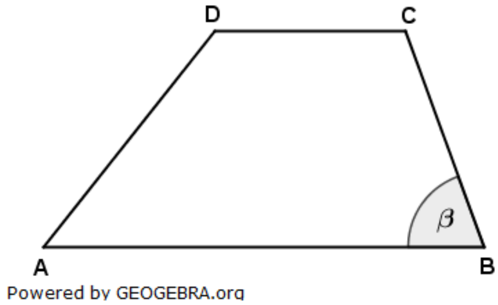
Aufgabe W1a/2012

Vom Trapez $ABCD$ sind bekannt:

$\overline{AB} = 9{,}2\ cm$
$\overline{BC} = 4{,}8\ cm$
$\overline{CD} = 4{,}0\ cm$
$\beta = 70°$

Ein Punkt P liegt auf $\overline{AB}$. Die Strecke $\overline{DP}$ halbiert die Trapezfläche.
Berechnen Sie die Länge $\overline{DP}$.

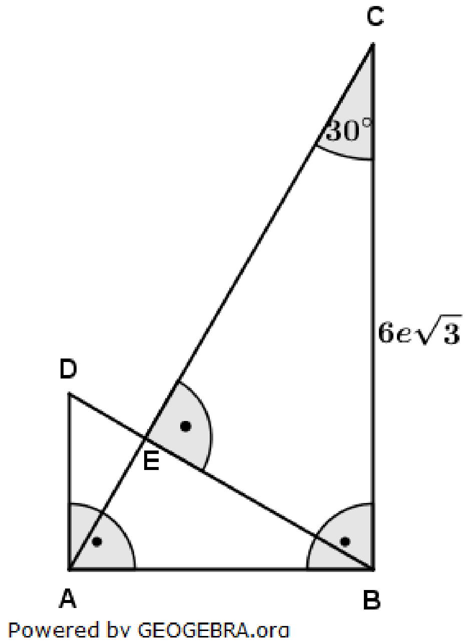
Lösung: $\overline{DP} = 5{,}4\ cm$



Aufgabe W1b/2012

Das Dreieck ABC und ABD haben die Seite $\overline{AB}$ gemeinsam.
Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass gilt:

$$\overline{CD} = 2e\sqrt{21}$$

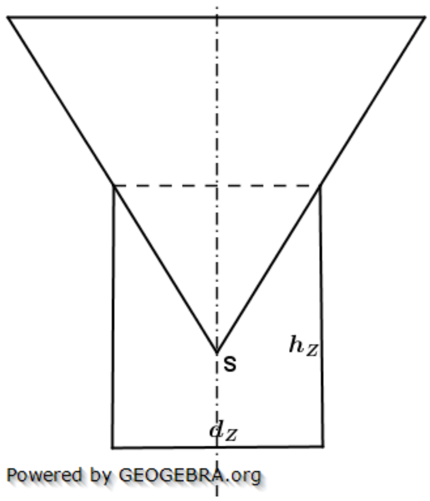


Aufgabe W2a/2012

Ein oben offener Zylinder ist bis zum Rande mit Wasser gefüllt.
Ein Kegel wird in das Wasser getaucht.
Er steckt dann bis zu seiner halben Höhe im Zylinder (siehe Achsenschnitt).
Bei diesem Vorgang laufen $210\ cm^3$ Wasser aus.
Es gilt:

$d_Z = 10{,}0\ cm$ (Innendurchmesser des Zylinders)
$h_Z = 12\ cm$ (Höhe des Zylinders)

Berechnen Sie den Abstand der Kegelspitze S zur Grundfläche des Zylinders.
Wie viel Prozent des Kegelmantels stehen im Wasser?



Lösung: Abstand $a = 4{,}0\ cm$
Prozentualer Anteil des Mantels im Wasser: $p\% = 25{,}0\%$

Aufgabe W2b/2012

Gegeben ist eine quadratische Pyramide.
Es gilt:

$V = 400\ cm^3$ (Volumen der Pyramide)

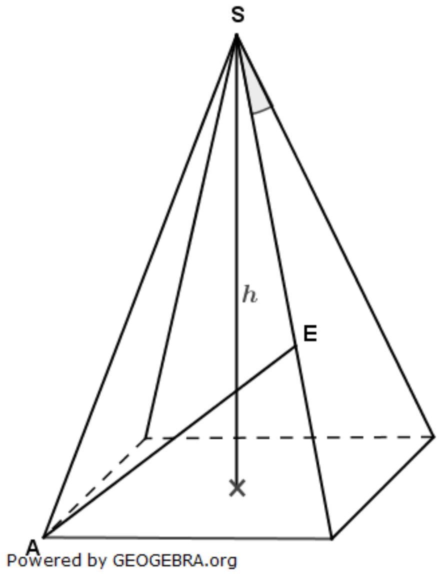
$h = 12\ cm$

$\overline{AE} = \overline{ES}$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes E von der Grundfläche.

Lösung: $d = 3{,}9\ cm$

Tipp: Sinussatz für die Strecke $\overline{ES}$.



Aufgabe W3a/2012

Die Parabel p_1 mit dem Scheitel S_1 hat die Gleichung $y = -x^2 + 7{,}5$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y = -x + 1{,}5$.
Durch die beiden Schnittpunkte P und Q von p_1 und g verläuft die verschobene und nach oben geöffnete Normalparabel p_2.
Zeigen Sie rechnerisch, dass das Viereck S_1PS_2Q ein Parallelogramm ist.

Lösung: $S_1(0|7{,}5)$; $S_2(1|-5{,}5)$; $P(-2|3{,}5)$; $Q(3|-1{,}5)$
$\overline{S_2Q} \| \overline{S_1P}$; $\overline{PS_2} \| \overline{QS_1}$ damit S_1PS_2Q ist ein Parallelogramm

Aufgabe W3b/2012

Der Punkt $P(3|12)$ liegt auf einer nach oben geöffneten Normalparabel p. Die Parabel hat als Symmetrieachse die Parallele zur y-Achse durch den Punkt $A(-1|0)$.
Sie schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 (mit $x < 0$) und N_2.
Der Parabelpunkt $R(0|y_R)$ sowie die Punkte P und N_1 bilden das Dreieck RPN_1.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks RPN_1.

Lösung: $A_{RPN_1} = 27\ FE$

Aufgabe W4a/2012

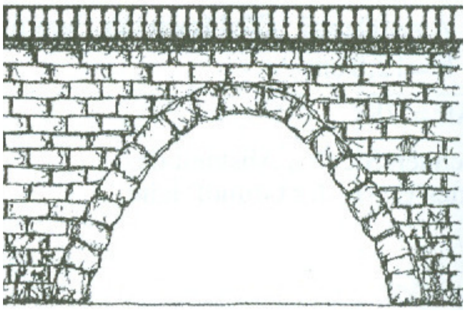
Bei einer Wohltätigkeitsveranstaltung führt die Klasse $10a$ der Neckar-Realschule ein Glücksspiel durch.
Die Sektoren des dafür verwendeten Glücksrades sind rot, gelb und blau gefärbt.
Die Wahrscheinlichkeit für Rot beträgt $25\ \%$, für Gelb $\frac{1}{3}$.
Das Glücksrad wird einmal gedreht.
Folgender Gewinnplan ist vorgesehen:

Farbe	Gewinn
Rot	$4{,}00\ €$
Gelb	$1{,}50\ €$
Blau	$0{,}60\ €$

Pro Spiel werden $2{,}00\ €$ Einsatz verlangt.
Berechnen Sie den Erwartungswert. Lösung: $E(X) = 0{,}25\ €$
Die Klasse möchte ihren zu erwartenden Gewinn pro Spiel verdoppeln. Dabei soll das Glücksrad und der Einsatz pro Spiel nicht verändert werden. Stellen Sie einen möglichen Gewinnplan auf.
Lösung: Der Gewinnplan für Rot muss von $4\ €$ auf $3\ €$ geändert werden.

Aufgabe W4b/2012

Ein Brückenbogen überspannt eine Fahrbahn und hat die Form einer nach unten geöffneten Parabel mit der Gleichung $y = ax^2 + c$.
Die Höhe des Bogens beträgt $5{,}80\ m$. Auf Fahrbahnhöhe ist der Brückenbogen $8{,}80\ m$ breit.
Erstellen Sie die Gleichung der zugehörigen Parabel.
Ein landwirtschaftliches Fahrzeug ist $3{,}20\ m$ breit und $4{,}60\ m$ hoch. Kann das Fahrzeug durchfahren? Begründen Sie Ihre Antwort.

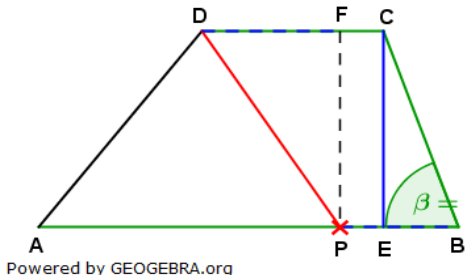


Lösung: $p\colon\ y = -0{,}3x^2 + 5{,}8$
Das Fahrzeug kann durchfahren.

Lösung W1a/2012

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{CE}$ über $sin\beta$.
Berechnung von A_{ABCD} über die Flächenformel des Trapezes.
Bestimmung von A_{PBCD}.
Berechnung von $\overline{PB}$ über die Flächenformel des Trapezes.
Berechnung von $\overline{EB}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{PE}$ als Differenz von $\overline{PB}$ und $\overline{EB}$.
Berechnung von $\overline{DF}$ als Differenz von $\overline{CD}$ und $\overline{PE}$.
Berechnung von $\overline{DP}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$\overline{CE}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} \quad | \cdot sin\beta$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot sin\beta = 4{,}8 \cdot sin70° = 4{,}51$

A_{ABCD}: $\quad A_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overline{AB} + \overline{BC}\right) \cdot \overline{CE} = \frac{1}{2} \cdot (9{,}2 + 4{,}1) \cdot 4{,}51 = 30{,}0$

A_{PBCD}: $\quad A_{PBCD} = \frac{A_{ABCD}}{2} = 15{,}0$

$\overline{PB}$: $\quad A_{PBCD} = \frac{1}{2} \cdot (\overline{PB} + \overline{CD}) \cdot \overline{CE} = 15{,}0 \quad | \cdot \overline{CD}$

$30 = (\overline{PB} + 4{,}0) \cdot 4{,}51 \quad | : 4{,}51;\ -4{,}0$

$\overline{PB} = \frac{30}{4{,}51} - 4{,}0 = 2{,}65$

$\overline{EB}$: $\quad \overline{EB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CE}^2} = \sqrt{4{,}8^2 - 4{,}51^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{EB} = \sqrt{2{,}6999} = 1{,}64$

$\overline{PE}$: $\quad \overline{PE} = \overline{PB} - \overline{EB} = 2{,}65 - 1{,}64 = 1{,}01$

$\overline{DF}$: $\quad \overline{DF} = \overline{CD} - \overline{PE} = 4{,}0 - 1{,}01 = 2{,}99$

$\overline{DP}$: $\quad \overline{DP} = \sqrt{\overline{DF}^2 + \overline{CE}^2} = \sqrt{2{,}99^2 + 4{,}51^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

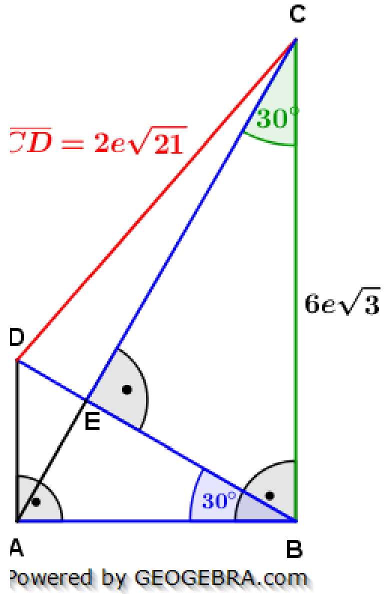
$\overline{DP} = \sqrt{29{,}2802} = 5{,}41$

Die Strecke $\overline{DP}$ ist $5{,}4\ cm$ lang.

Lösung W1b/2012

Lösungslogik

Berechnung von $\overline{AB}$ über den $tan30°$.
Berechnung von $\overline{BE}$ über den $sin30°$.
Berechnung von $\overline{CE}$ über den $cos30°$.
Berechnung von $\overline{BD}$ über den $cos30°$.
Berechnung von $\overline{ED}$.
Berechnung von $\overline{CD}$ über den Satz des Pythagoras.



Klausuraufschrieb

$\overline{AB}$: $tan30° = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

$\overline{AB} = \overline{BC} \cdot tan30° = 6e\sqrt{3} \cdot \frac{1}{3}\sqrt{3} = 6e$

$\overline{BE}$: $sin30° = \frac{\overline{BE}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

$\overline{BE} = \overline{BC} \cdot sin30° = 6e\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 3e\sqrt{3}$

$\overline{CE}$: $cos30° = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}}$ | $\cdot \overline{BC}$

$\overline{CE} = \overline{BC} \cdot cos30° = 6e\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 9e$

$\overline{BD}$: $cos30° = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$ | $\cdot \overline{BD};\ : cos30°$

$\overline{BD} = \frac{\overline{AB}}{cos30°} = \frac{6e}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \frac{12e}{\sqrt{3}}$ | $\cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ (Nenner rational machen)

$\overline{BD} = \frac{12e \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 4e\sqrt{3}$

$\overline{ED}$: $\overline{ED} = \overline{BD} - \overline{BE} = 4e\sqrt{3} - 3e\sqrt{3} = e\sqrt{3}$

$\overline{CD}$: $\overline{CD} = \sqrt{\overline{CE}^2 + \overline{ED}^2} = \sqrt{(9e)^2 + \left(e\sqrt{3}\right)^2}$ | Satz des Pythagoras

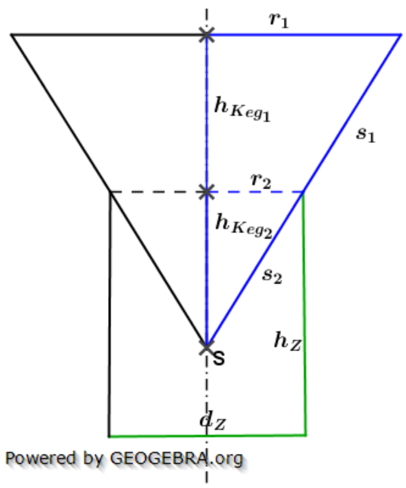
$\overline{CD} = \sqrt{81e^2 + 3e^2 = 84e^2} = \sqrt{84e^2} = e\sqrt{4 \cdot 21} = 2e\sqrt{21}$

$\overline{CD} = 2e\sqrt{21}$ **q.e.d.**

Lösung W2a/2012

Lösungslogik

Durch das Eintauchen der Kegelspitze gehen $210\ cm^3$ Wasser verloren, also muss das Volumen der eingetauchten Kegelspitze gleich groß sein.
Berechnung von r_2.
Berechnung von h_{Keg_2} über die Volumenformel des Kegels.
Berechnung des Abstandes der Kegelspitze a zur Grundfläche aus der Differenz von h_Z und h_{Keg_2}.
Berechnung von s_2 über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Mantels der eingetauchten Kegelspitze über die Mantelformel des Zylinders.
Berechnung von h_{Keg_1}.



Berechnung von r_1 über den 2. Strahlensatz.
Berechnung von s_1 über den 1. Strahlensatz.
Berechnung des Mantels des gesamten Kegels über die Mantelformel des Kegels.
Berechnung des Anteils der Mantelfläche des eingetauchten Kegels zur Gesamtmantelfläche.

Klausuraufschrieb

r_2: $r_2 = \frac{1}{2} \cdot d_Z = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5$

h_{Keg_2}: $V_{Keg_2} = \frac{1}{3}\pi r_{Keg_2}^2 \cdot h_{Keg_2}$ | $\cdot 3;\ :(\pi \cdot r_{Keg_2}^2)$

$h_{Keg_2} = \frac{3 \cdot V_{Keg_2}}{\pi \cdot r_{Keg_2}^2} = \frac{3 \cdot 210}{\pi \cdot 5^2} = 8{,}0$

a: $a = h_Z - h_{Keg_2} = 12 - 8{,}0 = 4$

Der Abstand der Kegelspitze S zur Grundfläche beträgt $4\ cm$.

s_2: $s_2 = \sqrt{r_2^2 + h_{Keg_2}^2} = \sqrt{5^2 + 8^2} = \sqrt{89}$ | Satz des Pythagoras

$s_2 = 9{,}43$

M_{Keg_2}: $M_{Keg_2} = \pi r_{Keg_2} \cdot s_2 = \pi \cdot 5 \cdot 9{,}43 = 148{,}13$

h_{Keg_1}: $h_{Keg_1} = h_{Keg_2} = 8$ | gemäß Aufgabenstellung

r_1: $\frac{r_1}{h_{Keg_1} + h_{Keg_2}} = \frac{r_2}{h_{Keg_2}}$ | $\cdot (h_{Keg_1} + h_{Keg_2})$

$r_1 = \frac{r_2}{h_{Keg_2}} \cdot (h_{Keg_1} + h_{Keg_2}) = \frac{5}{8} \cdot 16 = 10$

s_1: $\frac{s_1}{h_{Keg_1}} = \frac{s_2}{h_{Keg_2}}$ | $\cdot h_{Keg_1}$

$s_1 = \frac{s_2}{h_{Keg_2}} \cdot h_{Keg_1} = \frac{9{,}43}{8} \cdot 8 = 9{,}43$

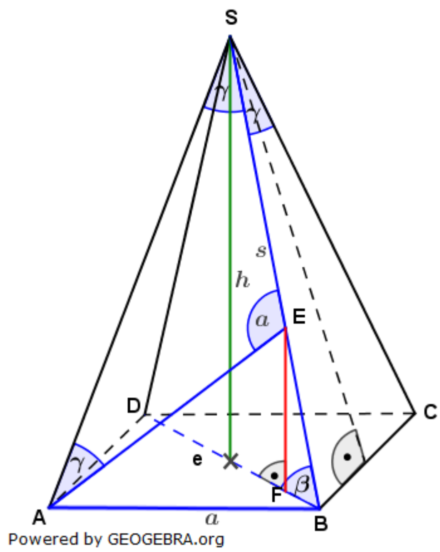
M_{Keg}: $M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg_1} \cdot (s_1 + s_2) = \pi \cdot 10 \cdot 18{,}86 = 592{,}50$

$p\ \%$: $p\ \% = \frac{m_{Keg_2}}{M_{Keg}} \cdot 100 = \frac{148{,}13}{592{,}50} \cdot 100 = 25\ \%$

Der prozentuale Anteil des Mantels im Wasser von der Gesamtmantelfläche des Kegels beträgt $25\ \%$.

Lösung W2b/2012

Lösungslogik



Berechnung von a über das gegebene Volumen.
Berechnung der Diagonalen e der Grundfläche.
Berechnung von s über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\frac{\gamma}{2}$ über den sin.
Berechnung von γ.
Berechnung von α als Ergänzungswinkel im Dreieck AES.
Berechnung von $\overline{ES}$ über den Sinussatz.
Berechnung von $\overline{BE}$ als Differenz von s und $\overline{ES}$.
Berechnung von $\overline{EF}$ über den 2. Strahlensatz.
Alternativ:

Berechnung von β über den tan.
Berechnung von $\overline{EF}$ über den sin.

Klausuraufschrieb

a: $V_{Pyramide} = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$ | $\cdot 3;\ :h;\ \sqrt{\ }$

$a = \sqrt{\frac{3\cdot V}{h}} = \sqrt{\frac{3\cdot 400}{12}} = 10$

e: $e = a\sqrt{2} = 10 \cdot \sqrt{2} = 14{,}14$

s: $s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{e}{2}\right)^2} = \sqrt{12^2 + 7{,}07^2}$ | Satz des Pythagoras

$s = 13{,}93$

$\frac{\gamma}{2}$: $sin\frac{\gamma}{2} = \frac{\frac{a}{2}}{s} = \frac{5}{13{,}93} = 0{,}3589$

$\frac{\gamma}{2} = sin^{-1}(0{,}3589) = 21{,}03°$

γ: $\gamma = 2 \cdot \gamma_1 = 2 \cdot 21{,}03° = 42{,}06°$

α: $\alpha = 180° - 2 \cdot \gamma = 180° - 2 \cdot 42{,}06° = 95{,}88°$

$\overline{ES}$: $\frac{\overline{ES}}{sin\gamma} = \frac{s}{sin\alpha}$ | Sinussatz

$\overline{ES} = \frac{s}{sin\alpha} \cdot sin\gamma = \frac{13{,}93}{sin96°} \cdot sin42° = 9{,}37$

$\overline{BE}$: $\overline{BE} = s - \overline{ES} = 13{,}93 - 9{,}37 = 4{,}56$

$\overline{EF}$: $\frac{\overline{EF}}{\overline{BE}} = \frac{h}{s}$ | 2. Strahlensatz

$\overline{EF} = \frac{h}{s} \cdot \overline{BE} = \frac{12}{13{,}93} \cdot 4{,}56 = 3{,}93$

Der Abstand des Punktes E von der Grundfläche beträgt $3{,}9\ cm$.

Alternativ:

β: $tan\beta = \frac{h}{\frac{e}{2}} = \frac{12}{7{,}07} = 1{,}6973$

$\beta = tan^{-1}(1{,}6973) = 59{,}5°$

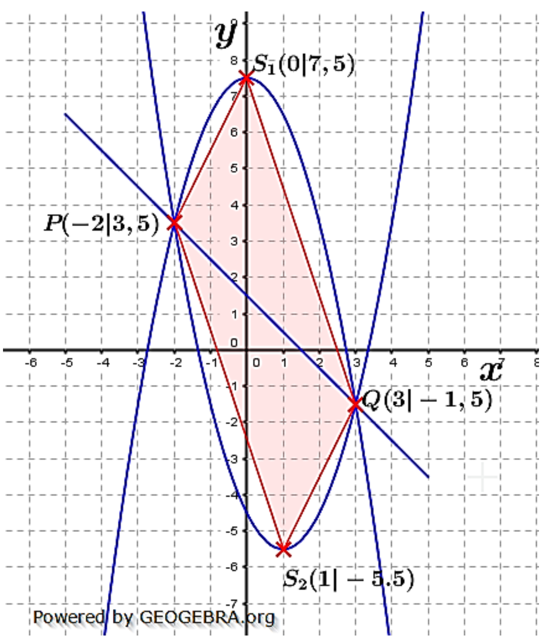
$\overline{EF}$: $sin\beta = \frac{\overline{EF}}{\overline{BE}}$ | $\cdot \overline{BE}$

$\overline{EF} = \overline{BE} \cdot sin\beta = 4{,}56 \cdot sin59{,}5° = 3{,}92$

Lösung W3a/2012

Lösungslogik

Berechnung der Schnittpunkte P und Q durch Gleichsetzung von p_1 mit g.
Aufstellung der Parabelgleichung p_2 über Punktproben mit P und Q.
Berechnung der Scheitelpunkte von p_1 und p_2.
Ermittlung der Steigungen der Geraden durch S_1 und P, S_2 und Q sowie P und S_2 und Q und S_1.
Das Viereck S_1PS_2Q ist dann ein Parallelogramm, wenn $\overline{S_2Q} \| \overline{S_1P}$ und $\overline{PS_2} \| \overline{QS_1}$ ist.



Klausuraufschrieb

Schnittpunkte von p_1 mit g:

$p_1 \cap g$: (1) $y = -x^2 + 7{,}5$

(2) $\underline{y = -x + 1{,}5}$

(1)-(2) $0 = -x^2 + x + 6$ | $\cdot -1$

$x^2 - x - 6 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 6} = 0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25}$

$x_{1,2} = 0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 3;\ \ x_2 = -2$

$x_1 \longrightarrow g$: $y_1 = -3 + 1{,}5 = -1{,}5$

$x_2 \longrightarrow g$: $y_2 = 2 + 1{,}5 = 3{,}5$

$P(-2|3{,}5);\ \ Q(3|-1{,}5)$

Parabelgleichung p_2

p_2: $y = x^2 + bx + c$ | allgemeine Parabelgleichung

(1) $3{,}5 = 4 - 2b + c$ | Punktprobe mit $P(-2|3{,}5)$

(2) $\underline{-1{,}5 = 9 + 3b + c}$ | Punktprobe mit $P(3|-1{,}5)$

(1)-(2) $5 = -5 - 5b$

$b = -2$

$b \longrightarrow (1)$: $3{,}5 = 4 - 2 \cdot (-2) + c$

$3{,}5 = 4 + 4 + c$

$c = -4{,}5$

p_2: $y = x^2 - 2x - 4{,}5$

Scheitelpunkte p_1 und p_2:

S_1: $S_1(0|7{,}5)$ | aus p_1 abgelesen

S_2: $y = x^2 - 2x - 4{,}5$

$y = (x-1)^2 - 1^2 - 4{,}5$ | quadratische Ergänzung

$y = (x-1)^2 - 5{,}5$ | Scheitelpunktgleichung

$S_2(1|-5{,}5)$

Steigungen $\overline{S_2Q}$ und $\overline{S_1P}$:

$$m_{\overline{S_2Q}} = \frac{y_Q - y_{S_2}}{x_Q - x_{S_2}} = \frac{-1{,}5-(-5{,}5)}{3-1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$m_{\overline{S_1P}} = \frac{y_P - y_{S_1}}{x_P - x_{S_1}} = \frac{3{,}5-7{,}5}{-2-0} = \frac{-4}{-2} = 2$$

Steigungen $\overline{PS_2}$ und $\overline{QS_1}$:

$$m_{\overline{PS_2}} = \frac{y_{S_2} - y_P}{x_{S_2} - x_P} = \frac{-5{,}5-3{,}5}{1-(-2)} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$m_{\overline{QS_1}} = \frac{y_{S_1} - y_Q}{x_{S_1} - x_Q} = \frac{7{,}5-(-1{,}5)}{0-3} = \frac{9}{-3} = -3$$

Wegen $\overline{S_2Q} \| \overline{S_1P}$ und $\overline{PS_2} \| \overline{QS_1}$, ist das Viereck S_1PS_2Q ein Parallelogramm.

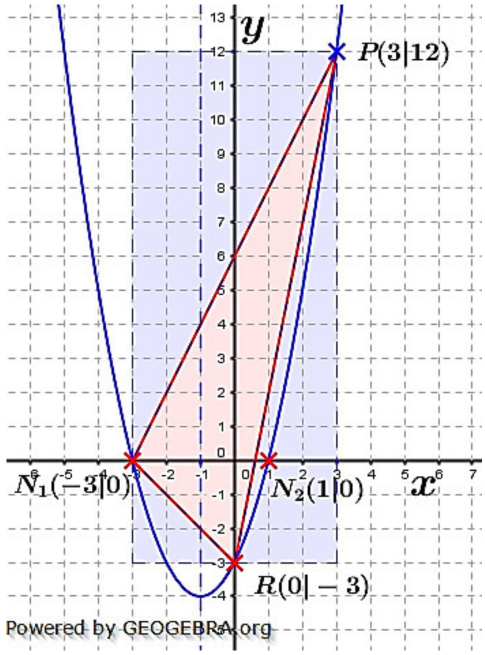
Lösung W3b/2012

Lösungslogik

Aufstellung der Parabelgleichung von p:
Durch die Angabe, dass die Symmetrieachse eine Parallele zur y–Achse durch den Punkt $A(-1|0)$ ist, wissen wir, dass die x–Koordinate des Scheitels -1 sein muss. Mithilfe einer Punktprobe mit dem Punkt $P(3|12)$ in der Scheitelpunktgleichung lässt sich die y–Koordinate des Scheitels berechnen. Wir erhalten somit die vollständige Scheitelpunktgleichung und den Scheitelpunkt der Parabel.

Nullstellenberechnung:
Wir berechnen die Nullstellen von p, indem wir y der Scheitelpunktgleichung auf 0 setzen und die Gleichung dann nach x auflösen.

Fläche des Dreiecks RPN_1:
Nachdem die Eckpunkte des Dreiecks bekannt sind, erkennen wir aus der Grafik, dass das Dreieck kein rechtwinkliges Dreieck ist.



Wir müssen somit zunächst die Fläche des Rechtecks berechnen, welches das Dreieck umschließt (siehe Grafik). Von der Fläche dieses Rechtecks müssen wir dann die Flächen der seitlichen drei Dreiecke abziehen und erhalten damit die Fläche des Dreiecks RPN_1.

Klausuraufschrieb

Aufstellung der Parabelgleichung von p:

p: $y = (x - x_S)^2 + y_S$ | Scheitelpunktgleichung

$x_S = -1$ | Symmetrieachse durch $A(-1|0)$

$y = (x + 1)^2 + y_S$

$12 = (3 + 1)^2 + y_S$ | Punktprobe mit $P(3|12)$

$12 = 16 + y_S$

$y_S = -4$

$y = (x + 1)^2 - 4$

Nullstellenberechnung:

$0 = (x + 1)^2 - 4 = x^2 + 2x + 1 - 4$

$x^2 + 2x - 3 = 0$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1 + 3} = -1 \pm \sqrt{4}$

$x_{1,2} = -1 \pm 2$

$x_1 = 1;\ \ x_2 = -3$

$N_1(1|0);\ \ N_2(-3|0)$

Fläche des Dreiecks RPN_1:

A_{RPN_1}: $A_{RPN_1} = A_{ABPC} - A_{N_1AR} - A_{RBP} - A_{PCN}$

A_{ABPC}: $A_{ABPC} = 6 \cdot 15 = 90$

A_{N_1AR}: $A_{N_1AR} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5$

A_{RBP}: $A_{RBP} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 15 = 22{,}5$

A_{PCN}: $A_{PCN} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 36$

A_{RPN_1}: $A_{RPN_1} = 90 - 4{,}5 - 22{,}5 - 36 = 27$

Der Flächeninhalt des Dreiecks RPN_1 beträgt $27\ FE$.

Lösung W4a/2012

Lösungslogik

Aufgabe zum Erwartungswert.

Aufstellen einer Tabelle aus drei Zeilen mit drei Spalten, ähnlich Aufgabe W4a/2012. Da jedoch alle Farben gewinnen, wird keine Spalte für den Spieleinsatz eingetragen.

Berechnung der Wahrscheinlichkeit für die Farbe Blau über den Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit „Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementereignisse eines Zufallsexperiments ist stets 1„.

Spalten der Zeile eins und zwei multiplizieren und in die Spalten der dritten Zeile eintragen. Vorzeichengerechte Addition der Spalteninhalte der dritten Zeile ergibt den Erwartungswert.

Berechnung der Veränderung des Gewinnplans, damit der Gewinn pro Spiel verdoppelt wird.

Klausuraufschrieb

$P(rot) = \frac{1}{4}$ $\quad P(gelb) = \frac{1}{3}$ $\quad P(blau) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$

Berechnung der Erwartungswerte

4 €	$1{,}50$ €	$0{,}60$ €
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$
$1{,}00$ €	$0{,}50$ €	$0{,}25$ €

$EX = 1{,}00 + 0{,}50 + 0{,}25 = 1{,}75$ €

Gewinn pro Spiel:

$Gewinn = Einsatz - EX = 2{,}00 - 1{,}75 = 0{,}25$ €

Verdoppelung des Gewinns:

$2 \cdot 0{,}25 = 0{,}50 = 2{,}00 - EX \Longrightarrow \quad EX = 1{,}50$

Mit einer Veränderung des Gewinns von 4 € auf 3 € ergibt sich:

$EX = 3 \cdot \frac{1}{4} + 1{,}50 \cdot \frac{1}{3} + 0{,}60 \cdot \frac{5}{12} = 0{,}75 + 0{,}50 + 0{,}25 = 1{,}50$ €

Der Gewinnplan muss von 4 € auf 3 € verändert werden, damit die Klasse den doppelten Gewinn macht.

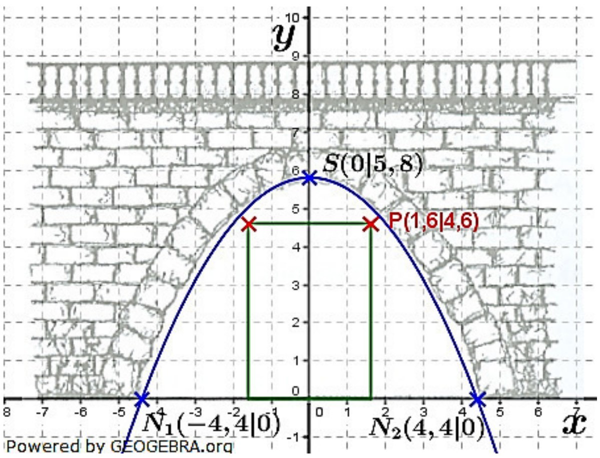
Lösung W4b/2012

Lösungslogik

Positionierung der Brücke in ein geeignetes Koordinatensystem (siehe Skizze), Festlegung der Koordinaten des Scheitels S sowie der Nullstellen N_1 und N_2.

Aufstellung der Parabelgleichung.

Prüfung, ob der Punkt $P(1{,}6|4{,}6)$ unterhalb oder oberhalb der Parabel liegt.



Klausuraufschrieb

Scheitelpunkt der Parabel: $S(0|5{,}8)$.
Nullstellen $N_1(-4{,}4|0)$ und $N_2(4{,}4|0)$.
p: $y = ax^2 + 5{,}8$
Punktprobe mit N_1:

$0 = a \cdot 4{,}4^2 + 5{,}8$	|	$-5{,}8$
$-5{,}8 = 19{,}36a$	|	$:19{,}36$
$a = -0{,}3$		

Die Gleichung der Parabel lautet $y = -0{,}3x^2 + 5{,}8$.
Prüfung, ob der Punkt P oberhalb oder unterhalb der Parabel liegt:

$y = -0{,}3 \cdot 1{,}6^2 + 5{,}8 = 5{,}03$

An der Stelle $x_0 = 1{,}6$ bzw. $x_1 = -1{,}6$ ist der Brückenbogen etwa $5\,m$ hoch. Da das landwirtschaftliche Fahrzeug eine Höhe von nur $4{,}60\,m$ hat, kann es unter der Brücke durchfahren.