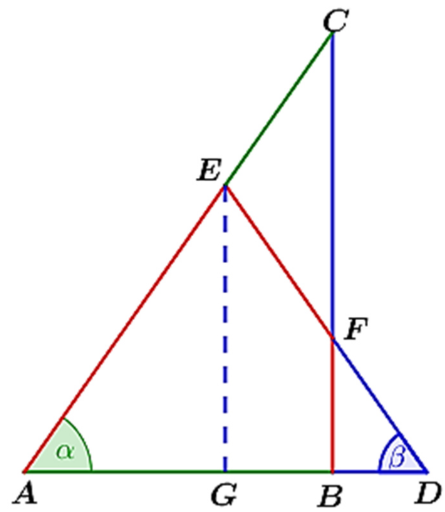
Lösung B1a/2021

Lösungslogik

Wir berechnen zunächst im rechtwinkligen Dreieck ABC die Strecke $\overline{BC}$ über den $\tan(\alpha)$ und danach die Strecke $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AE}$ aus der Differenz von $\overline{AC}$ und $\overline{EC}$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AG}$ über den $\cos(\alpha)$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AD}$ über $2 \cdot \overline{AG}$, denn das Dreieck ist gleichschenklig.
Wie berechnen $\overline{BD}$ aus der Differenz von $\overline{AD}$ und $\overline{AB}$.
Wir berechnen $\overline{BF}$ über den $\tan(\beta)$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{DF}$ über den Satz des Pythagoras.
Wir berechnen die Strecke $\overline{EF}$ aus der Differenz von $\overline{DE} = \overline{AE}$ und $\overline{DF}$.



Powered by GEOGEBRA.org

Der Umfang des Vierecks $ABFE$ kann nun gebildet werden.

Klausuraufschrieb

$\overline{BC}$: $\quad tan\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB}$

$\overline{BC} = \overline{AB} \cdot \tan(\alpha) = 13{,}2 \cdot \tan(55\,°) = 18{,}85$

$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{AC} = \sqrt{13{,}2^2 + 18{,}85^2} = 23{,}01$

$\overline{AE}$: $\quad \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 23{,}01 - 8{,}0 = 15{,}01$

$\overline{AG}$: $\quad cos\alpha = \frac{\overline{AG}}{\overline{AE}} \quad | \quad \cdot \overline{AE}$

$\overline{AG} = \overline{AE} \cdot cos\alpha = 15{,}01 \cdot \cos(55\,°) = 8{,}61$

$\overline{AD}$: $\quad \overline{AD} = 2 \cdot \overline{AG} = 2 \cdot 8{,}61 = 17{,}22$

$\overline{BD}$: $\quad \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 17{,}22 - 13{,}2 = 4{,}02$

$\overline{BF}$: $\quad tan\beta = \tan(\alpha) = \frac{\overline{BF}}{\overline{BD}} \quad | \quad \cdot \overline{BD}$

$\overline{BF} = \overline{BD} \cdot tan\alpha = 4{,}02 \cdot \tan(55\,°) = 5{,}74$

Die Strecke $\overline{BF}$ ist $5{,}74\ cm$ lang.

$\overline{DF}$: $\quad \overline{DF} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{BF}^2} \quad | \quad$ Satz des Pythagoras

$\overline{DF} = \sqrt{4{,}02^2 + 5{,}74^2} = 7{,}0$

$\overline{EF}$: $\quad \overline{EF} = \overline{AE} - \overline{DF} = 15{,}01 - 7{,}0 = 8{,}01$

u_{ABFE}: $\quad u_{ABFE} = \overline{AB} + \overline{BF} + \overline{EF} + \overline{AE}$

$u_{ABFE} = 13{,}2 + 5{,}74 + 8{,}01 + 15{,}01 = 41{,}96$

Der Umfang des Vierecks $ABFE$ beträgt $42\ cm$.

Lösung B4b/2021

Lösungslogik

Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D:

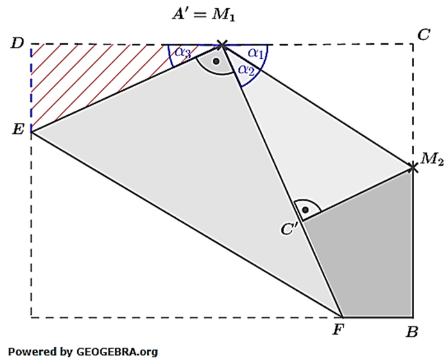
$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$

Zur Bestimmung von müssen wir zunächst die Winkel α_1, α_2 und α_3 berechnen.

α_1 berechnet sich über $\tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}}$.

$\alpha_2 = \alpha_1$, α_3 ist Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von $\alpha_1 + \alpha_2 = 2 \cdot \alpha_1$.

$\overline{ED}$ errechnet sich nun über den $\tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$.



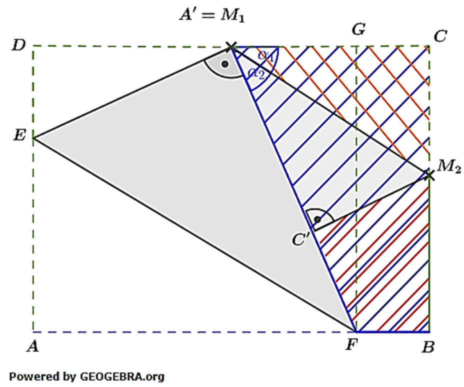
Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C':

Wir bestimmen zunächst die Länge von $\overline{M_1F}$ über $\sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}}$ mit $\overline{FG} = \overline{BC} = 21\ cm$.

Wegen $\overline{M_1F} = \overline{AF}$ ist $\overline{FB} = \overline{AB} - \overline{M_1F}$.

Jetzt berechnen wir die Fläche des Trapezes $FBCM_1$ über $A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB} + \overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}$.

Von dieser Fläche müssen wir zweimal den Flächeninhalt des Dreieck M_1M_2C subtrahieren und erhalten damit den Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C'.



Realschulabschluss BW Wahlteile 2021

Klausuraufschrieb

Flächeninhalt des Dreiecks EM_1D:

$A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED} \cdot \overline{DM_1}$

α_1: $\quad \tan(\alpha_1) = \frac{\overline{CM_2}}{\overline{CM_1}} = \frac{\frac{21,0}{2}}{\frac{29,7}{2}} = \frac{21,0}{29,7}$

$\quad \alpha_1 = \tan^{-1} \frac{21,0}{29,7} = 35,26\,°$

α_2: $\quad \alpha_2 = \alpha_1 = 35,26\,°$

α_3: $\quad \alpha_3 = 90\,° - \alpha_1 - \alpha_2 = 90\,° - 2 \cdot 35,26\,° = 19,48\,°$

$\overline{ED}$: $\quad \tan(\alpha_3) = \frac{\overline{ED}}{\overline{DM_1}}$

$\quad \overline{ED} = \overline{DM_1} \cdot \tan(\alpha_3)$

$\quad \overline{ED} = \frac{29,7}{2} \cdot \tan(19,48\,°) = 5,25$

A_{EM_1D}: $\quad A_{EM_1D} = \frac{1}{2} \cdot 5,25 \cdot \frac{29,7}{2} = 38,98$

Das Dreiecks EM_1D hat eine Flächeninhalt von $39\ cm^2$.

Flächeninhalt des Vierecks FBM_2C':

$\overline{M_1F}$: $\quad \sin(2 \cdot \alpha_1) = \frac{\overline{FG}}{\overline{M_1F}}$ mit $\overline{FG} = \overline{BC} = 21,0\ cm$

$\quad \overline{M_1F} = \frac{\overline{FG}}{\sin(2 \cdot \alpha_1)} = \frac{21,0}{\sin(2 \cdot 35,26\,°)} = 22,28\ cm$

$\overline{FB}$: $\quad \overline{FG} = \overline{AB} - \overline{M_1F} = 29,7 - 22,28 = 7,42$

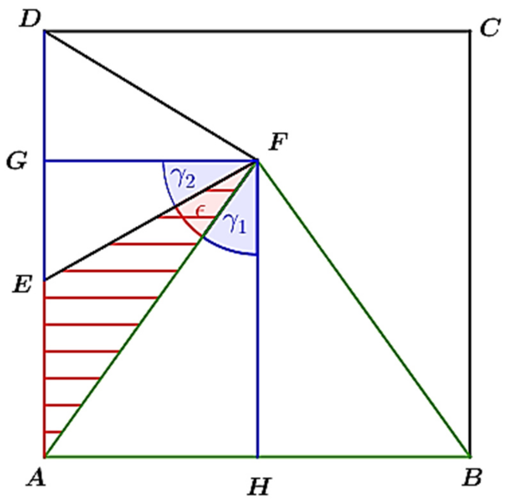
Fläche des Trapezes $FBCM_1$:
A_{FBCM_1}: $A_{FBCM_1} = \frac{\overline{FB}+\overline{M_1C}}{2} \cdot \overline{BC}$
$A_{FBCM_1} = \frac{7{,}42+\frac{29{,}7}{2}}{2} \cdot 21{,}0 = 233{,}835$
Fläche des Dreiecks M_1M_2C:
$A_{M_1M_2C}$: $A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \overline{M_1C} \cdot \overline{M_2C}$
$A_{M_1M_2C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{29{,}7}{2} \cdot \frac{21}{2} = 77{,}9625$
$A_{FBM_2C'}$: $A_{FBM_2C'} = A_{FBCM_1} - 2 \cdot A_{M_1M_2C}$
$A_{FBM_2C'} = 233{,}835 - 2 \cdot 77{,}9625 = 77{,}91$
Das Viereck FBM_2C' ist $77{,}9\ cm^2$ groß.

Lösung B1a/2022

Lösungslogik

Berechnung der Fläche A_{AFE}:
Berechnung $\overline{HF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Strecke $\overline{GD}$.
Berechnung der Strecke $\overline{AE}$.
Berechnung der Fläche des Dreiecks AFE über die Grundseite $\overline{AE}$ und die Höhe $\overline{GF}$.

Berechnung des Winkels ϵ:
Berechnung γ_1 über den sin.
Berechnung von γ_2 über den tan.
Berechnung von ϵ als Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von γ_1 und γ_2.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Berechnung der Fläche A_{AFE}.

$\overline{HF}$: $\overline{HF} = \sqrt{\overline{AF}^2 - \overline{AH}^2}$ | Satz des Pythagoras
$\overline{HF} = \sqrt{12^2 - 7^2} = 9{,}75$
$\overline{GD}$: $\overline{GD} = \overline{AB} - \overline{HF} = 14 - 9{,}75 = 4{,}25$
$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{GD} = 14 - 2 \cdot 4{,}25 = 5{,}5$
$\overline{GF}$: Wegen des gleichschenkligen Dreiecks ABF ist $\overline{GF} = 7$
A_{AFE}: $A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{GF} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}5 \cdot 7 = 19{,}25$
Das Dreieck AFE hat eine Fläche von $19{,}25\ cm^2$.

Berechnung der Fläche ϵ:

γ_1: $\sin(\gamma_1) = \frac{\overline{AH}}{\overline{AF}} = \frac{7}{12}$

$\gamma_1 = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right) = 35{,}69\,°$

γ_2: $\tan(\gamma_2) = \frac{\overline{GD}}{\overline{GF}} = \frac{4{,}25}{7}$

$\gamma_1 = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}25}{7}\right) = 31{,}26\,°$

ϵ: $\epsilon = 90\,° - \gamma_1 - \gamma_2 = 90\,° - 35{,}69\,° - 31{,}26\,° = 23{,}05\,°$

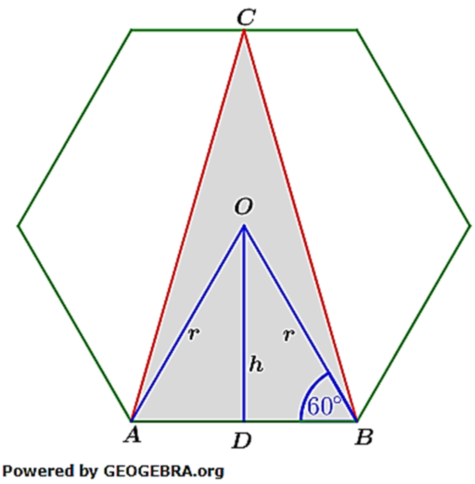
Der Winkel ϵ hat etwa $23\,°$.

Lösung B4b/2022

<u>Lösungslogik</u>

Umfang Dreieck ABC:

Im regelmäßigen Sechseck sind die 6 Basisdreiecke des Sechsecks gleichseitig.
Dies führt zu $r = \overline{AB} = 12{,}4\ cm$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Die Strecke $\overline{DC} = 2h$.
Berechnung von $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}$.



Prüfung von Toms Behauptung:

Wir berechnen die Fläche des regelmäßigen Sechsecks über die Formel
$A_{Sechseck} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3}$ sowie die Fläche des Dreiecks ABC über die Formel
$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC}$.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Umfang Dreieck ABC:

$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}$

$\overline{AC}$: $\overline{AC}^2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2$

$\overline{AC} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2}$

$\overline{DC}$: $\overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO}$

$\overline{DO}$: $\sin(60\,°) = \frac{\overline{DO}}{r}$

$\overline{DO} = r \cdot \sin(60\,°)$

Wegen regelmäßigem Sechseck ist $r = \overline{AB} = 12{,}54\ cm$.

$\overline{DO} = 12{,}4 \cdot \sin(60\,°) = 10{,}74$

$\overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO} = 21{,}48\ cm$

$\overline{AC} = \sqrt{6{,}2^2 + 21{,}48^2} = 22{,}36\ cm$

$u_{ABC} = 12{,}4 + 2 \cdot 22{,}36 = 57{,}12\ cm$

Der Umfang des Dreiecks ABC beträgt $57{,}1\ cm$.

Prüfung von Toms Behauptung:

$A_{Sechseck} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot 12{,}4^2 \cdot \sqrt{3} = 399{,}48\ cm^2$

$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC} = \frac{1}{2} \cdot 12{,}4 \cdot 21{,}48 = 133{,}18$

$\frac{399{,}48}{133{,}18} = 3$

Tom hat Recht.