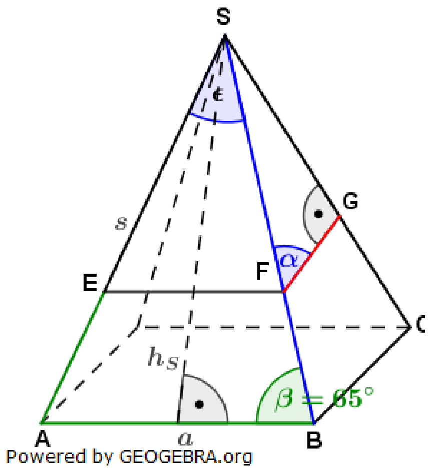
# Lösung W1a/2005

## Lösungslogik

Für die Strecke $\overline{FG}$ :

Berechnung des Spitzenwinkels $\epsilon$ über die Ergänzungswinkel.
Berechnung von $s$ über den $cos\beta$ .
Berechnung von $\overline{FS}$ aus der Differenz von $s$ und $\overline{BF}$.
Berechnung von $\alpha$ über die Ergänzungswinkel.
Berechnung von $\overline{FG}$ über den $cos\alpha$.




Für die Fläche $BCGF$:

Berechnung der Seitenfläche der Pyramide über die trigonometrische Flächenformel.
Berechnung der Fläche des Dreiecks $FGS$ über die trigonometrische Flächenformel.
Berechnung der Fläche $BCGF$ über die Differenz aus Seitenfläche Pyramide und Fläche des Dreiecks $FGS$.

## Klausuraufschrieb

$\epsilon$: $\quad \epsilon = 180° - 2 \cdot \beta = 180° - 2 \cdot 65° = 50°$

$s$: $\quad cos\beta = \frac{\frac{a}{2}}{s} \quad | \quad \cdot s;\ : cos\beta$

$s = \frac{\frac{a}{2}}{cos\beta} = \frac{2,8}{cos65°} = 6,63$

$\overline{FS}$: $\quad \overline{FS} = s - \overline{BF} = 6,63 - 3,0 = 3,63$

$\alpha$: $\quad \alpha = 180° - \epsilon - 90° = 90° - 50° = 40°$

$\overline{FG}$ $\quad cos\alpha = \frac{\overline{FG}}{\overline{FS}} \quad | \quad \cdot \overline{FS}$

$\overline{FG} = \overline{FS} \cdot cos\alpha = 3,63 \cdot cos40° = 2,78$

*Die Strecke $\overline{FG}$ ist $2,8\ cm$ lang.*

$A_{ABS}$: $\quad A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot s \cdot s \cdot sin\epsilon = \frac{1}{2} \cdot 6,63^2 \cdot sin50° \quad | \quad$ trigonometrischer Flächeninhalt

$= 16,84$

$A_{FGS}$: $\quad A_{FGS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{FS} \cdot \overline{FG} \cdot sin40° \quad | \quad$ trigonometrischer Flächeninhalt

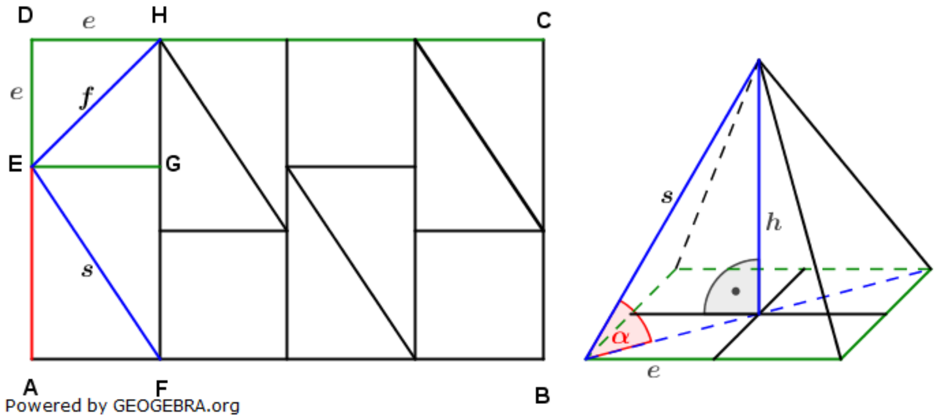
$= \frac{1}{2} \cdot 3,63 \cdot 2,8 \cdot sin40° = 3,27$

$A_{BCGF}$: $\quad A_{BCGF} = A_{ABS} - A_{FGS} = 16,84 - 3,27 = 13,57$

*Die Fläche des Vierecks $BCGF$ beträgt $13,6\ cm^2$.*

# Lösung W4a/2006

## Lösungslogik




Für die Strecke $\overline{AE}$:

Berechnung der Strecke $\overline{AE}$ über die Flächenformel für das Rechteck $ABCD$.

Für das Volumen der Pyramide:

Berechnung von $s = \overline{EF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Diagonalen $f$ des Quadrats $EGHD$.
Berechnung von $h$ der Pyramide über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens der Pyramide über die Volumenformel.

Für den Neigungswinkel $\alpha$:

Berechnung von $\alpha$ über den $sin$.

## Klausuraufschrieb

$\overline{AE}$: $A_{ABCD} = 4e \cdot (\overline{AE} + e)$ | $:4e;\ -e$

$\overline{AE} = \frac{A_{ABCD}}{4e} - e = \frac{96}{4 \cdot 3} - 3 = 5$

*Die Strecke $\overline{AE}$ ist $5\ cm$ lang.*

$s$: $s^2 = 3^2 + 5^2 = 34$ | Satz des Pythagoras

$s = 5{,}83$

$f$: $f^2 = 2e^2 = 18$ | Satz des Pythagoras

$f = 4{,}24$

$h$: $h^2 = s^2 - f^2 = 34 - 18 = 16$ | Satz des Pythagoras

$h = 4$

$V$: $V = \frac{1}{3} \cdot (2e)^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 4 = 48$

*Das Volumen der Pyramide beträgt $48\ cm^3$.*

$\alpha$: $sin\alpha = \frac{h}{s} = \frac{4}{5{,}83} = 0{,}6861$

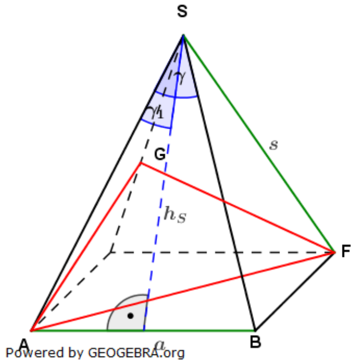
$\alpha = sin^{-1}(0{,}6861) = 43{,}32°$

*Der Neigungswinkel $\alpha$ hat $43{,}3°$.*

# Lösung W2a/2008

## Lösungslogik

Wegen „$G$ halbiert die Seitenkante $s$" ist $\overline{AG} = \overline{FG}$ und $\overline{GS} = 0{,}5 \cdot s$.
Berechnung von $\gamma_1$ über den $sin$.
Berechnung von $\gamma$.
Berechnung des Neigungswinkels $\overline{AF}$ über die Flächendiagonale der Grundfläche.
Berechnung von $\overline{AG} = \overline{FG}$ über den Kosinussatz.
Berechnung des Umfangs des Dreiecks $AFG$.




## Klausuraufschrieb

$u_{AFG} = \overline{AF} + \overline{AG} + \overline{GF} = \overline{AF} + 2 \cdot \overline{AG}$

$\gamma_1$ $\quad sin\gamma_1 = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{s} = \frac{3{,}8}{10{,}2} = 0{,}3725$

$\quad \gamma_1 = sin^{-1}(0{,}3725) = 21{,}87°$

$\gamma$: $\quad \gamma = 2 \cdot \gamma_1 = 43{,}74°$

$\overline{AF}$: $\quad \overline{AF} = a \cdot \sqrt{2} = 7.6 \cdot \sqrt{2} = 10{,}75$

$\overline{AG}$: $\quad \overline{AG}^2 = s^2 + \left(\frac{s}{2}\right)^2 - 2 \cdot s \cdot \frac{s}{2} \cdot cos\gamma$ $\quad$ | Kosinussatz

$\quad = 10{,}2^2 + 5{,}1^2 - 2 \cdot 10{,}2 \cdot 5{,}1 \cdot cos 43{,}74°$ $\quad$ | $\sqrt{\phantom{x}}$

$\quad \overline{AG} = \sqrt{54{,}88} = 7{,}41$

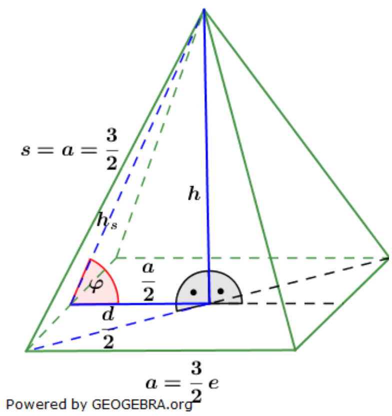
$u_{AFG}$: $\quad u_{AFG} = 10{,}75 + 2 \cdot 7{,}41 = 25{,}57$

*Der Umfang des Dreiecks $AFG$ beträgt $25{,}6\ cm$.*

# Lösung W4b/2008

## Lösungslogik

Wegen des regelmäßigen Sechsecks sind die Seitenflächen der Pyramide gleichseitige Dreiecke mit der Kantenlänge $s = a = \frac{3}{2}e$. Für das Volumen der Pyramide benötigen wir die Pyramidenhöhe $h$.
Berechnung von $\frac{d}{2}$ über die Diagonale der quadratischen Grundfläche.
Berechnung von $h$ übe den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Volumens und Aufstellung von $tan\alpha$.




## Klausuraufschrieb

$\frac{d}{2}$: $\quad d = a \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{2}e \cdot \sqrt{2}$ $\quad$ | Diagonale im Quadrat

$\quad \frac{d}{2} = \frac{3}{4}e\sqrt{2}$

$h$: $\quad h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}e\right)^2 - \left(\frac{3}{4}e\sqrt{2}\right)^2}$ $\quad$ | Satz des Pythagoras

$\quad = \sqrt{\frac{9}{4}e^2 - \frac{9}{16}e^2 \cdot 2} = \sqrt{\frac{18}{8}e^2 - \frac{9}{8}e^2} = \sqrt{\frac{9}{8}e^2}$ $\quad$ | $\sqrt{\phantom{x}}$

$\quad h = \frac{3e}{\sqrt{8}} = \frac{3e}{\sqrt{2 \cdot 4}} = \frac{3e}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3e \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{4}e\sqrt{2}$

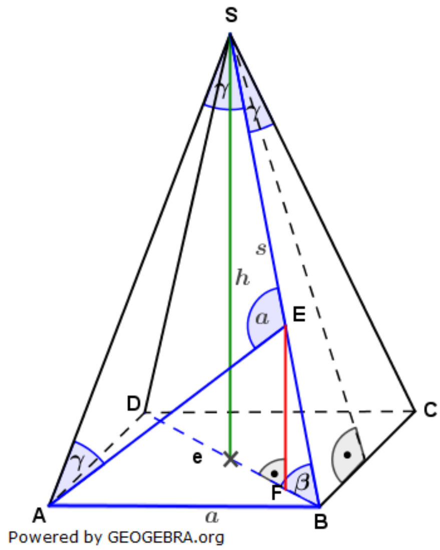
$V_{Pyr}$: $\quad V_{Pyr}=\frac{1}{3}a^2\cdot h=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}e\right)^2\cdot\frac{3}{4}e\sqrt{2}=\frac{27}{48}e^3\sqrt{2}=\frac{9}{16}e^3\sqrt{2}$ **q.e.d.**

$tan\varphi$: $\quad tan\varphi=\frac{h}{\frac{a}{2}}=\frac{\frac{3}{4}e\sqrt{2}}{\frac{3}{4}e}=\sqrt{2}$ **q.e.d.**

## Lösung W2b/2012

<u>Lösungslogik</u>

Berechnung von $a$ über das gegebene Volumen.
Berechnung der Diagonalen $e$ der Grundfläche.
Berechnung von $s$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\frac{\gamma}{2}$ über den $sin$.
Berechnung von $\gamma$.
Berechnung von $\alpha$ als Ergänzungswinkel im Dreieck $AES$.
Berechnung von $\overline{ES}$ über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{BE}$ als Differenz von $s$ und $\overline{ES}$.
Berechnung von $\overline{EF}$ über den 2. Strahlensatz.
Alternativ:
Berechnung von $\beta$ über den $tan$.
Berechnung von $\overline{EF}$ über den $sin$.




<u>Klausuraufschrieb</u>

$a$: $\quad V_{Pyramide}=\frac{1}{3}a^2\cdot h$ $\quad|\quad \cdot 3;\ :h;\ \sqrt{\ }$

$a=\sqrt{\frac{3\cdot V}{h}}=\sqrt{\frac{3\cdot 400}{12}}=10$

$e$: $\quad e=a\sqrt{2}=10\cdot\sqrt{2}=14{,}14$

$s$: $\quad s=\sqrt{h^2+\left(\frac{e}{2}\right)^2}=\sqrt{12^2+7{,}07^2}$ $\quad|\quad$ Satz des Pythagoras

$s=13{,}93$

$\frac{\gamma}{2}$: $\quad sin\frac{\gamma}{2}=\frac{\frac{a}{2}}{s}=\frac{5}{13{,}93}=0{,}3589$

$\frac{\gamma}{2}=sin^{-1}(0{,}3589)=21{,}03°$

$\gamma$: $\quad \gamma=2\cdot\gamma_1=2\cdot 21{,}03°=42{,}06°$

$\alpha$: $\quad \alpha=180°-2\cdot\gamma=180°-2\cdot 42{,}06°=95{,}88°$

$\overline{ES}$: $\quad \frac{\overline{ES}}{sin\gamma}=\frac{s}{sin\alpha}$ $\quad|\quad$ Sinussatz

$\overline{ES}=\frac{s}{sin\alpha}\cdot sin\gamma=\frac{13{,}93}{sin96°}\cdot sin42°=9{,}37$

$\overline{BE}$: $\quad \overline{BE}=s-\overline{ES}=13{,}93-9{,}37=4{,}56$

$\overline{EF}$: $\quad \frac{\overline{EF}}{\overline{BE}}=\frac{h}{s}$ $\quad|\quad$ 2. Strahlensatz

$\overline{EF}=\frac{h}{s}\cdot\overline{BE}=\frac{12}{13{,}93}\cdot 4{,}56=3{,}93$

*Der Abstand des Punktes $E$ von der Grundfläche beträgt $3{,}9\ cm$.*

Alternativ:

$\beta$: $tan\beta = \frac{h}{\frac{e}{2}} = \frac{12}{7{,}07} = 1{,}6973$

$\beta = tan^{-1}(1{,}6973) = 59{,}5°$

$\overline{EF}$: $sin\beta = \frac{\overline{EF}}{\overline{BE}}$ $\quad | \cdot \overline{BE}$

$\overline{EF} = \overline{BE} \cdot sin\beta = 4{,}56 \cdot sin59{,}5° = 3{,}92$