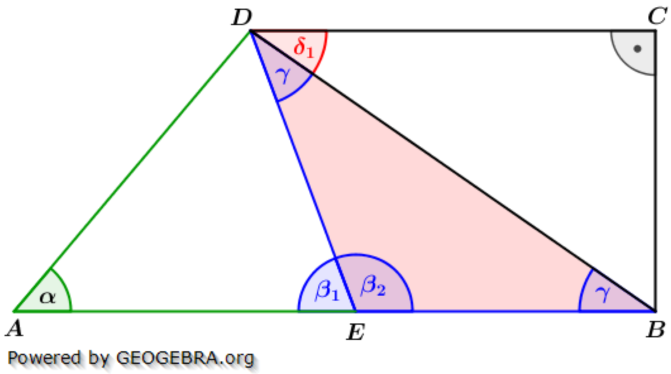
Lösung W1a/2015

Lösungslogik (einfach)



Berechnung von $\overline{ED} = \overline{EB}$ über den Kosinussatz.
Berechnung von β_1 über den Sinussatz.
Berechnung von β_2 als Ergänzungswinkel zu $180\,°$.
Berechnung von $\gamma = \delta_1$ im gleichschenkligen Dreieck EBD (δ_1.und γ sind Wechselwinkel).
Berechnung der Fläche des Dreiecks EBD über den trigonometrischen Flächeninhalt.

Klausuraufschrieb

$\overline{ED}$: $\quad \overline{ED}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AE} \cdot \overline{AD} \cdot cos\alpha \quad |$ Kosinussatz

$\overline{ED} = \sqrt{7{,}8^2 + 8{,}4^2 - 2 \cdot 7{,}8 \cdot 8{,}4 \cdot cos50°} = 6{,}868$

β_1: $\quad \frac{sin\beta_1}{\overline{AD}} = \frac{sin\alpha}{\overline{ED}} \quad |$ Sinussatz

$sin\beta_1 = \frac{\overline{AD} \cdot sin\alpha}{\overline{ED}} = \frac{8{,}4 \cdot sin50°}{6{,}868} = 0{,}93692$

$\beta_1 = sin^{-1}(0{,}93692) = 69{,}54\,°$

β_2: $\quad \beta_2 = 180° - \beta_1 = 180° - 69{,}54° = 110{,}46°$

γ: $\quad \gamma = \frac{180° - \beta_2}{2} = \frac{180\,° - 110{,}46°}{2} = 34{,}77\,°$

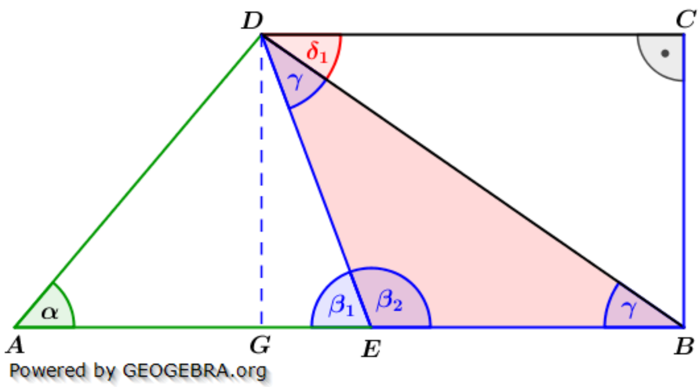
δ_1: $\quad \delta_1 = \gamma = 34{,}77$

A_{EBD}: $\quad A_{EBD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{ED}^2 \cdot sin\beta_2 \quad |$ trigonometrischer Flächeninhalt

$A_{EBD} = \frac{1}{2} \cdot 6{,}868^2 \cdot sin110{,}46° = 22{,}096$

Der Winkel δ_1 hat $34{,}8\,°$, die Fläche des Dreiecks EBD beträgt $22{,}1\ cm^2$.

Lösungslogik (umständlich)



Berechnung von $\overline{DG} = \overline{BC}$ über den $sin\alpha$.
Berechnung von $\overline{AG}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung von $\overline{GE}$ aus der Differenz von $\overline{AE}$ und $\overline{AG}$.
Berechnung von β_1 über den tan.
Berechnung von β_2 als Ergänzungswinkel zu $180\,°$.
Berechnung von $\gamma = \delta_1$ im gleichschenkligen Dreieck EBD (δ_1.und γ sind Wechselwinkel).

Berechnung von $\overline{GB}$ über den $\tan\gamma$.
Berechnung von $\overline{EB}$ aus der Differenz von $\overline{GB}$ und $\overline{GE}$.
Berechnung der Fläche A_{EBD} über die Grundseite $\overline{EB}$ und die Höhe $\overline{DG}$.

Klausuraufschrieb

$\overline{DG}$: $sin\alpha = \frac{\overline{DG}}{\overline{AD}}$ | $\cdot \overline{AD}$

$\overline{DG} = \overline{AD} \cdot sin\alpha = 8{,}4 \cdot sin50° = 6{,}4348$

$\overline{AG}$: $\overline{AG} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{DG}^2} = \sqrt{8{,}4^2 - 6{,}4348^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{DG} = \sqrt{29{,}1533} = 5{,}399$

$\overline{GE}$: $\overline{GE} = \overline{AE} - \overline{AG} = 7{,}8 - 5{,}399 = 2{,}401$

β_1: $\frac{\overline{DG}}{\overline{GE}} = tan\alpha$

$tan\alpha = \frac{6{,}4348}{2{,}401} = 2{,}680$

$\alpha = tan^{-1}(2{,}680) = 69{,}54\,°$

β_2: $\beta_2 = 180° - \beta_1 = 180° - 69{,}54° = 110{,}46°$

γ: $\gamma = \frac{180° - \beta_2}{2} = \frac{180\,° - 110{,}46°}{2} = 34{,}77\,°$

δ_1: $\delta_1 = \gamma = 34{,}77$

$\overline{GB}$: $tan\gamma = \frac{\overline{DG}}{\overline{GB}}$ | $\cdot \overline{GB};\ : tan\gamma$

$\overline{GB} = \frac{\overline{DG}}{tan\gamma} = \frac{6{,}4348}{\tan\ 34{,}77°} = 9{,}2688$

$\overline{EB}$: $\overline{EB} = \overline{GB} - \overline{GE} = 9{,}2688 - 2{,}401 = 6{,}8678$

A_{EBD}: $A_{EBD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EB} \cdot \overline{DG}$ | Die Höhe $\overline{DG}$ liegt außerhalb EBD

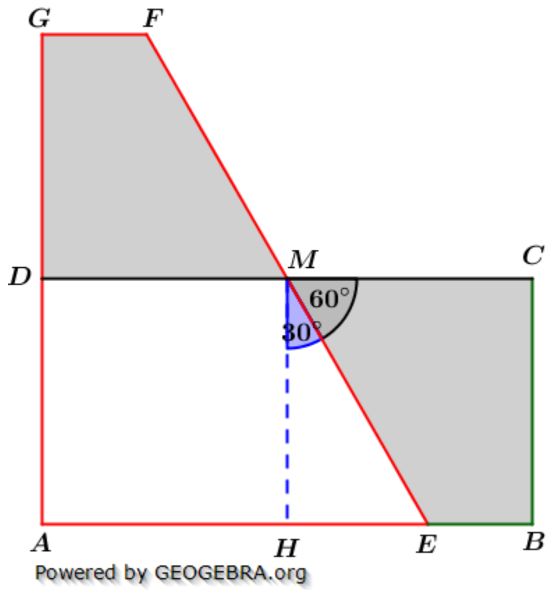
$A_{EBD} = \frac{1}{2} \cdot 6{,}8678 \cdot 6{,}4348 = 22{,}096$

Der Winkel δ_1 hat $34{,}8\,°$, die Fläche des Dreiecks EBD beträgt $22{,}1\ cm^2$.

Lösung W1b/2015

Lösungslogik

Durch eine Argumentation:
Siehe Klausuraufschrieb.
Durch Berechnung:
Der Umfang des Rechtecks $ABCD$ ist:
$2 \cdot (\overline{AB} + \overline{AD})$
Der Umfang des Vierecks $AEFG$ setzt sich zusammen aus den Strecken $\overline{AD}$, $\overline{DG} = \overline{MD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$, $\overline{GF} = \overline{EB}$ $\overline{AE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} + \overline{HE}$ sowie $2 \cdot \overline{EM}$.
Berechnung $\overline{HE}$ über $tan\ 30°$.
Berechnung $\overline{EM}$ über $cos\ 30°$.
Berechnung des Umfangs des Vierecks $AEFG$.



Klausuraufschrieb

Durch eine Argumentation:
Vom Abschnitt $EBCM$ wird lediglich die Strecke $\overline{EB}$ zur Strecke $\overline{GF}$ und $\overline{BC}$ zu $\overline{DG}$. Nicht mehr enthalten ist somit die Strecke $\overline{DC}$. Es kommt allerdings die Schnittstrecke $\overline{EM}$ zweimal hinzu, also insgesamt die Strecke $\overline{EF}$. Diese ist jedoch länger, als die Strecke $\overline{DC}$.
Bea hat nicht Recht.

Durch Berechnung:

$u_{ABCD} = 2 \cdot \left(\overline{AB} + \overline{AD}\right) = 2 \cdot (6e + 3e) = 18e$

u_{AEFG}: $u_{AEFG} = \overline{AG} + \overline{GF} + \overline{FE} + \overline{AE}$

$\overline{AG}$: $\overline{AG} = \overline{AD} + \overline{DG} = 2 \cdot \overline{AD} = 6e$

$\overline{GF}$: $\overline{GF} = \overline{EB} = \overline{HB} - \overline{HE}$ mit $\overline{HB} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} \cdot 6e = 3e$

$\overline{HE}$: $tan\ 30° = \frac{\overline{HE}}{\overline{HM}} = \frac{\overline{HE}}{3e} \qquad | \cdot 3e$

$\overline{HE} = 3e \cdot tan30° = 3e \cdot \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}e$

$\overline{GF} = 3e - \sqrt{3}e$

$\overline{FE}$: $\overline{FE} = 2 \cdot \overline{EM}$

$\frac{\overline{HM}}{\overline{EM}} = cos30° \qquad | \cdot \overline{EM};\ : cos30°$

$\overline{EM} = \frac{\overline{HM}}{cos30°} = \frac{3e}{\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}} = \frac{6e}{\sqrt{3}} = 2e \cdot \sqrt{3}$

$\overline{FE} = 4e \cdot \sqrt{3}$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{EB} = 6e - \left(3e - \sqrt{3}e\right) = 3e + \sqrt{3}e$

$u_{AEFG} = 6e + 3e - \sqrt{3}e + 4e \cdot \sqrt{3} + 3e + \sqrt{3}e = 12e + 4e \cdot \sqrt{3}$

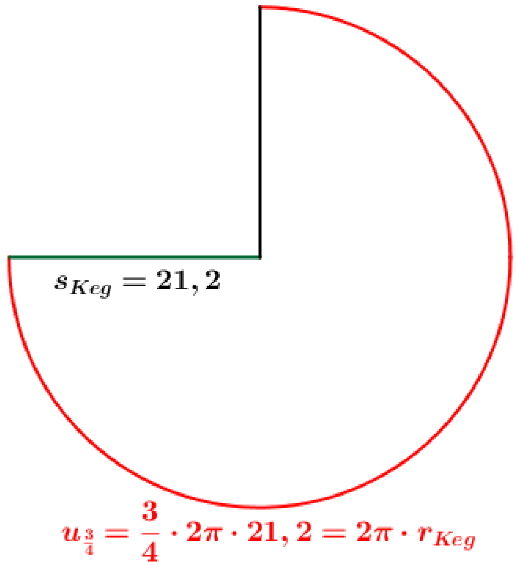
Wegen $18e \neq 12e + 4e \cdot \sqrt{3}$ *hat Bea nicht Recht.*

Lösung W2a/2015

Lösungslogik

Kegel:

Der Radius des Dreiviertelkreises wird zur Seitenlänge s_{Keg} des Kegels. Die Länge des Kreisbogens des Dreiviertelkreises wird zum Umfang des Grundkreises des Kegels. Über diesen Umfang ermitteln wir den Radius r_{Keg} des Kegels. Mithilfe des Satz des Pythagoras ergibt sich dann die Höhe h_{Keg} des Kegels.



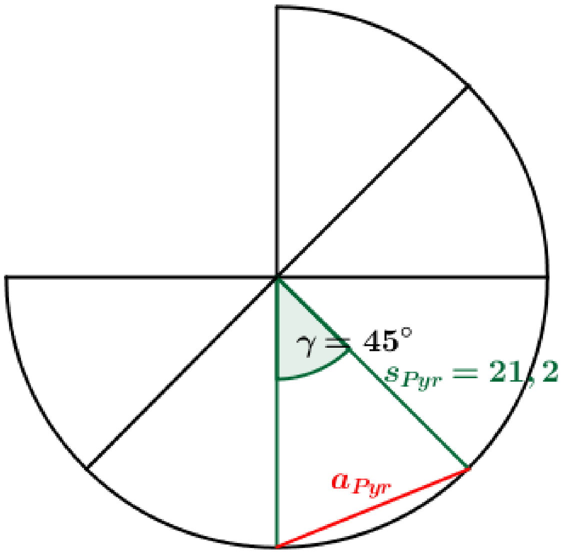
Powered by GEOGEBRA.org

Sechseckpyramide:

Der Radius des Dreiviertelkreises wird zur Seitenlänge s_{Pyr} der Pyramide. Der Spitzenwinkel eines Seitendreicks ergibt sich aus dem Öffnungswinkel des Dreiviertelkreises von $270°$ dividiert durch 6 zu $\gamma = 45°$.

Wir berechnen nun die Seitenkante a_{Pyr} der Pyramide über den $sin\frac{\gamma}{2}$.

Die Grundfläche der Sechseck-pyramide ist ein gleichmäßiges Sechseck. Ein Teildreieck dieses Sechsecks ist ein gleichseitiges Dreieck mit den Seitenlängen a_{Pyr}. Die Höhe der Pyramide lässt sich nun über den Satz des Pythagoras ermitteln aus $h_{Pyr} = \sqrt{s_{Pyr}^2 - a_{Pyr}^2}$.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Kegel:

$s_{Keg} = 21,2$

$u_{\frac{3}{4}}$: $\quad u_{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \cdot 21,2 = 99,90$

r_{Keg}: $\quad u_{\frac{3}{4}} = 2\pi \cdot r_{Keg} = 99,90 \quad | \quad : 2\pi$

$\quad r_{Keg} = \frac{99,90}{2\pi} = 15,9$

h_{Keg}: $\quad h_{Keg} = \sqrt{s_{Keg}^2 - r_{Keg}^2} = \sqrt{21,2^2 - 15,9^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\quad h_{Keg} = \sqrt{196,63} = 14,02$

Sechseckpyramide:

$s_{Pyr} = 21{,}2$

γ: $\quad \gamma = \frac{270°}{6} = 45\,°$

a_{Pyr}: $\quad sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\frac{a_{Pyr}}{2}}{s_{Pyr}} \quad | \quad \cdot s_{Pyr}$

$\frac{a_{Pyr}}{2} = s_{Pyr} \cdot sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad | \quad \cdot 2$

$a_{Pyr} = 2 \cdot s_{Pyr} \cdot sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2 \cdot 21{,}2 \cdot sin22{,}5° = 16{,}2258$

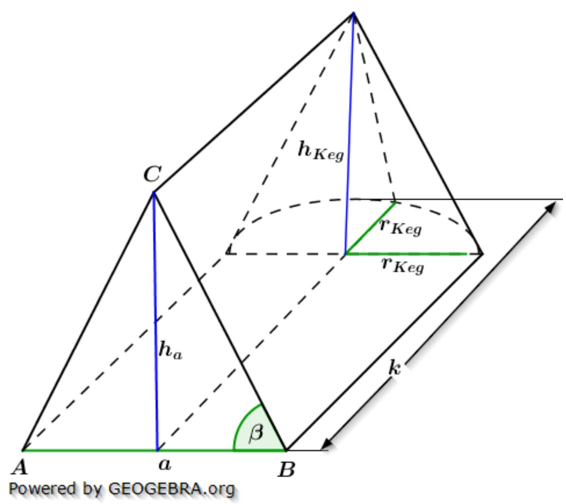
h_{Pyr}: $\quad h_{Pyr} = \sqrt{s_{Pyr}^2 - a_{Pyr}^2} = \sqrt{21{,}2^2 - 16{,}2258^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$h_{Keg} = \sqrt{186{,}1634} = 13{,}64$

Lösung W2b/2015

<u>Lösungslogik</u>

Das gegebene Volumen $V_{Körper} = 1280\ cm^3$ setzt sich zusammen aus dem Volumen des Dreiecksprismas zuzüglich dem Volumen des Halbkegels. Der Radius r_{Keg} ist gleich der halben Länge der Kante a. Die Höhe h_a zur Berechnung des Volumens des Dreiecksprismas ermitteln wir über den $tan\beta$. Die Höhe des Dreiecksprismas ergibt sich aus $k - r_{Keg}$.
Zur Berechnung des Volumen des Halbkegels ist $h_{Keg} = h_a$.
Alle erforderlichen Werte sind nun bekannt, wir stellen die Formel für das Gesamtvolumen auf und lösen die Formel nach k auf.



<u>Klausuraufschrieb</u>

$V_{Körper} = 1280 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a.(k - r_{Keg}) + \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$

r_{Keg}: $\quad r_{Keg} = \frac{a}{2} = 5{,}7$

h_a: $\quad tan\beta = \frac{h_a}{\frac{a}{2}} \quad | \quad \cdot \frac{a}{2}$

$h_a = \frac{a}{2} \cdot tan\beta = 5{,}7 \cdot tan62° = 10{,}72$

h_{Keg}: $\quad h_{Keg} = h_a$

Alle Unbekannten sind nun bekannt.

k: $\quad \frac{1}{2} \cdot 11{,}4 \cdot 10{,}72 \cdot (k - 5{,}7) + \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot 5{,}7^2 \cdot 10{,}72 = 1280$

$61{,}104 \cdot (k - 5{,}7) + 182{,}3657 = 1280 \quad | \quad -182{,}3657$

$61{,}104 \cdot (k - 5{,}7) = 1097{,}6343 \quad | \quad :61{,}104$

$k - 5{,}7 = 17{,}9634 \quad | \quad +5{,}7$

$k = 23{,}66$

Die Gesamtlänge von k beträgt $23{,}66\ cm$.

Lösung W3a/2015

Lösungslogik

Parabelgleichung:
Die allgemeine Gleichung einer Normalparabel lautet $y = x^2 + bx + c$. In der Wertetabelle lesen wir den Punkt $P(0|11)$ ab, was zu $c = 11$ führt (c ist y–Achsenabschnitt). Über eine Punktprobe mit einem der beiden anderen gegebenen Punkte errechnen wir b.
Wertetabelle:
Mithilfe der gefundenen Parabelgleichung ermitteln wir die fehlenden y–Werte.
Gerade g:
Mit der gegebenen Steigung $m = -1$ lautet die allgemeine Gleichung $y = -x + b$.
Mithilfe einer Punktprobe mit $P(-2{,}5|6)$ errechnen wir b.
Anschließend schneiden wir die Parabel p mit der Geraden g und stellen fest, dass die daraus entstehende Gleichung keine Lösung hat.
Gerade h:
Wegen Parallelität hat auch h die Steigung $m = -1$. Wir ermitteln zunächst den Scheitelpunkt S der Parabel p, machen eine Punktprobe mit der Geraden h und erhalten die vollständige Geradengleichung.
Wir setzen diese Geradengleichung auf 0, lösen nach x auf und erhalten dadurch den Schnittpunkt von h mit der x–Achse.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung:

p: $y = x^2 + bx + c$ | allgemeine Form der Parabel
$S_y(0|11)$ | Schnittpunkt mit der y-Achse
$y = x^2 + bx + 11$
$P_1(1|6);\ P_2(4|3)$ | Punkte aus Wertetabelle
$6 = 1^2 + b + 11$ | Punktprobe mit P_1
$6 - 12 = b \implies b = -6$

Die Gleichung der Parabel lautet $y = x^2 - 6x + 11$.
Wertetabelle:

$y_2 = 2^2 - 6 \cdot 2 + 11 = 3$ | y-Wert für $x = 2$
$y_3 = 3^2 - 6 \cdot 3 + 11 = 2$ | y-Wert für $x = 3$
$y_5 = 6$ | y-Wert für $x = 5$

x	0	1	2	3	4	5
y	11	6	3	2	3	6

Gerade g:

g: $y = -x + b$ | Geradengleichung mit $m = -1$
$P(-2{,}5|6)$
$6 = -(-2{,}5) + b$ | Punktprobe mit $P(-2{,}5|6)$
$6 - 2{,}5 = b \implies b = 3{,}5$
$y = -x + 3{,}5$
$p \cap g$: $x^2 - 6x + 11 = -x + 3{,}5$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$x^2 - 5x + 7{,}5 = 0$ | p/q-Formel
$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 7{,}5}$
$x_{1,2} = 2{,}5 \pm \sqrt{-0{,}75}$

Wegen $D < 0$ hat diese Gleichung keine Lösung und damit haben p und g keine gemeinsamen Punkte.

Gerade h:

S_p:	$y = x^2 - 6x + 11$	Parabelgleichung von p
	$y = (x-3)^2 - 9 + 11$	quadratische Ergänzung
	$y = (x-3)^2 + 2$	Scheitelpunktform von p
	$S_p(3\|2)$	Koordinaten des Scheitels
h:	$y = -x + b$	Geradengleichung mit $m = -1$
	$2 = -3 + b$	Punktprobe mit $S_p(3\|2)$
	$b = 5$	
	$y = -x + 5$	
	$0 = -x + 5 \Longrightarrow \quad x = 5$	Schnittpunkt mit der x-Achse

Die Koordinaten des Schnittpunktes von h mit der x–Achse sind $R(5|0)$.

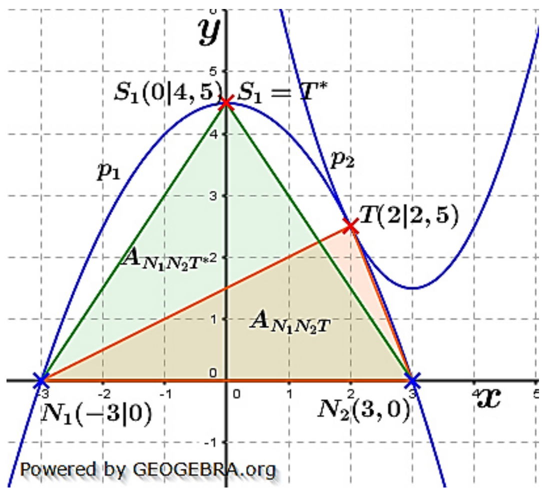
Lösung W3b/2015

Lösungslogik

Parabelgleichungen:

Für die Parabel p_1 lesen wir c aus dem gegebenen Scheitelpunkt S_1 mit $4{,}5$ ab. (c ist y–Achsenabschnitt). Über eine Punktprobe mit N_1 oder N_2 errechnet sich a.

Für die Parabel p_2 stellen wir die Scheitelpunktgleichung auf und wandeln diese in die allgemeine Form um.



Gemeinsamer Punkt:

Mithilfe der gefundenen Parabelgleichungen ermitteln wir den gemeinsamen Punkt T durch Gleichsetzung.

Dreieck N_1N_2T:

Die Basis des Dreiecks ist die Strecke zwischen N_1 und N_2. Die Höhe des Dreiecks entspricht der y–Koordinate des Punktes T.

Maximaler Flächeninhalt für Dreieck $N_1N_2T^*$

T wandert auf p_1 oberhalb der x–Achse nach T^*. Im Scheitel von p_1 ist der y–Wert des Punkte T^* maximal und damit auch die Höhe des Dreiecks $N_1N_2T^*$ sowie dessen Fläche.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichungen:

p_1:	$y = ax^2 + c$	
	$S_1(0\|4{,}5)$	Schnittpunkt mit der y-Achse
	$c = 4{,}5$	
	$y = ax^2 + 4{,}5$	
	$N_1(-3\|0)$; $\;N_2(3\|0)$	gegebene Punkte
	$0 = 3^2 a + 4{,}5$	Punktprobe mit N_2
	$-4{,}5 = 9a \;\Longrightarrow\; a = -\frac{1}{2}$	

Die Gleichung der Parabel p_1 lautet $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5$.

p_2: $y = (x - x_S)^2 + y_S$ | Scheitelpunktform
$S_2(3|1{,}5)$ | gegebener Scheitel
$y = (x - 3)^2 + 1{,}5$
$y = x^2 - 6x + 10{,}5$

Die Gleichung der Parabel p_2 lautet $y = x^2 - 6x + 10{,}5$.

Gemeinsamer Punkt:

$p_1 \cap p_2$: $x^2 - 6x + 10{,}5 = -\frac{1}{2}x^2 + 4{,}5$ | Schnittpunkte durch Gleichsetzung
$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 6 = 0$ | $\cdot \frac{2}{3}$
$x^2 - 4x + 4 = 0$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 4}$ | p/q-Formel
$x_T = 2$
$y_T = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 4{,}5 = 2{,}5$

Der gemeinsame Punkt T hat die Koordinaten $T(2|2{,}5)$.

Dreieck N_1N_2T:

$A_{N_1N_2T}$: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ | Flächenformel Dreieck
$c = \overline{N_1N_2} = 6$
$h_c = y_T = 2{,}5$
$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$

Das Dreieck N_1N_2T hat eine Fläche von $7{,}5\ FE$.

Dreieck $N_1N_2T^*$:

Die y–Koordinate von T^* auf p_1 ist dann am größten, wenn T in den Scheitelpunkt S_1 von p_1 wandert. Diese ist jedoch $4{,}5$. Damit ist auch die Dreiecksfläche $N_1N_2T^*$ am größten.

$A_{N_1N_2T^*}$: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ | Flächenformel Dreieck
$c = \overline{N_1N_2} = 6$
$h_c = y_{T^*} = 4{,}5$
$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4{,}5 = 13{,}5$

Mit T^* im Scheitelpunkt von p_1 hat das Dreieck $N_1N_2T^*$ eine Fläche von $13{,}5\ FE$.

Lösung W4a/2015

<u>Lösungslogik</u>

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die schwarzen und die roten Karten.
Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten hintereinander ohne Zurücklegen.
Eine rote und eine schwarze Karte hat die Ergebnisse „schwarz, rot“ oder „rot, schwarz“.
Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.
Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

$P(schwarz)=\frac{7}{12};\quad P(rot)=\frac{5}{12}$

$P(eine\ rote\ und\ eine\ schwarze\ Karte)=P\{(r;s),(s,r)\}=P(r,s)+P(s,r)$

$P(r,s)=\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{11}=\frac{35}{132}\qquad P(r,s)=\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{11}=\frac{35}{132}$

$P(eine\ rote\ und\ eine\ schwarze\ Karte)=\frac{35}{132}+\frac{35}{132}=\frac{70}{132}\approx 53{,}03\ \%$

Erwartungswerte:

$P(zweimal\ Karo)=\frac{3}{12}\cdot\frac{2}{11}=\frac{6}{132}\qquad P(zweimal\ Herz)=\frac{2}{12}\cdot\frac{1}{11}=\frac{2}{132}$

Gewinnplan 1

	$P(zweimal\ Karo)$	$P(zweimal\ Herz)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$-9{,}00$ €	$-4{,}00$ €	$1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{2}{132}$	$\frac{6}{132}$	$\frac{124}{132}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$-0{,}14$ €	$-0{,}18$ €	$0{,}94$ €
EX	$-0{,}14\ € - 0{,}18\ € + 0{,}94\ € = 0{,}62\ €$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von $0{,}62$ € pro Spiel rechnen.

Gewinnplan 2

	$P(zweimal\ Karo)$	$P(zweimal\ Herz)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$-19{,}00$ €	$-4{,}00$ €	$1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{2}{132}$	$\frac{6}{132}$	$\frac{124}{132}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$-0{,}29$ €	$-0{,}18$ €	$0{,}94$ €
EX	$-0{,}29\ € - 0{,}18\ € + 0{,}94\ € = 0{,}47\ €$		

Der Spielebetreiber kann nach wie vor mit einer Einnahme pro Spiel rechnen, der Spielebetreiber hat nicht Recht.

Lösung W4b/2015

Lösungslogik

Aus der Skizze lesen wir ab, dass die y–Achse des Koordinatensystems gleichzeitig Symmetrieachse der Wurfparabel ist. Damit befindet sich der Abwurfpunkt bei $P(-4{,}3|2{,}2)$.

Parabelgleichung und Wurfweite von David:

Aus dem Aufgabentext ergibt sich, dass sich der Scheitel der Parabel bei $S_{David}(0|3{,}9)$ befindet. Damit ist $c=3{,}9$ (c ist y–Achsenabschnitt). Über eine Punktprobe mit $P(-4{,}3|2{,}2)$ errechnen wir a.

Die Weite, die David stößt, ergibt sich aus dem Schnittpunkt der Parabel mit der x–Achse für ein positives x. Dem errechneten Wert müssen noch $4{,}3\ m$ zugeschlagen werden wegen der Abwurfstelle bei $x=-4{,}3$.

Wurfweite von Tom:

Da die Parabelgleichung gegeben ist, ist die Angabe der Abwurfhöhe von Tom überflüssig. Die Wurfweite von Tom ergibt sich wie die Wurfweite von David über die Rechte Nullstelle von Toms Parabelgleichung zuzüglich $4{,}3\ m$.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichungen und Wurfweite von David:

p_{David}: $y = ax^2 + c$

$S_1(0|3,9)$ | Schnittpunkt mit der y-Achse

$c = 3,9$

$y = ax^2 + 3,9$

$P(-4,3|2,2)$ | Abwurfstelle David

$2,2 = (-4,3)^2 a + 3,9$ | Punktprobe mit P

$-1,7 = 18,49a$

$a = -\frac{1,7}{18,49} = -0,092$

$y = -0,092x^2 + 3,9$

$-0,092x^2 + 3,9 = 0$ | Nullstellenberechnung

$0,092x^2 = 3,9$ | $:0,092$

$x^2 = \frac{3,9}{0,092} = 42,3913$ | $\sqrt{\ }$

$x_1 = 6,51$

$w_{David} = 6,51 + 4,3 = 10,81$

David stößt $10,81\,m$ *weit.*

Wurfweite von Tom:

p_{Tom}: $y = -\frac{1}{10}x^2 + 3,5$

Sei Q der Abstoßpunkt, dann gilt:

$1,90 = -\frac{1}{10}x^2 + 3,5$ | $\cdot 10;\ +x^2;\ -19$

$x^2 = 35 - 19 = 16$

$x_{1,2} = \pm 4$

Da sich die Abwurfstelle links des Ursprungs befindet, gilt:

$Q(-4|1,9)$

Berechnung des rechten Auftreffpunktes der Kugel:

$-\frac{1}{10}x^2 + 3,5 = 0$ | Nullstellenberechnung

$0,1x^2 = 3,5$ | $:0,1$

$x^2 = \frac{3,5}{0,1} = 35$ | $\sqrt{\ }$

$x_1 = 5,92$

$w_{Tom} = 5,92 + 4 = 9,92$

Tom stößt $9,92\,m$ *weit.*

$w_{David} - w_{Tom} 10,81 - 9,92 = 0,89$

David stößt um $0,89\,m$ *weiter als Tom.*