

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zur Trigonometrie

Realschulabschluss Trigonometrie (Wahlteil B) ab 2021
4 Aufgabe im Dokument



Aufgabe B1a/2021

Gegeben sind das rechtwinklige Dreieck ABC und das gleichschenklige Dreieck ADE .

Es gilt:

$$\overline{AB} = 13,2 \text{ cm}$$

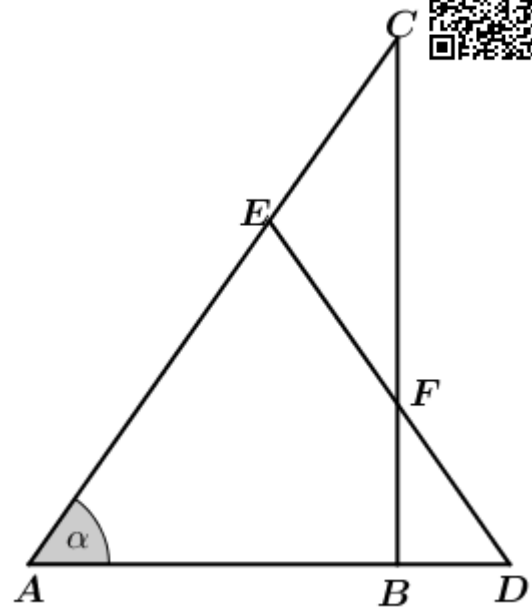
$$\alpha = 55^\circ$$

$$\overline{CE} = 8,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \overline{DE}$$

- Berechnen Sie die Länge von \overline{BF} .
- Berechnen Sie den Umfang des Vierecks $ABFE$.

Lösung: $\overline{BF} = 5,74 \text{ cm}$
 $u_{ABFE} = 42,0 \text{ cm}$



Powered by GEOGEBRA.org

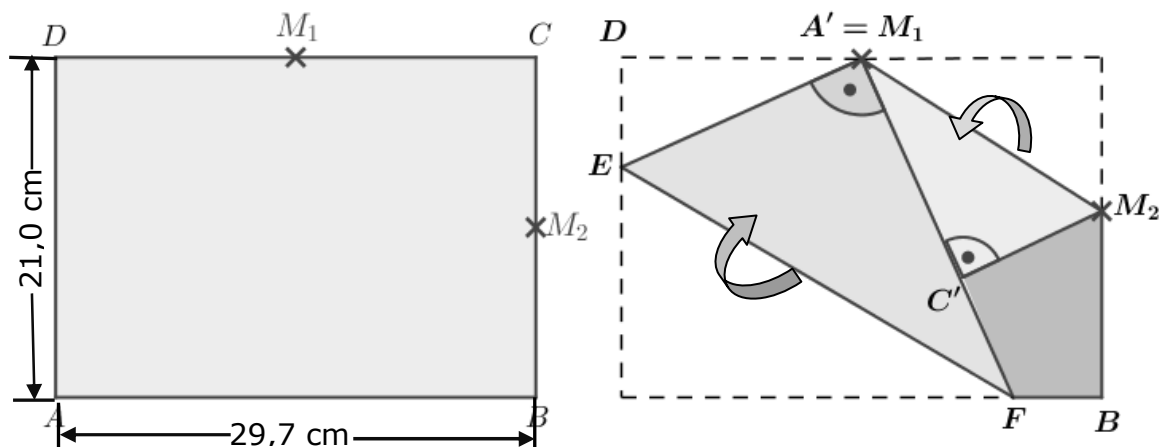
Aufgabe B4b/2021

Ein DIN A4-Blatt hat die Eckpunkte A, B, C und D .

Die Punkte M_1 und M_2 halbieren die Seitenlängen des DIN A4-Blattes.

Der Punkt C wird zu C' . Die beiden Papierkanten stoßen entlang $\overline{M_1F}$ aneinander.

Berechnen Sie die Flächeninhalte des Dreiecks EM_1D und des Vierecks FBM_2C' .



Powered by GEOGEBRA.org

Lösungen: $A_{EM_1D} = 39 \text{ cm}^2$; $A_{FBM_2C'} = 77,9 \text{ cm}^2$

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zur Trigonometrie

Realschulabschluss Trigonometrie (Wahlteil B) ab 2021

Aufgabe B1a/2022

Im Quadrat $ABCD$ liegen die beiden gleichschenkligen Dreiecke ABF und DEF .

Es gilt:

$$\overline{AB} = 14 \text{ cm}$$

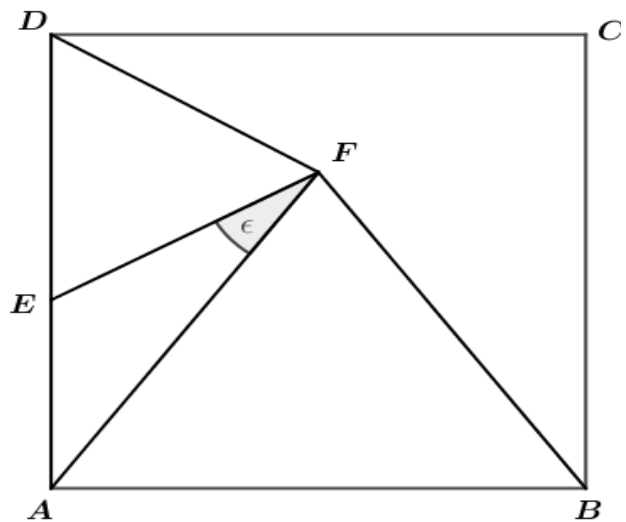
$$\overline{AF} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{AF} = \overline{BF}$$

$$\overline{EF} = \overline{DF}.$$

- Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks AFE .
- Berechnen Sie den Winkel ϵ .

$$\text{Lösung: } A_{AFE} = 19,25 \text{ cm}^2 \\ \epsilon = 23^\circ$$



Aufgabe B4b/2022

Das regelmäßige Sechseck und das gleichschenklige Dreieck haben die Seite \overline{AB} gemeinsam.

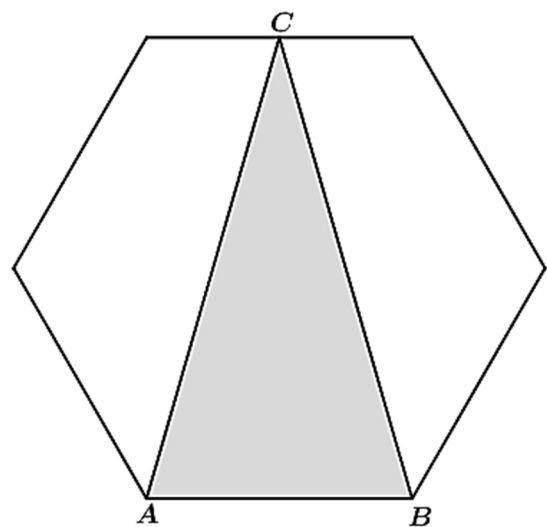
Es gilt:

$$\overline{AB} = 12,4 \text{ cm}$$

- Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks ABC .

Tom behauptet: „Der Flächeninhalt des Sechsecks ist dreimal so groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks ABC .“

- Hat Tom Recht?
Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder durch eine Argumentation.



Lösungen: $u_{ABC} = 57,1 \text{ cm}$
Toms Behauptung ist richtig.

Lösung B1a/2021

Lösungslogik

Wir berechnen zunächst im rechtwinkligen Dreieck ABC die Strecke \overline{BC} über den $\tan(\alpha)$ und danach die Strecke \overline{AC} über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen die Strecke \overline{AE} aus der Differenz von \overline{AC} und \overline{EC} .

Wir berechnen die Strecke \overline{AG} über den $\cos(\alpha)$.

Wir berechnen die Strecke \overline{AD} über $2 \cdot \overline{AG}$, denn das Dreieck ist gleichschenkelig.

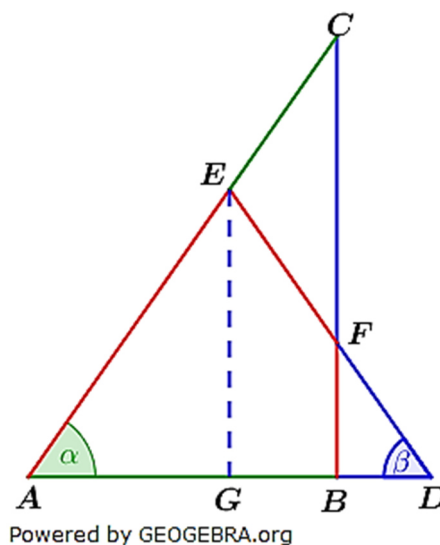
Wie berechnen \overline{BD} aus der Differenz von \overline{AD} und \overline{AB} .

Wir berechnen \overline{BF} über den $\tan(\beta)$.

Wir berechnen die Strecke \overline{DF} über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen die Strecke \overline{EF} aus der Differenz von $\overline{DE} = \overline{AE}$ und \overline{DF} .

Der Umfang des Vierecks $ABFE$ kann nun gebildet werden.



Klausuraufschrieb

$$\overline{BC}: \quad \tan \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} \cdot \tan(\alpha) = 13,2 \cdot \tan(55^\circ) = 18,85$$

$$\overline{AC}: \quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{13,2^2 + 18,85^2} = 23,01$$

$$\overline{AE}: \quad \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 23,01 - 8,0 = 15,01$$

$$\overline{AG}: \quad \cos \alpha = \frac{\overline{AG}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE}$$

$$\overline{AG} = \overline{AE} \cdot \cos \alpha = 15,01 \cdot \cos(55^\circ) = 8,61$$

$$\overline{AD}: \quad \overline{AD} = 2 \cdot \overline{AG} = 2 \cdot 8,61 = 17,22$$

$$\overline{BD}: \quad \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 17,22 - 13,2 = 4,02$$

$$\overline{BF}: \quad \tan \beta = \tan(\alpha) = \frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} \quad | \quad \cdot \overline{BD}$$

$$\overline{BF} = \overline{BD} \cdot \tan \alpha = 4,02 \cdot \tan(55^\circ) = 5,74$$

Die Strecke \overline{BF} ist 5,74 cm lang.

$$\overline{DF}: \quad \overline{DF} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{BF}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{DF} = \sqrt{4,02^2 + 5,74^2} = 7,0$$

$$\overline{EF}: \quad \overline{EF} = \overline{AE} - \overline{DF} = 15,01 - 7,0 = 8,01$$

$$u_{ABFE}: \quad u_{ABFE} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{EF} + \overline{AE}$$

$$u_{ABFE} = 13,2 + 5,74 + 8,01 + 15,01 = 41,96$$

Der Umfang des Vierecks $ABFE$ beträgt 42 cm.

Lösung B4b/2021

Lösungslogik

Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D :

$$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$$

Zur Bestimmung von \overline{ED} müssen wir zunächst die Winkel α_1, α_2 und α_3 berechnen.

$$\alpha_1 \text{ berechnet sich über } \tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}}$$

$\alpha_2 = \alpha_1$, α_3 ist Ergänzungswinkel zu 90° von $\alpha_1 + \alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$.

$$\overline{ED} \text{ errechnet sich nun über den } \tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$$

Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C' :

Wir bestimmen zunächst die Länge von $\overline{M_1F}$

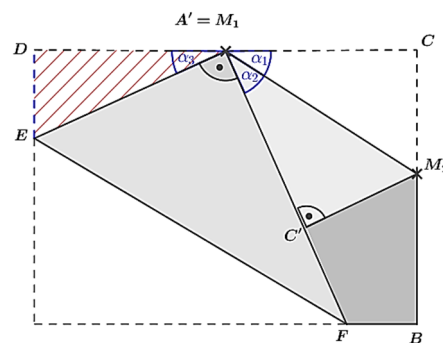
$$\text{über } \sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}} \text{ mit } \overline{FG} = \overline{BC} = 21 \text{ cm.}$$

Wegen $\overline{M_1F} = \overline{AF}$ ist $\overline{FB} = \overline{AB} - \overline{M_1F}$.

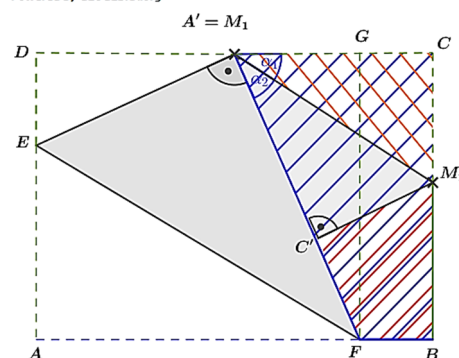
Jetzt berechnen wir die Fläche des Trapezes

$$FBCM_1 \text{ über } A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB} + \overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}.$$

Von dieser Fläche müssen wir zweimal den Flächeninhalt des Dreieck M_1M_2C subtrahieren und erhalten damit den Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C' .



Powered by GEOGEBRA.org



Powered by GEOGEBRA.org

Realschulabschluss BW Wahlteile 2021

Klausuraufschrieb

Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D :

$$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$$

$$\alpha_1: \quad \tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}} = \frac{21,0}{29,7} = \frac{21,0}{29,7}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{21,0}{29,7} = 35,26^\circ$$

$$\alpha_2: \quad \alpha_2 = \alpha_1 = 35,26^\circ$$

$$\alpha_3: \quad \alpha_3 = 90^\circ - \alpha_1 - \alpha_2 = 90^\circ - 2 \cdot 35,26^\circ = 19,48^\circ$$

$$\overline{ED}: \quad \tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$$

$$\overline{ED} = \overline{DM_1} \cdot \tan(\alpha_3)$$

$$\overline{ED} = \frac{29,7}{2} \cdot \tan(19,48^\circ) = 5,25$$

$$A_{EM_1D}: \quad A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot 5,25 \cdot \frac{29,7}{2} = 38,98$$

Das Dreiecks EM_1D hat eine Flächeninhalt von 39 cm^2 .

Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C' :

$$\overline{M_1F}: \quad \sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}} \text{ mit } \overline{FG} = \overline{BC} = 21,0 \text{ cm}$$

$$\overline{M_1F} = \frac{\overline{FG}}{\sin(2 \cdot \alpha_1)} = \frac{21,0}{\sin(2 \cdot 35,26^\circ)} = 22,28 \text{ cm}$$

$$\overline{FB}: \quad \overline{FG} = \overline{AB} - \overline{M_1F} = 29,7 - 22,28 = 7,42$$

Fläche des Trapezes $FBCM_1$:

$$A_{FBCM_1}: A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB} + \overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}$$

$$A_{FBCM_1} = \frac{7,42 + \frac{29,7}{2}}{2} \cdot 21,0 = 233,835$$

Fläche des Dreiecks M_1M_2C :

$$A_{M_1M_2C}: A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \overline{M_1C} \cdot \overline{M_2C}$$

$$A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{29,7}{2} \cdot \frac{21}{2} = 77,9625$$

$$A_{FBM_2C'}: A_{FBM_2C'} = A_{FBCM_1} - 2 \cdot A_{M_1M_2C}$$

$$A_{FBM_2C'} = 233,835 - 2 \cdot 77,9625 = 77,91$$

Das Viereck FBM_2C' ist $77,9 \text{ cm}^2$ groß.

Lösung B1a/2022

Lösungslogik

Berechnung der Fläche A_{AFE} :

Berechnung \overline{HF} über den Satz des Pythagoras.

Berechnung der Strecke \overline{GD} .

Berechnung der Strecke \overline{AE} .

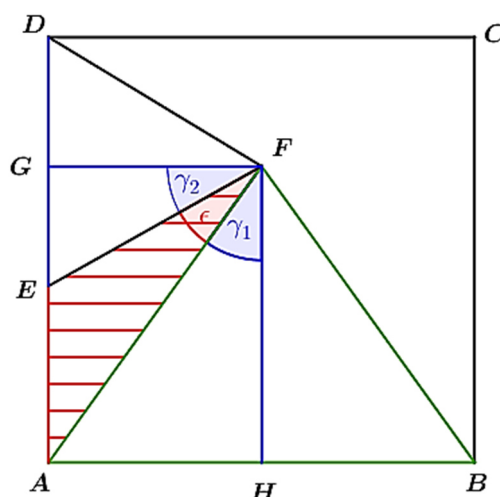
Berechnung der Fläche des Dreiecks AFE über die Grundseite \overline{AE} und die Höhe \overline{GF} .

Berechnung des Winkels ϵ :

Berechnung γ_1 über den \sin .

Berechnung von γ_2 über den \tan .

Berechnung von ϵ als Ergänzungswinkel zu 90° von γ_1 und γ_2 .



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Berechnung der Fläche A_{AFE} .

$$\overline{HF}: \overline{HF} = \sqrt{\overline{AF}^2 - \overline{AH}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{HF} = \sqrt{12^2 - 7^2} = 9,75$$

$$\overline{GD}: \overline{GD} = \overline{AB} - \overline{HF} = 14 - 9,75 = 4,25$$

$$\overline{AE}: \overline{AE} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{GD} = 14 - 2 \cdot 4,25 = 5,5$$

$$\overline{GF}: \text{Wegen des gleichschenkligen Dreiecks } ABF \text{ ist } \overline{GF} = 7$$

$$A_{AFE}: A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{GF} = \frac{1}{2} \cdot 5,5 \cdot 7 = 19,25$$

Das Dreieck AFE hat eine Fläche von $19,25 \text{ cm}^2$.

Berechnung der Fläche ϵ :

$$\gamma_1: \quad \sin(\gamma_1) = \frac{\overline{AH}}{\overline{AF}} = \frac{7}{12}$$

$$\gamma_1 = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right) = 35,69^\circ$$

$$\gamma_2: \quad \tan(\gamma_2) = \frac{\overline{GD}}{\overline{GF}} = \frac{4,25}{7}$$

$$\gamma_2 = \tan^{-1}\left(\frac{4,25}{7}\right) = 31,26^\circ$$

$$\epsilon: \quad \epsilon = 90^\circ - \gamma_1 - \gamma_2 = 90^\circ - 35,69^\circ - 31,26^\circ = 23,05^\circ$$

Der Winkel ϵ hat etwa 23° .

Lösung B4b/2022

Lösungslogik

Umfang Dreieck ABC :

Im regelmäßigen Sechseck sind die 6 Basisdreiecke des Sechsecks gleichseitig.

Dies führt zu $r = \overline{AB} = 12,4 \text{ cm}$.

Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.

Die Strecke $\overline{DC} = 2h$.

Berechnung von \overline{AC} über den Satz des Pythagoras.

$$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}.$$

Prüfung von Toms Behauptung:

Wir berechnen die Fläche des regelmäßigen Sechsecks über die Formel

$$A_{\text{Sechseck}} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3} \text{ sowie die Fläche des Dreiecks}$$

ABC über die Formel

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC}.$$

Klausuraufschrieb

Umfang Dreieck ABC :

$$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}$$

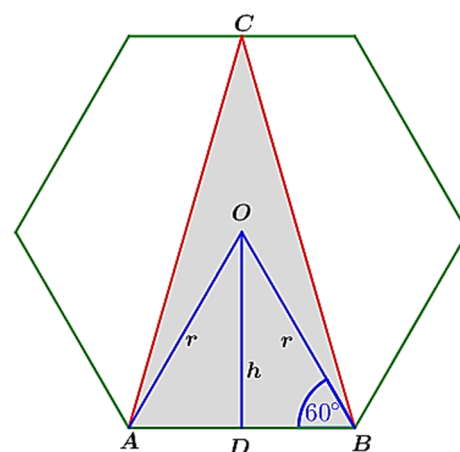
$$\overline{AC}: \quad \overline{AC}^2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2}$$

$$\overline{DC}: \quad \overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO}$$

$$\overline{DO}: \quad \sin(60^\circ) = \frac{\overline{DO}}{r}$$

$$\overline{DO} = r \cdot \sin(60^\circ)$$



Powered by GEOGEBRA.org

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zur Trigonometrie

Lösungen

Realschulabschluss Trigonometrie (Wahlteil B) ab 2021

Wegen regelmäßigem Sechseck ist $r = \overline{AB} = 12,54 \text{ cm}$.

$$\overline{DO} = 12,4 \cdot \sin(60^\circ) = 10,74$$

$$\overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO} = 21,48 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{6,2^2 + 21,48^2} = 22,36 \text{ cm}$$

$$u_{ABC} = 12,4 + 2 \cdot 22,36 = 57,12 \text{ cm}$$

Der Umfang des Dreiecks ABC beträgt $57,1 \text{ cm}$.

Prüfung von Toms Behauptung:

$$A_{\text{Sechseck}} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot 12,4^2 \cdot \sqrt{3} = 399,48 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC} = \frac{1}{2} \cdot 12,4 \cdot 21,48 = 133,18$$

$$\frac{399,48}{133,18} = 3$$

Tom hat Recht.

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

zur Trigonometrie

Lösungen