

RS-Abschlussaufgaben Pflichtteil

zur Trigonometrie

Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Pflichtteil) von 2003-2005

Hinweis zu den Lösungen

In den Graphiken stellen **grüne** Linien, Werte und Flächen vorgegebene Werte, **rote** Linien, Werte und Flächen gesuchte Werte und **blaue** Linien, Werte und Flächen zu ermittelnde Zwischenwerte zur Erreichung der Endergebnisse dar.

Lösung P3/2003

Lösungslogik

Das Dreieck ADC ist ein stumpfwinkliges Dreieck, bei dem die Strecke $\overline{BC}$ die Höhe auf die Grundseite $\overline{AD}$ ist.

$$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC}.$$

Alternativ kann die Fläche über die trigonometrische Flächenformel

$$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{DC} \cdot \sin \gamma_2 \text{ ermittelt werden.}$$

Berechnung von α über den $\sin$.

Berechnung von β_2 .

Berechnung von α_2 .

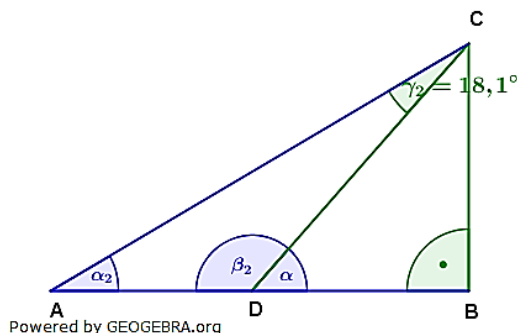
Berechnung $\overline{DB}$ über den Satz des Pythagoras.

Berechnung $\overline{AB}$ über den $\tan \alpha_2$.

Berechnung $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.

Berechnung $\overline{AD}$.

Berechnung A_{ADC} über Flächenformel Dreieck alternativ trigonometrischer Flächeninhalt.



Klausuraufschrieb

$$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC}, \text{ alternativ } A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{DC} \cdot \sin \gamma_2,$$

$$\alpha: \quad \sin \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{3,3}{4,4} = 0,75$$

$$\alpha = \sin^{-1}(0,75) = 48,59^\circ$$

$$\beta_2: \quad \beta_2 = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 48,59^\circ = 131,41^\circ$$

$$\alpha_2: \quad \alpha_2 = 180^\circ - \gamma_2 - \alpha_2 = 180^\circ - 18,1^\circ - 131,41^\circ = 30,49^\circ$$

$$\overline{DB}: \quad \overline{DB}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{BC}^2 = 4,4^2 - 3,3^2 = 8,47 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$\overline{DB} = 2,91$$

$$\overline{AB}: \quad \tan \alpha_2 = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}; : \tan \alpha_2$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\tan \alpha_2} = \frac{3,3}{\tan 30,49^\circ} = 5,6$$

$$\overline{AC}: \quad \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 5,6^2 + 3,3^2 = 42,25 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$\overline{AC} = 6,5$$

$$\overline{AD}: \quad \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB} = 5,6 - 2,91 = 2,69$$

$$A_{ADC}: \quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 2,69 \cdot 3,3 = 4,44 \text{ cm}^2 \quad | \quad \text{Dreiecksformel}$$

$$A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 6,5 \cdot 4,4 \cdot \sin 18,1^\circ = 4,44 \quad | \quad \text{trigonometrische Fläche}$$

Das Dreieck ADC hat eine Fläche von etwa $4,4 \text{ cm}^2$.

RS-Abschlussaufgaben Pflichtteil zur Trigonometrie

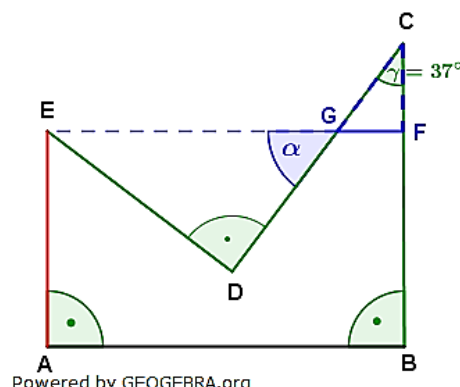
Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Pflichtteil) von 2003-2005

Lösung P4/2003

Lösungslogik

Die Strecke $\overline{AE}$ errechnet sich aus der Strecke $\overline{BC}$ abzüglich der Strecke $\overline{FC}$.
Berechnung von α über den Scheitelwinkel.
Berechnung von $\overline{DG}$ über $\tan \alpha$.
Berechnung von $\overline{GC}$.
Berechnung $\overline{FC}$ über $\cos \gamma$.
Berechnung $\overline{AE} = \overline{FB}$.



Klausuraufschrieb

$$\overline{AE} = \overline{BC} - \overline{FC}$$

$$\alpha: \quad \alpha = 90^\circ - \gamma = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$$

$$\overline{DG}: \quad \tan \alpha = \frac{\overline{ED}}{\overline{DG}} \quad | \quad \cdot \overline{DG}; : \tan \alpha$$

$$\overline{DG} = \frac{\overline{ED}}{\tan \alpha} = \frac{5,4}{\tan 53^\circ} = 4,07$$

$$\overline{GC}: \quad \overline{GC} = \overline{DC} - \overline{DG} = 6,6 - 4,07 = 2,53$$

$$\overline{FC}: \quad \cos \gamma = \frac{\overline{FC}}{\overline{GC}} \quad | \quad \cdot \overline{GC}$$

$$\overline{FC} = \overline{GC} \cdot \cos \gamma = 2,53 \cdot \cos 37^\circ = 2,02$$

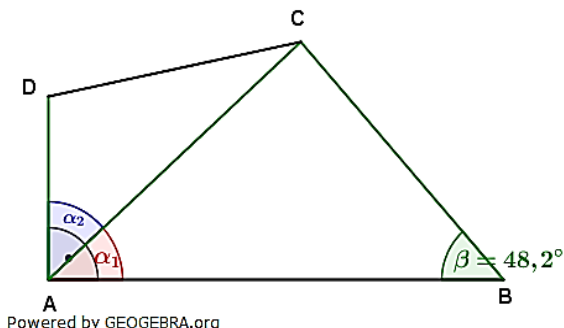
$$\overline{AE}: \quad \overline{AE} = \overline{BC} - \overline{FC} = 7,0 - 2,02 \approx 5,0$$

Die Strecke $\overline{AE}$ ist 5 cm lang.

Lösung P1/2004

Lösungslogik (einfach)

Der Winkel α_1 wird direkt mit dem Sinussatz ermittelt.
Berechnung von α_2 .
Fläche des Dreiecks ADC dann über den trigonometrischen Flächeninhalt.



Klausuraufschrieb

$$\alpha_1: \quad \frac{\sin \alpha_1}{\overline{BC}} = \frac{\sin \beta}{\overline{AC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\sin \beta}{\overline{AC}} \cdot \overline{BC} = \frac{\sin 48,2^\circ}{10,7} \cdot 9,6 = 0,66883$$

$$\alpha_1 = \sin^{-1}(0,66883) = 42^\circ$$

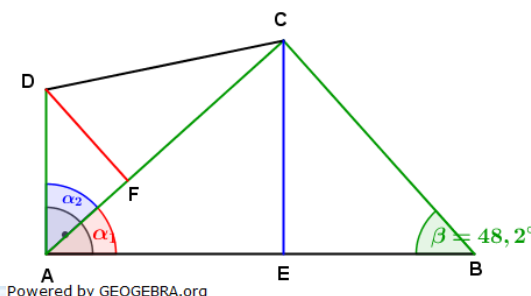
$$\alpha_2: \quad \alpha_2 = 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

$$A_{ADC}: \quad A_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AD} \cdot \sin \alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 5,5 \cdot \sin 48^\circ = 21,867$$

Der Winkel α_1 hat 42° . Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9 \text{ cm}^2$.

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{CE}$ über den Sinus.
Berechnung von α_1 über den Sinus.
Berechnung von α_2 über den Ergänzungswinkel zu 90° .
Berechnung von $\overline{DF}$ über den Sinus.
Berechnung von A_{ADC} über die allgemeine Flächenformel.



RS-Abschlussaufgaben Pflichtteil

zur Trigonometrie

Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Pflichtteil) von 2003-2005

Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \alpha_1: \quad \sin \alpha_1 &= \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} \\ \overline{CE}: \quad \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} &= \sin \beta \quad | \quad \cdot \overline{BC} \\ \overline{CE} &= \overline{BC} \cdot \sin \beta = 9,6 \cdot \sin 48,2^\circ = 7,1566 \\ \sin \alpha_1 &= \frac{7,1566}{10,7} = 0,6688 \\ \alpha_1: \quad \alpha_1 &= \sin^{-1}(0,6688) = 42^\circ \\ \alpha_1: \quad \alpha_2 &= 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ \\ A_{ADC}: \quad A_{ADC} &= \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{FD} \\ \overline{FD}: \quad \frac{\overline{FD}}{\overline{AD}} &= \sin \alpha_2 \quad | \quad \cdot \overline{AD} \\ \overline{FD} &= \overline{AD} \cdot \sin \alpha_2 = 5,5 \cdot \sin 48^\circ = 4,0873 \\ A_{ADC} &= \frac{1}{2} \cdot 10,7 \cdot 4,0873 = 21,867 \end{aligned}$$

Der Winkel α_1 hat 42° . Die Fläche des Dreiecks ADC beträgt $21,9 \text{ cm}^2$.

Lösung P2/2004

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über $\tan \beta_1$.

Berechnung von α über $\cos$.

Berechnung von γ .

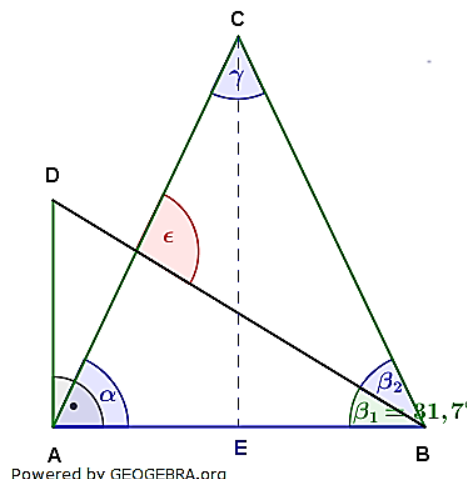
Berechnung von β_2 aus α und β_1 .

Berechnung von ϵ aus γ und β_2 .

Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \overline{AB}: \quad \tan \beta_1 &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}; : \tan \beta_1 \\ \overline{AB} &= \frac{\overline{AD}}{\tan \beta_1} = \frac{3,1}{\tan 31,7^\circ} = 5,02 \\ \alpha: \quad \cos \alpha &= \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\frac{\overline{AB}}{2}}{5,9} = \frac{2,51}{5,9} = 0,4254 \\ \alpha &= \cos^{-1}(0,4254) = 64,82^\circ \\ \gamma: \quad \gamma &= 180^\circ - 2 \cdot \alpha = 180^\circ - 129,64^\circ \\ &= 50,36^\circ \\ \beta_2: \quad \beta_2 &= \alpha - \beta_1 = 64,82^\circ - 31,7^\circ = 33,12^\circ \\ \epsilon: \quad \epsilon &= 180^\circ - \gamma - \beta_2 = 180^\circ - 50,36^\circ - 33,12^\circ = 96,52^\circ \end{aligned}$$

Der Winkel ϵ hat $96,5^\circ$.



Lösung P5/2005

Lösungslogik (einfach)

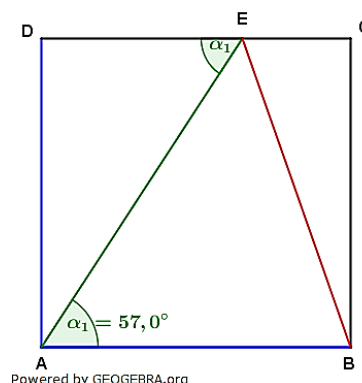
Berechnung von $\overline{AD} = \overline{AB}$ über $\sin \alpha_1$.

Berechnung von $\overline{BE}$ über den Kosinussatz.

Klausuraufschrieb

$$\begin{aligned} \overline{AD}: \quad \sin \alpha_1 &= \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE} \\ \overline{AD} &= \overline{AE} \cdot \sin \alpha_1 = 8,0 \cdot \sin 57^\circ = 6,71 \\ \overline{BE}: \quad \overline{BE}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AB} \cdot \cos \alpha_1 \\ &= 8^2 + 6,71^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6,71 \cdot \cos 57^\circ \\ &= 50,55 \quad | \quad \sqrt{} \\ \overline{BE} &= 7,11 \end{aligned}$$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist $7,1 \text{ cm}$ lang.



RS-Abschlussaufgaben Pflichtteil

zur Trigonometrie

Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Pflichtteil) von 2003-2005

Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{AD} = \overline{EF}$ über $\sin \alpha_1$.

Berechnung von $\overline{AF}$ über den Satz des Pythagoras.

Berechnung von $\overline{FB}$ über $\overline{AB} - \overline{AF}$.

Berechnung von $\overline{BE}$ über den Satz des Pythagoras.

Klausuraufschrieb

$$\overline{EF}: \quad \sin \alpha_1 = \frac{\overline{EF}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE}$$

$$\overline{EF} = \overline{AE} \cdot \sin \alpha_1 = 8,0 \cdot \sin 57^\circ = 6,71$$

$$\overline{AF}: \quad \overline{AF}^2 = \overline{AE}^2 - \overline{EF}^2$$

$$= 8^2 + 6,71^2$$

$$= 18,9759 \quad | \quad \sqrt{}$$

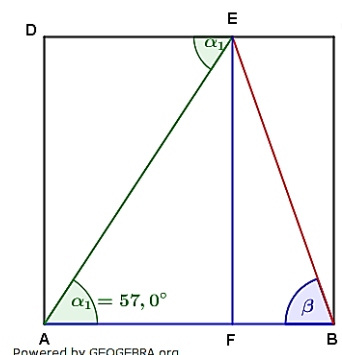
$$\overline{AF} = 4,3561$$

$$\overline{FB}: \quad \overline{FB} = \overline{EF} - \overline{AF} = 6,71 - 4,3561 = 2,3539$$

$$\overline{BE}: \quad \overline{BE}^2 = \overline{FB}^2 + \overline{EF}^2 = 2,3539^2 + 6,71^2 = 50,5649 \quad | \quad \sqrt{}$$

$$\overline{BE} = 7,1109$$

Die Strecke $\overline{BE}$ ist 7,1 cm lang.



Lösung P6/2005

Lösungslogik (einfach)

Berechnung von β als Ergänzungswinkel von α und δ zu 180° .

Berechnung von $\overline{BC}$ über $\cos \alpha$.

Berechnung von $\overline{CE}$ über den Kosinussatz.

Klausuraufschrieb

$$\overline{CE}: \quad \overline{CE} = \sqrt{\overline{CB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{CB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \beta} \quad | \quad \text{Kosinussatz}$$

$$\beta: \quad \beta = 180^\circ - \alpha - \delta$$

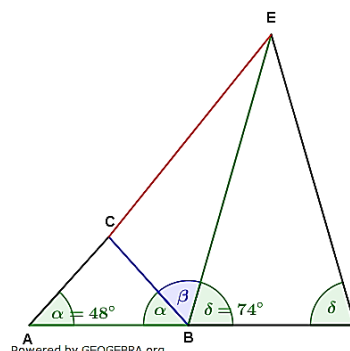
$$= 180^\circ - 48^\circ - 74^\circ = 58^\circ$$

$$\overline{CB}: \quad \cos \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}} \quad | \quad \cdot \overline{CB}; : \cos \alpha$$

$$\overline{CB} = \frac{\overline{AB}}{\cos \alpha} = \frac{2,7}{\cos 48^\circ} = 4,035$$

$$\overline{CE}: \quad \overline{CE} = \sqrt{4,035^2 + 10,3^2 - 2 \cdot 4,035 \cdot 10,3 \cdot \cos 58^\circ} = 8,85$$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist 8,9 cm lang.



Lösungslogik (umständlich)

Berechnung von $\overline{GC}$ über den $\tan \alpha$.

Berechnung von $\overline{FE}$ über den $\sin \delta$.

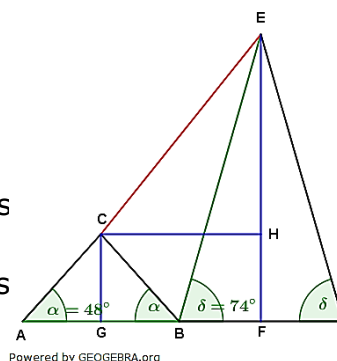
Berechnung von $\overline{HE}$ aus $\overline{FE} - \overline{GC}$.

Berechnung von $\overline{GB}$ aus $\frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$.

Berechnung von $\overline{BF}$ über den Satz des Pythagoras

Berechnung von $\overline{CH}$ aus $\overline{GB} + \overline{BF}$.

Berechnung von $\overline{CE}$ über den Satz des Pythagoras



RS-Abschlussaufgaben Pflichtteil

zur Trigonometrie

Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Pflichtteil) von 2003-2005

Klausuraufschrift

$$\overline{CE}: \quad \overline{CE} = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{HE}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{GC}: \quad \tan \alpha = \frac{\overline{GC}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{GC}}{\frac{\overline{AB}}{2}} \quad | \quad \cdot \frac{\overline{AB}}{2}$$

$$\overline{GC} = \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \tan \alpha = 2,7 \cdot \tan(48^\circ) = 2,9987$$

$$\overline{FE}: \quad \sin \delta = \frac{\overline{FE}}{\overline{BE}} \quad | \quad \overline{BE}$$

$$\overline{FE} = \overline{BE} \cdot \sin \delta = 10,3 \cdot \sin(74^\circ) = 9,901$$

$$\overline{HE}: \quad \overline{HE} = \overline{FE} - \overline{GC} = 9,901 - 2,9987 = 6,9023$$

$$\overline{GB}: \quad \overline{GB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 5,4 = 2,7$$

$$\overline{BF}: \quad \overline{BF}^2 = \overline{BE}^2 - \overline{FE}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$= 10,3^2 - 9,901^2 = 8,0602 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$\overline{BF} = 2,839$$

$$\overline{CH}: \quad \overline{CH} = \overline{GB} + \overline{BF} = 2,7 + 2,893 = 5,593$$

$$\overline{CE}: \quad \overline{CE}^2 = \overline{HE}^2 + \overline{CH}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$= 6,9023^2 + 5,593^2 = 78,9234 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$\overline{CE} = 8,884$$

Die Strecke $\overline{CE}$ ist 8,9 cm lang.