Realschulabschluss quadratische Pyramiden (Pflichtteil) ab 2003
6 Aufgaben im Dokument

Aufgabe P2/2003

Ein quadratisches Prisma und eine quadratische Pyramide haben gleich große Grundflächen.
Das Prisma hat eine Höhe $h = 5{,}0\ cm$ und die Grundkante $a = 3{,}0\ cm$.
Das Volumen der Pyramide ist halb so groß wie das Volumen des Prismas.
Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. Lösung: $h_{Pyr} = 7{,}5\ cm$

Aufgabe P1/2005

Von einer quadratischen Pyramide sind bekannt:

$M = 54{,}9\ cm^2$ (Mantelfläche)
$h_s = 6{,}1\ cm.$ (Höhe einer Seitenfläche)

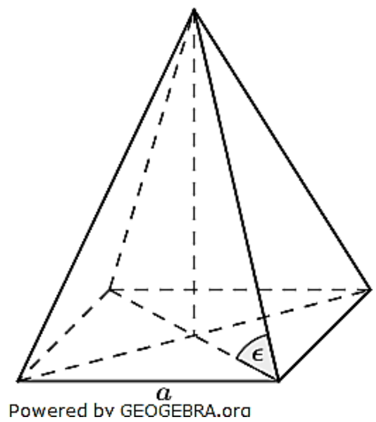
Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. Lösung: $V_{Pyr} = 38{,}3\ cm^3$

Aufgabe P1/2007

Von einer quadratischen Pyramide sind gegeben:

$M = 63{,}0\ cm^2$ (Mantelfläche)
$a = 4{,}2\ cm.$

Berechnen Sie den Winkel ϵ zwischen der Seitenkante und der Grundfläche der Pyramide.
Lösung: $\epsilon = 67{,}6°$

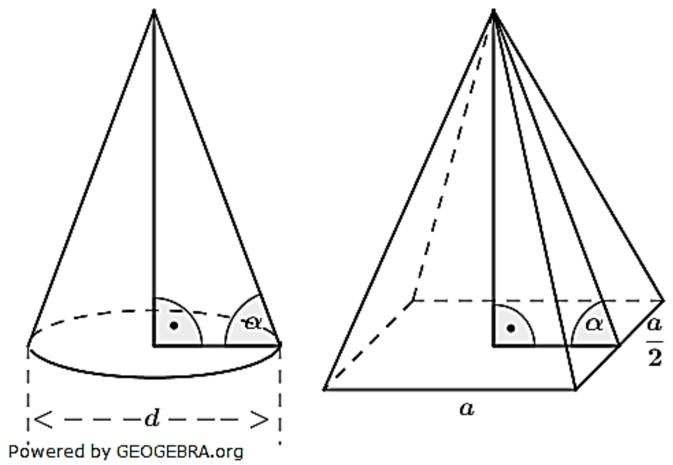


Aufgabe P3/2011

Tina vergleicht einen Kegel mit einer quadratischen Pyramide.
Der Durchmesser d der Kegelgrundfläche und die Grundkante a der quadratischen Pyramide sind gleich lang.
Es gilt:

$G_K = 78{,}5\ cm^2$
(Grundfläche des Kegels)
$\alpha = 70\ °$

Tina meint: „Die Oberflächen beider Körper sind gleich groß."
Überprüfen Sie diese Aussage.



Lösung: $O_{Pyramide} = 392{,}4\ cm^2$
$O_{Kegel} = 308{,}2\ cm^2$
Die beiden Oberflächen sind nicht gleich.

Aufgabe P2/2012

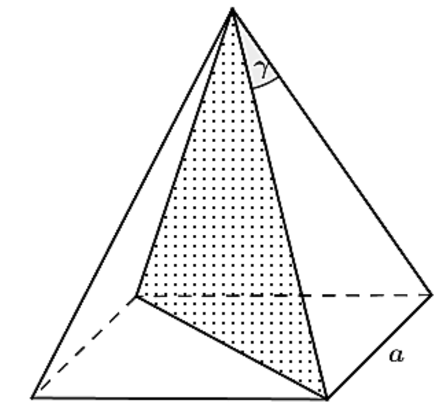
Eine massive quadratische Pyramide wird durch einen Diagonalschnitt halbiert.
Es gilt:

$a = 8{,}6\ cm$

$\gamma = 40{,}8°$.

Berechnen Sie die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften.

Lösung: $O_{Halbpyramide} = 202\ cm^2$



Lösung P2/2003

Lösungslogik

Berechnung des Volumens des quadratischen Prismas über die Volumenformel.
Bestimmung des Volumens der Pyramide.
Berechnung der Höhe der Pyramide über die Volumenformel der Pyramide.

Klausuraufschrieb

V_{Prisma}: $V_{Prisma} = G \cdot h = a^2 \cdot h = 3^2 \cdot 5 = 45$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = 0{,}5 \cdot V_{Prisma} = 0{,}5 \cdot 45 = 22{,}5$

h_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} a^2 \cdot h_{Pyr}$ | $\cdot 3;\ : a^2$

$h_{Pyr} = \frac{3 \cdot V_{Pyr}}{a^2} = \frac{3 \cdot 22{,}5}{9} = 7{,}5$

Die Höhe der Pyramide beträgt $7{,}5\ cm$.

Lösung P1/2005

Lösungslogik

Berechnung der Grundkante a der Pyramide über die Mantelformel.
Berechnung der Höhe h der Pyramide über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide über die Volumenformel.

Klausuraufschrieb

a: $M_{Pyr} = 2 \cdot a \cdot h_S$ | $:(2 \cdot h_S)$

$a = \frac{M_{Pyr}}{2 \cdot h_S} = \frac{54{,}9}{2 \cdot 6{,}1} = 4{,}5$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6{,}1^2 - 2{,}25^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{32{,}1475} = 5{,}67$

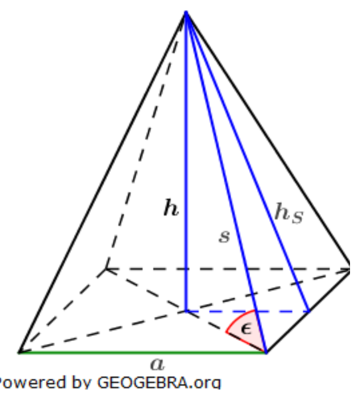
V: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4{,}5^2 \cdot 5{,}67 = 38{,}3$

Das Volumen der Pyramide beträgt $38{,}3\ cm^3$.

Lösung P1/2007

Lösungslogik

Berechnung von h_S über die Mantelformel der Pyramide
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Neigungswinkels ϵ über den sin.



Klausuraufschrieb

h_S: $M = 2 \cdot a \cdot h_S$ | $:(2a)$

$h_S = \frac{M}{2 \cdot a} = \frac{63}{2 \cdot 4{,}2} = 7{,}5$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}5^2 - 2{,}1^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2$

s: $s = \sqrt{h_S^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7{,}5^2 + 2{,}1^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = \sqrt{60{,}66} = 7{,}79$

ϵ: $\quad sin\epsilon = \frac{h}{s} = \frac{7,2}{7,79} = 0,9243$

$\epsilon = sin^{-1}(0,9243) = 67,56°$

Der Neigungswinkel ϵ hat $67,6°$.

Lösung P3/2011

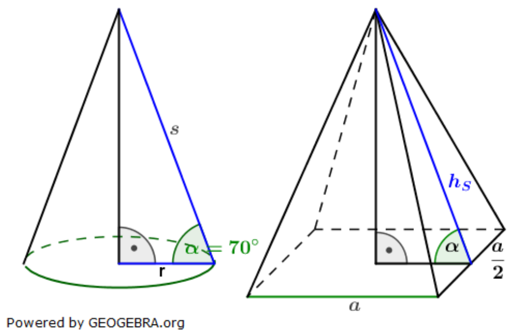
Lösungslogik

Pyramide:

Berechnung von $d = 2r$ über die Kreisfläche des Kegels.
Berechnung von h_s über $cos\alpha$.
Berechnung von $O_{Pyramide}$ über die Oberflächenformel.

Kegel:

Berechnung von s über $cos\alpha$.
Berechnung von O_{Kegel} über die Oberflächenformel.



Klausuraufschrieb

$O_{Pyramide} = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$

d: $\quad G_K = \pi \cdot r^2 \quad | \quad : \pi; \sqrt{\ }$

$r = \sqrt{\frac{G_K}{\pi}} = \sqrt{\frac{78,5}{\pi}} = 5,0$

$d = 2 \cdot r = 10,0 = a$

h_S: $\quad cos\alpha = \frac{\frac{a}{2}}{h_S} \quad | \quad \cdot h_S; : cos\alpha$

$h_S = \frac{\frac{a}{2}}{cos\alpha} = \frac{5}{cos70°} = 14,62$

O_{Pyr}: $\quad O_{Pyr} = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 14,62 = 392,4$

$O_{Kegel} = \pi r^2 + \pi \cdot r \cdot s$

s: $\quad s = h_S = 14,62$

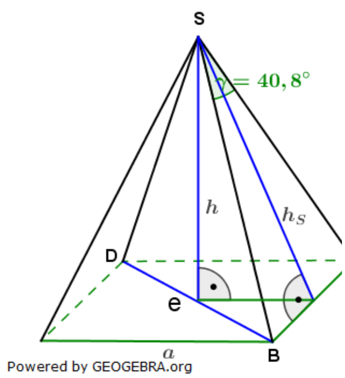
O_{Keg}: $\quad O_{Keg} = \pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 5 \cdot 14,62 = 308,2$

Die beiden Oberflächen von Kegel und Pyramide sind nicht gleich groß.

Lösung P2/2012

Lösungslogik

Berechnung von h_S über den $tan\frac{\gamma}{2}$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Diagonalen e der Grundfläche.
Berechnung der Oberfläche der Pyramide über die Oberflächenformel.
Halbierung der Oberfläche.
Berechnung der Dreiecksfläche BSD.
Berechnung der Oberfläche der Pyramidenhälfte.



Realschulabschluss quadratische Pyramiden (Pflichtteil) ab 2003

Klausuraufschrieb

$O_{Halb} = \frac{O_{Pyramide}}{2} + A_{BSD}$

$O_{Halb} = \frac{a^2+2\cdot a\cdot h_S}{2} + \frac{1}{2}\cdot e\cdot h$

h_S: $\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{h_S}$ | $\cdot h_S;\ :\tan\frac{\gamma}{2}$

$h_S = \frac{\frac{a}{2}}{\tan\frac{\gamma}{2}} = \frac{4,3}{\tan 20,4°} = 11,56$

h: $h = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{11,56^2 - 4,3^2}$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{115,1436} = 10,73$

e: $e = a\cdot\sqrt{2} = 8,6\cdot\sqrt{2} = 12,16$

O_{Halb}: $O_{Halb} = \frac{8,6^2+2\cdot 8,6\cdot 11,56}{2} + \frac{1}{2}\cdot 12,16\cdot 10,73 = 136,396 + 65,2384$

$O_{Halb} = 201,63$

Die Oberfläche einer der beiden Pyramidenhälften beträgt etwa $202\ cm^2$*.*