021

Lösungslogik

Das Dreieck ABC ist gleichschenklig.
Der Umfang des Dreiecks GEC errechnet sich aus der Summe der Teilstrecken $\overline{GE}$, $\overline{GC}$ und $\overline{EC}$.
Berechnung von $\overline{DC}$ im Dreieck ADC über $tan(\beta)$.
Berechnung von $\overline{EC}$ über die Differenz aus $\overline{DC}$ und $\overline{DE} = \overline{AD}$.
Zur Berechnung von $\overline{GE}$ subtrahieren wir von $\overline{FE}$ die Strecke $\overline{FG}$.
Berechnung von $\overline{FG}$ im Dreieck AFG über den $\tan(\beta)$.
Berechnung von $\overline{GE}$ über die Differenz von $\overline{FE}$ und $\overline{FG}$.
Berechnung von $\overline{GC}$ über den Satz des Pythagoras.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$u_{GEC} = \overline{GE} + \overline{GC} + \overline{EC}$

$\overline{DC}$: $\quad tan(\beta) = \frac{\overline{DC}}{\overline{DB}}$

$\overline{DC} = \overline{DB} \cdot \tan(\beta) = 10 \cdot \tan(67°) = 23{,}56$

$\overline{EC}$: $\quad \overline{EC} = \overline{DC} - \overline{AD} = 23{,}56 - 10{,}00 = 13{,}56$

$\overline{GE}$: $\quad \overline{GE} = \overline{FE} - \overline{FG} = \overline{AD} - \overline{FG}$

$\overline{FG}$: $\quad tan(\beta) = \frac{\overline{AF}}{\overline{FG}}$

$\overline{FG} = \frac{\overline{AF}}{\tan(\beta)} = \frac{10}{\tan(67°)} = 4{,}24$

$\overline{GE} = 10 - 4{,}24 = 5{,}76$

$\overline{GC}$: $\quad \overline{GC} = \sqrt{\overline{GE}^2 + \overline{EC}^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{GC} = \sqrt{5{,}76^2 + 13{,}56^2} = 14{,}73$

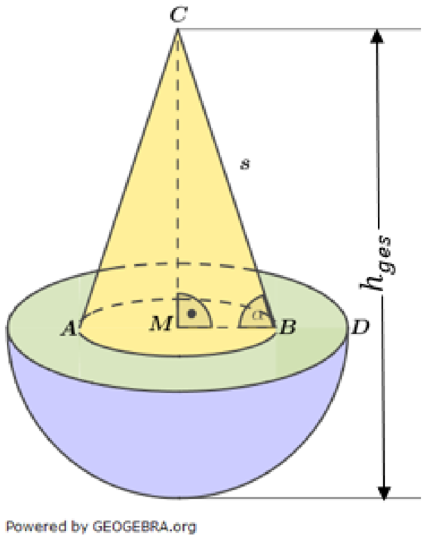
$u_{GEC} = 5{,}76 + 14{,}73 + 13{,}56 = 34{,}05$

Der Umfang des Dreiecks GEC beträgt $34{,}1\ cm$.

Lösung P2/2021

Lösungslogik

a) Die Oberfläche des Körpers setzte sich zusammen aus dem Mantel des Kegels (gelb), einem Kreisring (grün) mit innerem Radius $\overline{MB}$ und äußerem Radius $\overline{MD}$ sowie der Oberfläche der Halbkugel (blau).
Berechnung von $\overline{MC}$ über den $sin\,(\alpha)$.
Berechnung des $\overline{MB}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Mantels des Kegels über $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s$
Berechnung des Radius der Halbkugel über $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC}$.
Berechnung des Oberfläche des Kreisrings über $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot \left(\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2\right)$.



Berechnung der Oberfläche der Halbkugel über $A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2$
Addition der berechneten Flächen zur Gesamtfläche des Körpers.

b) Die berechnete Gesamtfläche des Körpers dividiert durch 10 ergibt Anzahl der zu kaufenden Dosen. Achtung, Ergebnis auf ganze Zahl aufrunden.

Klausuraufschrieb

$A_{ges} = M_{Keg} + A_{Kreisring} + A_{Halbkugel}$

a) $\overline{MC}$: $sin(\alpha) = \frac{\overline{MC}}{s}$

$\overline{MC} = s \cdot sin(\alpha) = 3{,}7 \cdot \sin(72\,°) = 3{,}52\ m$

$\overline{MB}$: $\overline{MB} = \sqrt{s^2 - \overline{MC}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{MB} = \sqrt{3{,}7^2 - 3{,}52^2} = 1{,}14\ m$

M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s = \pi \cdot 1{,}14 \cdot 3{,}7 = 13{,}25\ m^2$

$\overline{MD}$: $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC} = 5{,}1 - 3{,}52 = 1{,}58\ m$

A_{Ring}: $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot \left(\overline{MD}^2 - \overline{MB}\right)^2 = \pi \cdot (1{,}58^2 - 1{,}14^2) = 3{,}76\ m^2$

$A_{Halbkugel}$:

$A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2 = 2\pi \cdot 1{,}58^2 = 15{,}69\ m^2$

A_{ges}: $A_{ges} = M_{Keg} + A_{Ring} + A_{Halbkugel} = 13{,}25 + 3{,}76 + 15{,}69 = 32{,}7$

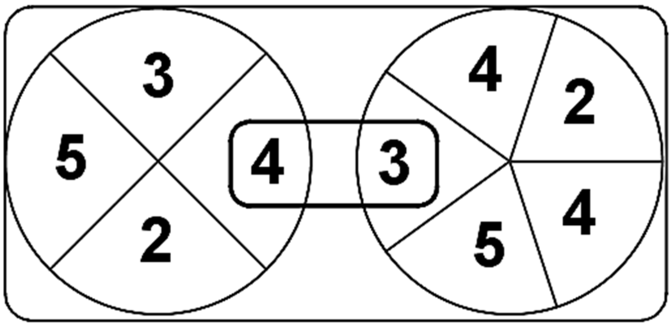
Das Kunstwerk hat eine Oberfläche von $32{,}7\ m^2$*.*

b) $n = \frac{A_{ges}}{10} = \frac{32{,}7}{10} = 3{,}27$

Es müssen vier $1l$*-Dosen Farbe gekauft werden.*

Aufgabe P3/2021

Die beiden Glücksräder werden gedreht. Wenn sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster eine zweistellige Zahl.
Die Abbildung zeigt die Zahl 43.



Powered by GEOGEBRA.org

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist im Sichtfenster

- Eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen?
- Eine durch 12 teilbare Zahl zu sehen?
- Höchstens einmal die Ziffer 4 zu sehen?

Lösungen: $P(zwei\ gleiche\ Ziffern) = \frac{1}{4}$

$P(Durch\ 12\ teilbare\ Zahl) = \frac{1}{10}$

$P(Höchstens\ einmal\ die\ Ziffer\ 4) = \frac{9}{10}$

Lösung P4/2021

- *Anstieg des Umsatzes des Onlinehandels von 2016 bis 2019:*
  Dem Säulendiagramm entnimmst du, dass der Umsatz im Jahr 2016 $44{,}2$ Mrd. Euro und im Jahr 2019 $58{,}5$ Mrd. Euro betrug. Der Wert von 2016 ist der Grundwert, der von 2019 ist der Prozenztwert. Gesucht ist der Prozentzsatz.
  $p = \frac{P}{G} = \frac{58{,}5}{44{,}2} = 1{,}3235 = 132{,}4\ \%$
  In 2019 betrug der Umsatz des Onlinehandels $132{,}4\ \%$ des Umsatzes von 2016. Dies ist ein Anstieg um $32{,}4\ \%$.

- *Umsatz (in Euro) für den Bereich „Freizeit und Hobby“*:
  Dem Kreisdiagramm entnimmst du, dass der Umsatz des Bereiches „Freizeit und Hobby“ $14{,}5\ \%$ des Jahresumsatzes von 2017 ausmachte. Im Säulendiagramm ist der Jahresumsatz 2017 mit $48{,}9$ Mrd. Euro angegeben. Die $48{,}9$ Mrd. Euro sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit $14{,}5\ \%$. Gesucht ist somit der Prozentwert.
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 48{,}9 \cdot \frac{14{,}5}{100} = 7{,}0905$
  Der Umsatz für den Bereich „Freizeit und Hobby“ in 2017 betrug $7{,}1$ Mrd. Euro.

- *Euro, die im Onlinehandel 2017 für Smartphones ausgegeben wurden*:
  Die Smartphones fallen unter die Rubrik „Elektronik“. Dem Kreisdiagramm entnimmst du, dass der Umsatz des Bereiches „Elektronik“ $24{,}9\ \%$ des Jahresumsatzes von 2017 ausmachte. Im Säulendiagramm ist der Jahresumsatz 2017 mit $48{,}9$ Mrd. Euro angegeben. Die $48{,}9$ Mrd. Euro sind der Grundwert. Gegeben ist der Prozentsatz mit $24{,}9\ \%$. Gesucht ist somit zunächst der Prozentwert.
  $P = G \cdot \frac{p\ \%}{100} = 48{,}9 \cdot \frac{24{,}9}{100} = 12{,}1761$

Im Bereich „Elektronik" wurden somit in 2017 etwa $12{,}2$ Mrd. Euro ausgegeben. Laut Aufgabenstellung entfallen $53\,\%$ dieses Betrages auf die Smartphones. Für die weitere Berechnung sind nun die $12{,}2$ Mrd. Euro der Grundwert und $53\,\%$ der Prozentsatz. Gesucht ist wiederum der Prozentwert.

$P = G \cdot \frac{p\,\%}{100} = 12{,}2 \cdot \frac{53\,\%}{100} = 6{,}466$

Im Jahr 2017 wurden etwa $6{,}5$ Mrd. Euro für Smartphones ausgegeben.

Lösung P5/2021

Lösungslogik

Bestimmung der Koordinaten des Scheitelpunktes durch Umstellung der Normalgleichung in die Scheitelpunktgleichung von p.
Aufstellung der Geraden mit Steigung $m = -2$ durch $S(3|1)$.
Gleichsetzung von Parabelgleichung p mit der Geradengleichung g und Auflösen der Gleichung nach der Unbekannten x. Einsetzen der ermittelten x-Werte in die Geradengleichung g zur Ermittlung der y-Koordinate der Schnittpunkte.
Für die Steigung der orthogonalen Geraden h gilt: $m_g \cdot m_h = -1$. Hiermit berechnen wir m_h. Dann Punktprobe mit Q in h.

Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt S von p aus der Normalform in Scheitelpunktgleichung umstellen:

p: $y = x^2 - 6x + 10$ | allgemeine Form Parabelgleichung
$y = (x-3)^2 - 9 + 10$ | quadratische Ergänzung
$y = (x-3)^2 + 1$ | Scheitelpunktgleichung
$S(3|1)$

Geradengleichung von g mit $m = -2$ durch S:

g: $y = -2x + b$
$1 = -2 \cdot 3 + b$ | Punktprobe mit S
$b = 7$
$y = -2x + 7$ | $+3$

Schnittpunkte von p und g durch Gleichsetzung:

$x^2 - 6x + 10 = -2x + 7$ | $+2x;\ -7$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1$ | p/q-Formel
$x_1 = 3;\ \ x_2 = 1$
$x_2 \rightarrow g$
$y = -2 \cdot 1 + 7 = 5\ \ =>\ \ Q(1|5)$

Der zweite Schnittpunkt Q hat die Koordinaten $Q(1|5)$

Geradengleichung von $h \perp g$ durch $Q(1|5)$:

h: $m_g \cdot m_h = -1$
$m_h = -\frac{l}{m_g} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$
$y = 0{,}5x + b$
$5 = 0{,}5 \cdot 1 + b$ | Punktprobe mit Q
$b = 4{,}5$
$y = 0{,}5x + 4{,}5$

Lösung P6/2021

Lösungslogik

Wir berechnen das oberen Quartile an Hand von Diagramm (1) und vergleichen das Ergebnis mit den beiden Boxplots. Daraus leiten wir die Entscheidung ab, welches Boxplot zu welchem Diagramm gehört.

Ergänzung des Diagramms (2):

Der Unterschied zwischen Boxplot Männer und Frauen liegt im oberen Quartil. Alle anderen Kennwerte sind gleich. Wir berechnen den Rangplatz dieses oberen Quartils und müssen das Balkendiagramm so ergänzen, damit der Rangplatz des obere Quartils den Wert 9 aufweist.

Behauptung von Alex:

Siehe Klausuraufschrieb.

Klausuraufschrieb

Oberes Quartil von Diagramm (1):

Die Rangliste hat $n = 25$ Elemente.

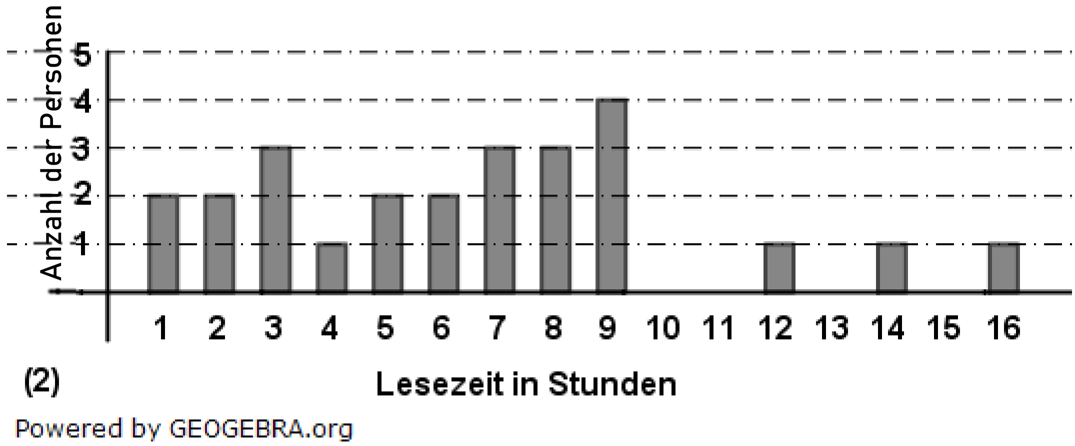
Oberes Quartil:

$\frac{3}{4}n = \frac{3}{4} \cdot 25 = 18{,}75 \;\Rightarrow$ Das obere Quartil steht auf Platz 19, $q_o = 8$, Boxplot (1) weist diesen Wert auf.

Der Boxplot der Männer gehört zu Diagramm (1).

Ergänzung des Diagramms (2):

Das obere Quartil vom Boxplot der Frauen weist einen Wert $q_o = 9$ auf. Diagramm (2) muss also so ergänzt werden, dass der Rangplatz den Wert $q_o = 9$ hat. Im Diagramm (2) sind insgesamt Rangplätze belegt. Bis einschließlich Stelle 7 Lesestunden sind dies 15 Rangplätze. Somit müssen für Stelle 8 Lesestunden maximal 3 Rangplätze eingetragen werden, damit der 19. Rangplatz auf 9 Lesestunden zu liegen kommt. Nachfolgendes Diagramm ist nur eines von mehreren Möglichkeiten.



Behauptung von Finn:

Die Hälfte der Männer liegt bei $12{,}5$, aufgerundet auf 13. 13 ist somit mehr als die Hälfte. Im Diagramm (1) liegt Rangplatz 13 bereits auf dem Zentralwert 7. Somit hat Finn Recht.