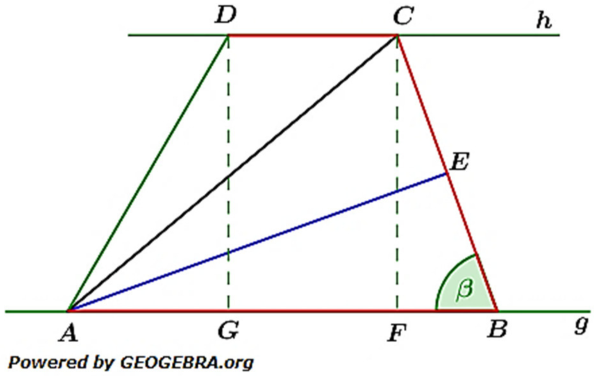
Lösung W1a/2016

Lösungslogik



Wegen $g \| h$ mit einem Abstand von $9\ cm$ lässt sich die Strecke $\overline{BC}$ über den $sin\beta$ berechnen.
Wegen $\overline{AB} = \overline{AC}$ ist das Dreieck ABC gleichseitig. Damit ist $\overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{BC}$. Darüber berechnen wir die Strecke $\overline{AB}$ über den $cos\beta$.
Wir berechnen die Strecke $\overline{FB}$ über den Satz des Pythagoras.
Wir berechnen die Strecke $\overline{AG}$ über den Satz des Pythagoras.
Die Strecke $\overline{CD}$ errechnet sich dann über $\overline{CD} = \overline{AB} - \overline{AG} - \overline{FB}$.
Der Umfang des Vierecks $ABCD$ kann gebildet werden.

Klausuraufschrieb

$\overline{BC}$: $\quad sin\beta = \frac{\overline{CF}}{\overline{BC}} \quad | \quad \cdot \overline{BC};\ :sin\beta$

$\overline{BC} = \frac{\overline{CF}}{sin\beta} = \frac{9}{sin70°} = 9{,}5776$

Das Dreieck ABC ist gleichschenklig. Deswegen gilt $\overline{BE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC}$.

$\overline{AB}$: $\quad cos\beta = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} \quad | \quad \cdot \overline{AB};\ :cos\beta$

$\overline{AB} = \frac{\overline{BE}}{cos\beta} = \frac{4{,}7888}{cos70°} = 14{,}0$

$\overline{FB}$: $\quad \overline{FB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{FC}^2} = \sqrt{9{,}5776^2 - 9^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{FB} = \sqrt{10{,}7304} = 3{,}2757$

$\overline{AG}$: $\quad \overline{AG} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{GD}^2} = \sqrt{10{,}4^2 - 9^2} \quad |$ Satz des Pythagoras

$\overline{AG} = \sqrt{27{,}16} = 5{,}2115$

$\overline{DC}$: $\quad \overline{DC} = \overline{AB} - \overline{AG} - \overline{FB} = 14{,}0 - 5{,}2115 - 3{,}2757 = 5{,}5128$

u_{ABCD}: $\quad u_{ABCD} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD}$

$u_{ABCD} = 14{,}0 + 9{,}5776 + 5{,}5128 + 10{,}4 = 39{,}4904$

Der Umfang des Vierecks $ABCD$ beträgt $39{,}5\ cm$.

Lösung W1b/2016

Lösungslogik

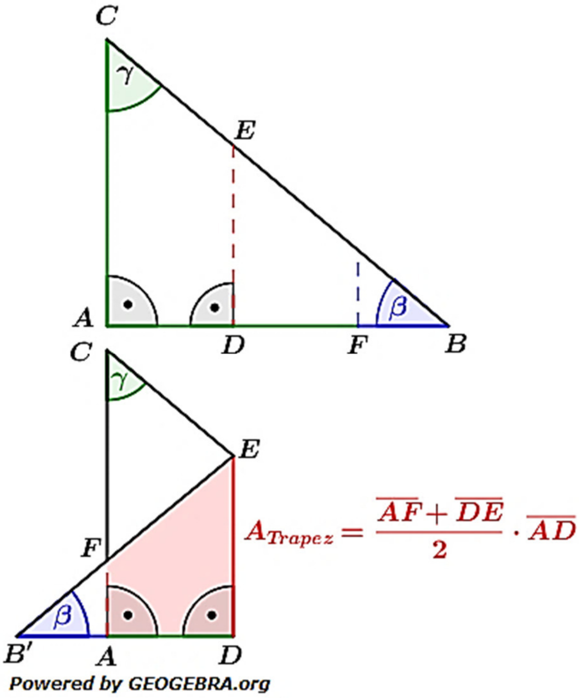
Wir bestimmen zunächst den Winkel β als Ergänzungswinkel im rechtwinkligen Dreieck ABC.

Berechnung der Strecke $\overline{AB}$ über den $tan\beta$.

Wegen der Klappung an der Kante $\overline{DE}$ ist die Strecke $\overline{DF} = \overline{AD} = 5\ cm$. Dadurch können wir die Strecke $\overline{FB}$ bestimmen. Jetzt lässt sich $\overline{DE}$ über den $tan\beta$ berechnen.

Weiterhin ist $\overline{B'A} = \overline{FB}$ (siehe Grafik). Damit lässt sich $\overline{DE}$ als auch $\overline{AF}$ über den $tan\beta$ berechnen.

Wir berechnen abschließend noch die Fläche des Trapezes über dessen Flächenformel.



Klausuraufschrieb

β: $\beta = 90° - \gamma = 90° - 50° = 40°$

$\overline{AB}$: $tan\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ | $\cdot \overline{AB};\ : tan\beta$

$\overline{AB} = \frac{\overline{AC}}{tan\beta} = \frac{11{,}4}{tan40°} = 13{,}586$

$\overline{FB}$: $\overline{FB} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{AD} = 13{,}586 - 10 = 3{,}586$

$\overline{B'A}$: $\overline{B'A} = \overline{FB} = 3{,}586$

$\overline{AF}$: $tan\beta = \frac{\overline{AF}}{\overline{B'A}}$ | $\cdot \overline{B'A}$

$\overline{AF} = \overline{B'A} \cdot tan\beta = 3{,}586 \cdot tan40° = 3{,}0$

$\overline{DE}$: $tan\beta = \frac{\overline{DE}}{\overline{B'D}}$ | $\cdot \overline{B'D}$

$\overline{DE} = \overline{B'D} \cdot tan\beta = 8{,}586 \cdot tan40° = 7{,}20$

A_{Trapez}: $A_{Trapez} = \frac{\overline{AF}+\overline{DE}}{2} \cdot \overline{AD} = \frac{3{,}0+7{,}20}{2} \cdot 5 = 25{,}5$

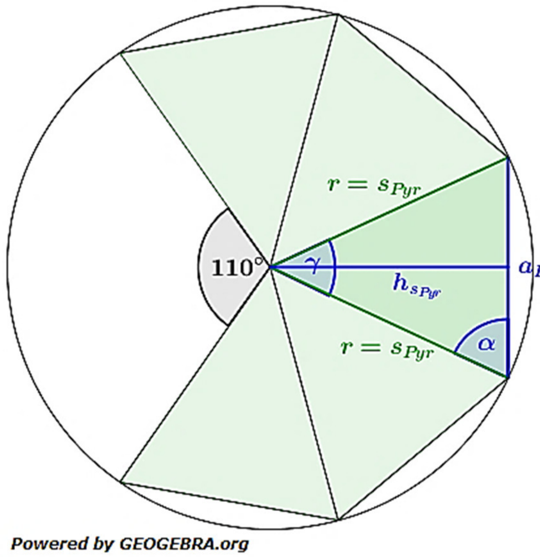
Die Fläche des Vierecks $ADEF$ beträgt $25{,}5\ cm^2$.

Lösung W2a/2016

Lösungslogik

In der gegebenen Aufgabengrafik wird ein Teildreieck zur Seitenfläche der Pyramide. Zur Berechnung der regelmäßigen fünfseitigen Grundfläche der Pyramide benötigen wir zunächst die Länge der Seitenkante a_{Pyr}. Der gegebene Radius wird zur Seitenkante s_{Pyr} der Pyramide. Weiterhin benötigen wir später für die Berechnung der Höhe der Pyramide die Länge der Höhe der Seitenfläche $h_{s_{pyr}}$.

Wir bestimmen als erstes die Winkel γ und α der Seitenfläche und berechnen daraus die zuvor beschriebenen Werte.

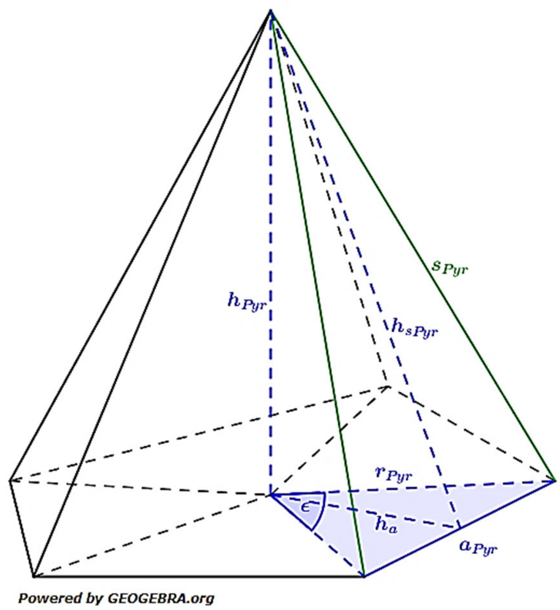


Fünfeckpyramide:

Die nebenstehende Grafik zeigt die Situation nach dem Falten der Pyramide. Zur Berechnung des Volumens benötigen wir die Größe der Grundfläche sowie die Höhe h_{Pyr} der Pyramide.

Die Grundfläche ist ein regelmäßiges Fünfeck mit der Kantenlänge a_{Pyr} und setzt sich zusammen aus fünf gleichschenkligen Dreiecken. Wir benötigen also die Fläche eines solchen Teildreiecks, berechnen hierfür zunächst den Innenwinkel ϵ und mittels $sin\frac{\epsilon}{2}$ und $\frac{a_{Pyr}}{2}$ dann r_{Pyr}. Mittels dem trigonometrischen Flächeninhalt für Dreiecke berechnen wir die Fläche eines Teildreiecks.

Abschließend benötigen wir noch die Höhe h_{Pyr} der Pyramide, die wir über den Satz des Pythagoras mithilfe von r_{Pyr} und s_{Pyr} berechnen.



Klausuraufschrieb

γ: $\quad \gamma = \frac{360°-110°}{5} = 50°$

α: $\quad \alpha = \frac{180°-\gamma}{2} = \frac{180°-50}{2} = 65°$

a_{Pyr}: $\quad \frac{a_{Pyr}}{sin\gamma} = \frac{r}{sin\alpha} \quad | \cdot sin\gamma$

$a_{Pyr} = \frac{r \cdot sin\gamma}{sin\alpha} = \frac{8{,}3 \cdot sin50°}{sin65°} = 7{,}02$

s_{Pyr}: $s_{Pyr} = r = 8{,}3$

ϵ: $\epsilon = \frac{360°}{5} = 72\,°$ | Spitzenwinkel im Fünfeck

r_{Pyr}: $sin\frac{\epsilon}{2} = \frac{\frac{a_{Pyr}}{2}}{r_{Pyr}}$ | $\cdot r_{Pyr}$; $: sin\frac{\epsilon}{2}$

$r_{Pyr} = \frac{\frac{a_{Pyr}}{2}}{sin\frac{\epsilon}{2}} = \frac{3{,}51}{sin36°} = 5{,}9716$

A_Δ: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot r_{pyr} \cdot r_{pyr} \cdot sin\epsilon$ | trigonometrischer Flächeninhalt

$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 5{,}9716^2 \cdot sin72° = 16{,}9573$

G_{Pyr}: $G_{Pyr} = 5 \cdot A_\Delta = 5 \cdot 16{,}9573 = 84{,}7865$

h_{Pyr}: $h_{Pyr} = \sqrt{s_{Pyr}^2 - r_{Pyr}^2} = \sqrt{8{,}3^2 - 5{,}9716^2}$ | Satz des Pythagoras

$h_{Pyr} = \sqrt{33{,}223} = 5{,}7645$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G_{Pyr} \cdot h_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 84{,}7867 \cdot 5{,}7645 = 162{,}9176$

Das Volumen der Pyramide beträgt etwa $163\ cm^3$.

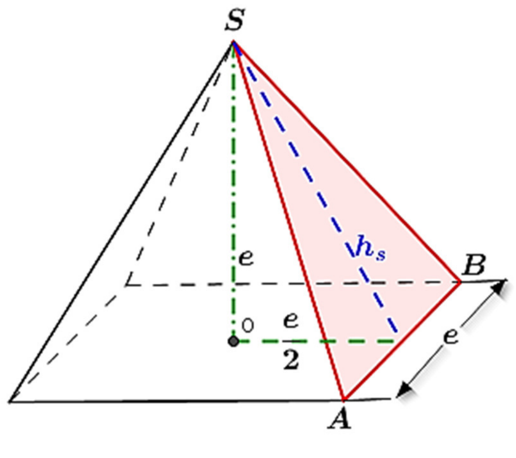
Lösung W2b/2016

Lösungslogik

Linke Pyramide:

$$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot h_s$$

Wir berechnen h_s über den Satz des Pythagoras. Danach kann die Fläche angegeben werden.



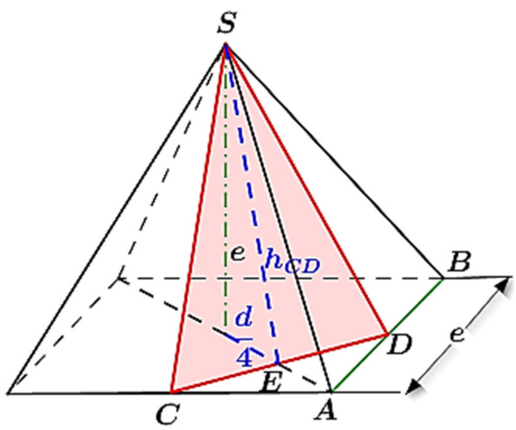
Powered by GEOGEBRA.org

Rechte Pyramide:

$$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot h_{CD}$$

Wir ermitteln $\overline{CD}$ über den Satz des Pythagoras und den beiden bekannten Strecken $\overline{CA} = \overline{AD} = \frac{e}{2}$.

h_{CD} lässt sich ebenfalls über den Satz des Pythagoras ermitteln, hierzu benötigen wir aber zuerst die Länge der Diagonalen der Grundfläche, den die Strecke vom Fußpunkt der Höhe e zum Punkt E (siehe Grafik) entspricht einem Viertel der Diagonalen d.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Dreieck ABS:

$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot h_s$

h_S: $h_S = \sqrt{e^2 + \frac{e^2}{4}} = \sqrt{\frac{5e^2}{4}} = \frac{e}{2} \cdot \sqrt{5}$

$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{e}{2} \cdot \sqrt{5} = \frac{e^2}{4} \cdot \sqrt{5}$

Formel (3) gehört zum Dreieck ABS.

Dreieck CDS:

$A_{CDS} = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot h_{CD}$

$\overline{CD}$: $\overline{CD} = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{e}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2e^2}{4}} = \frac{e}{2} \cdot \sqrt{2}$ | Satz des Pythagoras

d: $d = \sqrt{e^2 + e^2} = e\sqrt{2}$ | Satz des Pythagoras

h_{CD}: $h_{CD} = \sqrt{e^2 + \frac{d^2}{16}} = \sqrt{e^2 + \frac{2e^2}{16}} = \sqrt{\frac{18e^2}{16}}$ | Satz des Pythagoras

$= \frac{e}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot 9} = \frac{3}{4} e \cdot \sqrt{2}$

$A_{ABS} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{3}{4} e \cdot \sqrt{2} = \frac{6e^2}{16} = \frac{3e^2}{8}$

Formel (1) gehört zum Dreieck CDS.

Lösung W3a/2016

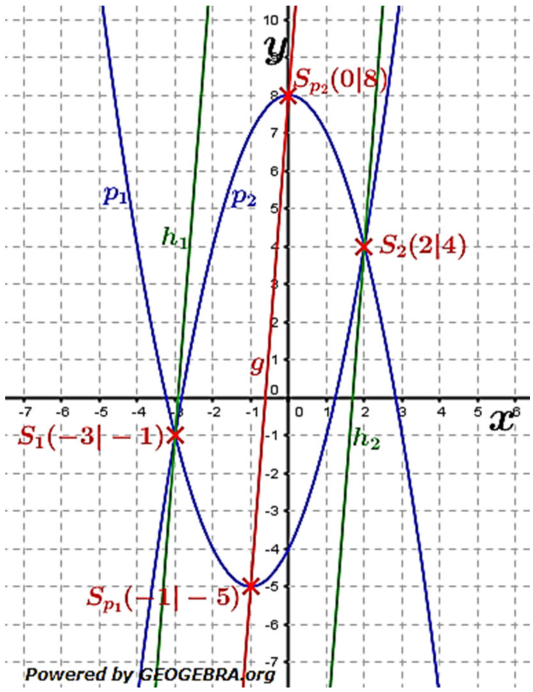
<u>Lösungslogik</u>

Parabelgleichung p_1:

Die allgemeine Gleichung einer Normalparabel lautet $y = x^2 + bx + c$.

Elegante Lösung:

Die gegebenen Parabelpunkte A und B haben in x-Richtung einen Abstand von 4 Einheiten. Wegen der Symmetrie der Parabel liegt die Symmetrieachse somit bei $x = -1$. Da der Abstand z. B. des Punktes B zur Symmetrieachse 2 ist, muss der Scheitel der Parabel somit um 4 Einheiten tiefer liegen als die y-Koordinate des Punktes B. Der Scheitel der Parabel hat also die Koordinaten $S_{p_1}(-1|-5)$. Damit lautet die Parabelgleichung $y = (x+1)^2 - 5$.



Standard Lösung:

Mit dem gegebenen Punkt A sowie dem gut erkennbaren Schnittpunkt mit der y-Achse $S_y(0|-4)$ machen wir Punktproben und berechnen damit die Parameter b und c der allgemeinen Parabelgleichung.

Geradengleichung g:

Wir bestimmen die Scheitelpunkte von p_1 und p_2, berechnen darüber die Steigung der Geraden und setzen den y–Achsenabschnitt auf 8, da der Scheitel von p_2 auf der y-Achse liegt.

Geradengleichung h:
Wir berechnen zunächst die Schnittpunkte von p_1 und p_2 durch Gleichsetzung.
Da h parallel zu g verlaufen soll, ist die Steigung von g und h dieselbe. h hat lediglich einen andere y-Achsenabschnitt b.
Wir machen in der Gleichung $y = 13x + b$ eine Punktprobe mit einem der zuvor ermittelten Schnittpunkte zur Berechnung von b. Wegen der zwei Schnittpunkte gibt es hier auch zwei Geraden. Es genügt jedoch, nur eine Gerade aufzustellen.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p_1:

p_1: $y = x^2 + bx + c$ | allgemeine Form der Parabel

Elegante Lösung:

$x_B - x_A = 1 - (-3) = 4$ | waagrechte Strecke zwischen A und B

$\frac{x_B - x_A}{2} = 2$

$x_A - 2 = -1$ | Position der Symmetrieachse

Die Symmetrieachse von p_1 ist $x = -1$

Wegen des waagrechten Abstandes von 2 der Punkte A und B zur Symmetrieachse liegt der Scheitelpunkt der Parabel 4 Einheiten tiefer als die y-Koordinate der Punkte A und B.

$S_{p_1}(-1|-5)$ | Scheitelpunkt von p_1

$y = (x+1)^2 - 5$ | Scheitelpunktgleichung von p_1

Standard Lösung:

Wegen des Schnittpunktes von p_1 mit der y-Achse $S_y(0|-4)$ ist $c = -4$.

$-1 = 1 + b - 4$ | Punktprobe mit A | $+3$

$b = 2$

Die Gleichung der Parabel p_1 lautet $y = x^2 + 2x - 4$

Geradengleichung g:

$y = mx + b$ | allgemeine Geradengleichung

$S_{p_1}(-1|-5)$ | siehe zuvor

$S_{p_2}(0|8)$

$m_g = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-(-5)}{0-(-1)} = 13$

Wegen $S_{p_2}(0|8)$ ist $b = 8$

g: $y = 13x + 8$

Geradengleichung h:

Schnittpunktberechnung:

p_2: $y = -x^2 + 8$

$p_1 \cap p_1$:

$x^2 + 2x - 4 = -x^2 + 8$ | $+x^2;\ -8$

$2x^2 + 2x - 12 = 0$ | $:2$

$x^2 + x - 6 = 0$

$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6}$ | p/q-Formel

$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$

$x_1 = 2;\quad x_2 = -3$

$x_1; x_2 \longrightarrow p_2$

$y_1 = -2^2 + 8 = -4 + 8 = 4$

$y_2 = -(-3)^2 + 8 = -9 + 8 = -1$

$S_1(2|4);\quad S_2(-3|-1)$

h: $\quad y = 13x + b$

$4 = 13 \cdot 2 + b_1 = 26 + b_1 \quad | \quad -26$

$b_1 = -22$

$h_1: \quad y = 13x - 22$

$1 = 13 \cdot (-3) + b_2 = -39 + b_2 \quad | \quad +39$

$b_2 = 40$

$h_2: \quad y = 13x + 40$

Lösung W3b/2016

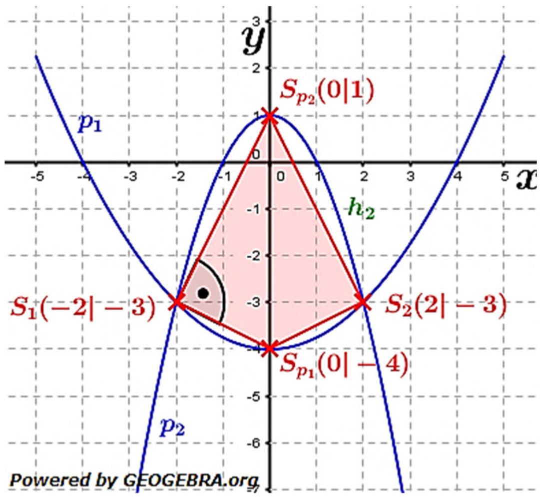
Lösungslogik

Schnittpunkte P und Q:

Zunächst berechnen wir das c aus der Parabelgleichung über eine Punktprobe mit $R(4|0)$.
Die beiden Schnittpunkte ermitteln wir dann durch Gleichsetzung.

Prüfung der Behauptung Mias:

Wir fertigen eine Skizze der Situation und erkennen, dass offensichtlich ein rechter Winkel bei den Punkten S_1 und S_2 besteht.
Für den rechnerischen Nachweis verwenden wir die Orthogonalitätsbedingung $m_1 \cdot m_2 = -1$ mit m_1 als Steigung der Strecke $\overline{S_1 S_{p_2}}$ und m_2 als Steigung der Strecke $\overline{S_1 S_{p_1}}$.



Alternativ kann der Nachweis auch über den Satz des Pythagoras geführt werden, denn bei einem Winkel von $90\,°$ muss gelten $\overline{S_{p_1} S_{p_2}}^2 = \overline{S_1 S_{p_1}}^2 + \overline{S_1 S_{p_2}}^2$.

Klausuraufschrieb

Schnittpunkte P und Q:

p_1: $\quad y = \frac{1}{4}x^2 + c$

$0 = \frac{1}{4}(4)^2 + c \quad | \quad$ Punktprobe mit $R(4|0)$

$c = -4$

$y = \frac{1}{4}x^2 - 4$

$p_1 \cap p_1$:

$\frac{1}{4}x^2 - 4 = -x^2 + 1 \quad | \quad$ Schnittpunkte durch Gleichsetzung

$\frac{5}{4}x^2 - 5 = 0 \quad | \quad \cdot 4;\ +20$

$5x^2 = 20 \quad | \quad :5$

$x^2 = 4 \implies x_1 = 2; \quad x_2 = -2$

$x_1; x_2 \longrightarrow p_2$

$y_1 = -(2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$

$y_2 = -2^2 + 1 = -4 + 1 = -3$

$P(-2|-3); \quad Q(2|-3)$

Prüfung der Behauptung Mias:

Orthogonalitätsbedingung für Geraden: $m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = m_{\overline{S_1 S_{p_2}}}$; $m_2 = m_{\overline{S_1 S_{P_1}}}$

$m_{\overline{S_1 S_{p_2}}} = \frac{y_{S_{p_2}} - y_{S_1}}{x_{S_{p_2}} - x_{S_1}} = \frac{1-(-3)}{0-(-2)} = 2$

$m_{\overline{S_1 S_{p_1}}} = \frac{y_{S_{p_1}} - y_{S_1}}{x_{S_{p_1}} - x_{S_1}} = \frac{-4-(-3)}{0-(-2)} = -\frac{1}{2}$

$m_{\overline{S_1 S_{p_2}}} \cdot m_{\overline{S_1 S_{p_1}}} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

Der Winkel $S_{p_1} S_1 S_{p_2}$ ist ein rechter Winkel. Wegen der Symmetrie ist damit auch der Winkel $S_{p_1} S_2 S_{p_2}$ ein rechter. Mia hat recht.

Lösung W4a/2016

Lösungslogik

Zahl mit zwei gleichen Ziffern:

An Hand der Abbildung legen wir die Wahrscheinlichkeiten der Zahlen 1 bis 4 pro Glücksrad fest, stellen den Ergebnisraum auf und berechnen die Wahrscheinlichkeit.

Erwartungswert:

Wir müssen zunächst noch die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 40 bestimmen. Für den Gewinn „Zwei gleiche Ziffern" haben wir die Wahrscheinlichkeit ja schon zuvor ermittelt.

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Veränderung Glücksrad 2:

Durch eine Argumentation:

Siehe Klausuraufschrieb

Durch Rechnung:

Wir bestimmen die neuen Wahrscheinlichkeiten für den Gewinn von $3{,}00\ €$ und von $5{,}00\ €$ und stellen eine neue Tabelle auf.

Klausuraufschrieb

Zahl mit zwei gleichen Ziffern:

Linkes Glücksrad: $P(1) = \frac{3}{6}$; $P(2) = \frac{1}{6}$; $P(3) = \frac{1}{6}$; $P(4) = \frac{1}{6}$

Rechtes Glücksrad: $P(1) = \frac{2}{6}$; $P(2) = \frac{2}{6}$; $P(3) = \frac{2}{6}$

$P(zwei\ gleiche\ Ziffern) = P\{(1;1),(2;2),(3;3)\} = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6+2+2}{36} = \frac{10}{36}$

Die Wahrscheinlichkeit, im Sichtfenster eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen, beträgt $\frac{2}{9}$.

Erwartungswert:

$P(Zahl\ größer\ 40) = P\{(4;1),(4;2),(4;3)\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{6}{36}$

	$P(zwei\ gleiche\ Ziffer)$	$P(Zahl\ größer\ 40)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$1{,}00$ €	$3{,}00$ €	$-2{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{20}{36}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}28$ €	$0{,}50$ €	$-1{,}11$ €
$E(X)$	$0{,}28$ € $+ 0{,}50$ € $- 1{,}11$ € $= -0{,}33$ €		

Der Erwartungswert (aus der Sicht des Spielers) ist $-0{,}33$ €.

Veränderung Glücksrad 2:

Argumentation:

Wird beim Glücksrad *2* eine *3* durch eine *5* ersetzt, verringert sich die Wahrscheinlichkeit für die Anzeige von *(3;3) von* $\frac{2}{36}$ *auf* $\frac{1}{36}$, damit sinkt der Auszahlungsbetrag für den Gewinn *3,00 €*. Auf der anderen Seite verändert sich die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als *40* nicht, da die Verringerung der Wahrscheinlichkeit für die Zahl *43* durch die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für die Zahl 45 voll ausgeglichen wird. Es sinkt also lediglich die Auszahlung für den Gewinn von *3,00 €.* Dies wäre im Sinne eines höheren Erlöses vorteilhaft.

Rechnung:

$P(zwei\ gleiche\ Ziffern) = P\{(1;1),(2;2),(3;3)\} = \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{9}{36}$

$P(Zahl\ größer\ 40) = P\{(4;1),(4;2),(4;3),(4;5)\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{6}{36}$

	$P(zwei\ gleiche\ Ziffer)$	$P(Zahl\ größer\ 40)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$1{,}00$ €	$3{,}00$ €	$-2{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{9}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{21}{36}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}25$ €	$0{,}50$ €	$-1{,}17$ €
$E(X)$	$0{,}25$ € $+ 0{,}50$ € $- 1{,}17$ € $= -0{,}42$ €		

Der Erwartungswert (aus der Sicht des Spielers) ist jetzt $-0{,}42$ €.

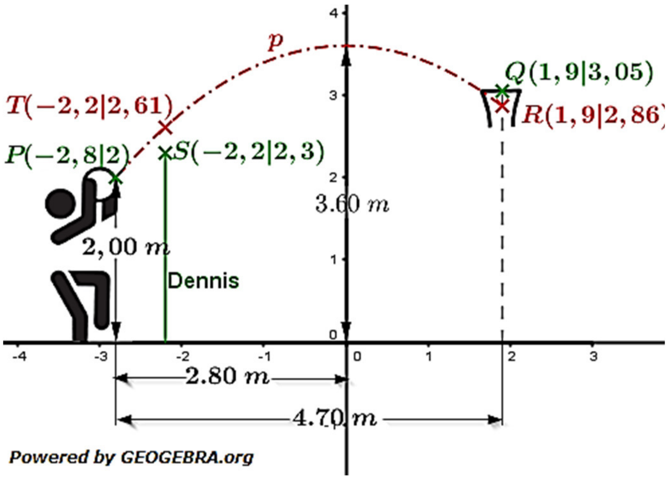
Die Veränderung von Glücksrad 2 *wäre vorteilhaft.*

Lösung W4b/2016

Lösungslogik

Allgemeine Festlegung:

Aus der Aufgabenstellung mit $y = ax^2 + c$ muss die y–Achse durch den höchsten Punkt der Wurfbahn verlaufen, da die gegebene Parabel eine in x-Richtung unverschobene Parabel ist.
Daraus bestimmen sich die einzelnen gegebenen Punkte gemäß nebenstehender Grafik (grüne Punkte).



Parabelgleichung p:

Der Scheitel der Parabel liegt bei $S(0|3,6)$. Damit ist $c = 3,6$ (c ist y–Achsenabschnitt). Über eine Punktprobe mit $P(-2,8|2)$ (Abwurfpunkt von Dirk) errechnen wir a.

Trifft Dirk in den Korb:

Wir bestimmen die y–Koordinate der Parabel für $x = 1,9$. Liegt diese unter oder über $y = 3,05$ (Gegebene Höhe des Korbs), so trifft Dirk den Korb nicht.

Berührt Dennis den Ball:

Wir bestimmen die y–Koordinate der Parabel für $x = -2,2$ (Abstand von Dennis zum Ursprung). Liegt diese über $y = 2,3$ (höchster Punkt von Dennis), so berührt Dennis den Ball nicht.

Klausuraufschrieb

Allgemeine Festlegung:

$y = ax^2 + c$ ist eine in x-Richtung unverschobene Parabel. Der Scheitel liegt somit bei $S(0|3,6)$, die y-Achse ist Symmetrieachse.

Abwurfpunkt Dirk:	$P(-2,8\|2)$
Aufhängepunkt Korb:	$Q(1,9\|3,05)$
Höchster Punkt Dennis	$Q(-2,2\|2,3)$

Parabelgleichung p:

$S(0|3,6)$ | Scheitelpunkt der Parabel

$3,6 = a \cdot 0^2 + c \implies \quad c = 3,6$

$y = ax^2 + 3,6$

$P(-2,8|2)$ | Abwurfpunkt Dirk

$2 = (-2,8)^2 a + 3,6$ | Punktprobe mit P

$-1,6 = 7,84a$

$a = -\frac{1,6}{7,84} = -0,2041$

Die Parabelgleichung lautet: $y = -0,2041x^2 + 3,6$

Trifft Dirk in den Korb:

$P(1{,}9|3{,}05)$ | Aufhängepunkt Korb

$y = -0{,}2041 \cdot 1{,}9^2 + 3{,}6$ | y-Koordinate für $x = 1{,}9$

$y = 2{,}86$

Da die y –Koordinate der Parabel tiefer liegt als der Aufhängepunkt des Korbs, trifft Dirk den Korb nicht.

Berührt Dennis den Ball:

$P(-2{,}2|2{,}3)$ | Höchster Punkt Dennis

$y = -0{,}2041 \cdot (-2{,}2)^2 + 3{,}6$ | y-Koordinate für $x = -2{,}2$

$y = 2{,}61$

Da die y –Koordinate der Parabel höher liegt als der höchste Punkt von Dennis, berührt Dennis den Ball nicht.