



## Aufgabe W1a/2017

Das rechtwinklige Dreieck ABD und das gleichschenklige Dreieck ABC haben die Seite  $\overline{AB}$  gemeinsam.

Es gilt:

$$\overline{BD} = 7,2 \text{ cm}$$

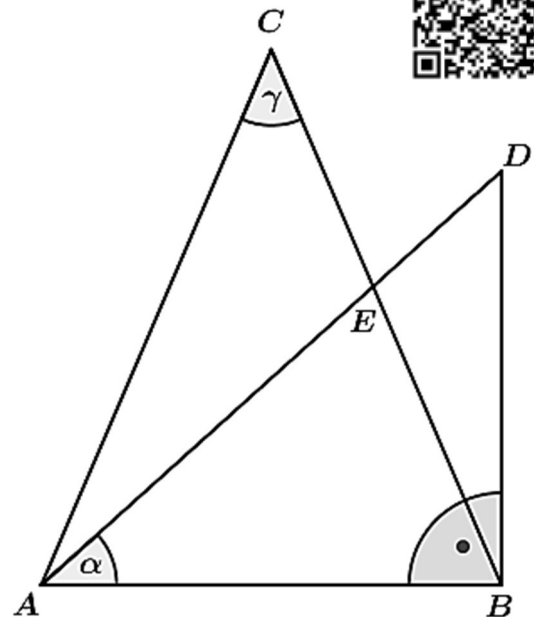
$$\overline{DE} = 3,0 \text{ cm}$$

$$\alpha = 42^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{BC}.$$

Berechnen Sie den Abstand des Punktes E von  $\overline{AB}$  sowie den Winkel  $\gamma$ .

Lösung: Abstand E von  $\overline{AB}$  5,2 cm  
 $\gamma = 46,5^\circ$



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe W1b/2017

Gegeben sind ein rechtwinkliges Trapez ABCD und ein regelmäßiges Sechseck.

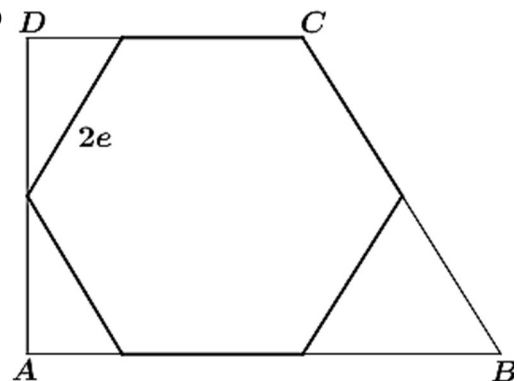
Die Eckpunkte des Sechsecks liegen auf den Seiten des Trapezes (siehe Skizze).

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass für den Flächeninhalt des Trapezes ABCD gilt:

$$A = 8e^2\sqrt{3}$$

Geben Sie die Länge der Diagonalen  $\overline{AC}$  ohne Verwendung gerundeter Werte an.

Lösung:  $\overline{AC} = e\sqrt{21}$



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe W2a/2017

Für einen Zylinder gilt:

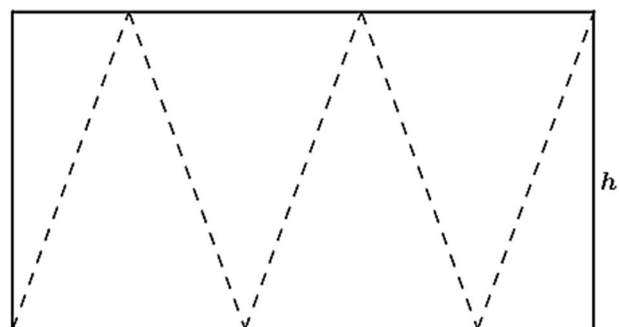
$$r = 3,5 \text{ cm}$$

$$h = 12,0 \text{ cm}$$

Die Mantelfläche des Zylinders wird abgerollt (siehe Skizze).

Mit den Einzelteilen dieses Rechtecks wird die Mantelfläche einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide vollständig beklebt.

Berechnen Sie das Volumen dieser Pyramide.



Powered by GEOGEBRA.org

Lösung:  $V_{pyr} = 460,3 \text{ cm}^3$

## Aufgabe W2b/2017

Die Eckpunkte des gleichschenkligen Trapezes  $ABCD$  liegen auf den Kanten bzw. Eckpunkten einer quadratischen Pyramide.

Es gilt:

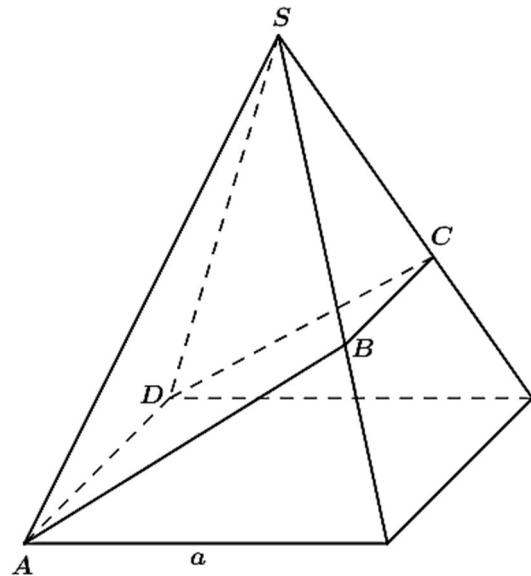
$$O_{\text{Pyr}} = 357 \text{ cm}^2$$

$$a = 10,0 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} = \overline{BS}$$

Berechnen Sie den Umfang des Trapezes  $ABCD$ .

**Tipp:** Sinussatz für Strecke  $\overline{AB}$ ,  
2. Strahlensatz für Strecke  $\overline{BC}$ .



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe W3a/2017

Drei Gleichungen - drei Graphen

(A)  $y = ax^2 - 1$

(B)  $y = x^2 - 6x + 5$

(C)  $y = x^2 + 4x + q$

Welcher Graph gehört zu welcher Funktionsgleichung?  
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Vervollständigen Sie die Funktionsgleichungen

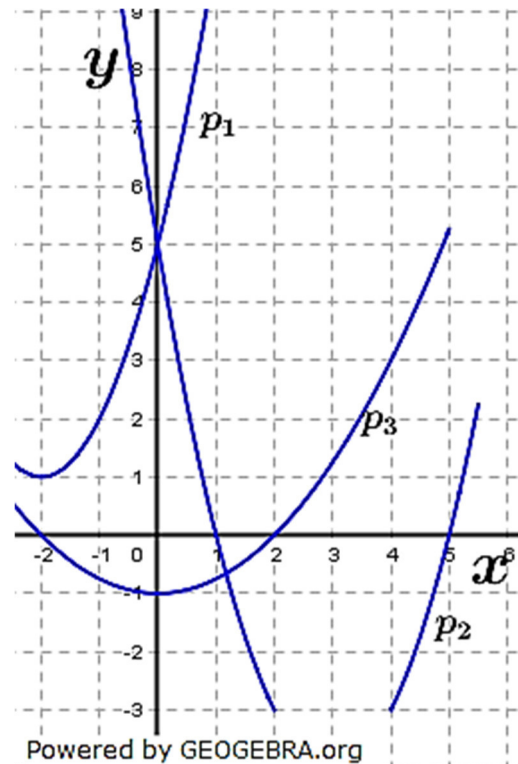
Die Gerade  $g$  geht durch die Scheitelpunkte von  $p_2$  und  $p_3$ . Berechnen Sie die Funktionsgleichung von  $g$ .

Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Scheitelpunkt von  $p_1$  ebenfalls auf  $g$  liegt.

Lösung: (A)  $\Rightarrow p_3$ ; (B)  $\Rightarrow p_2$ ; (C)  $\Rightarrow p_1$

$$a = \frac{1}{4}; q = 5$$

$$g: y = -x - 1; S_1(-2|1) \in g$$



Powered by GEOGEBRA.org

## Aufgabe W3b/2017

Die Parabel  $p_1$  mit  $y = \frac{1}{4}x^2 - 4$  und die nach oben geöffnete Normalparabel  $p_2$  mit dem Scheitel  $S_2(1,5 | -3,25)$  haben einen gemeinsamen Punkt  $R$ .  
 Die Gerade  $h$  geht durch den Ursprung  $(0|0)$  und den Punkt  $R$ .  
 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden  $h$ .

Die Schnittpunkte der Parabel  $p_1$  mit der  $x$ -Achse und der Punkt  $R$  bilden ein Dreieck.  
 Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

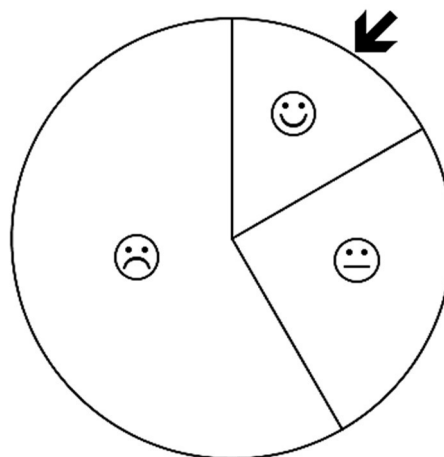
Bastian behauptet: "Die Gerade  $h$  halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks." Hat Bastian Recht?  
 Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder Argumentation.

Lösung:  $h: y = -1,5x$ ;  $A_{\text{Dreieck}} = 12 \text{ FE}$   
*Bastian hat Recht.*

## Aufgabe W4a/2017

Bei einer Wohltätigkeitsveranstaltung wird ein Glücksrad eingesetzt.  
 Die Mittelpunkts-Winkel betragen  $60^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $210^\circ$ .  
 Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man höchstens einmal das Symbol



Powered by GEOGEBRA.org

Das Glücksrad wird für ein Glücksspiel verwendet. Berechnen Sie den Erwartungswert unter Berücksichtigung des nebenstehenden Gewinnplans.

Der Gewinnplan soll so verändert werden, dass das Spiel fair wird.

<b>Gewinnplan</b>	
Ereignisse	Gewinn
zweimal 😊	4,00 €
zweimal 😐	2,00 €
Sonstige	Kein Gewinn
Einsatz pro Spiel 0,50 €	

Wie hoch muss der Gewinn für das Ereignis "zweimal 😊" sein, wenn alles andere unverändert bleibt?

Lösung:  $P(\text{höchstens einmal 😊}) = \frac{35}{36} \approx 97,2 \%$

$E(X) = -0,26 \text{ € (aus der Sicht des Spielers)}$

Gewinn für zweimal 😊, damit das Spiel fair ist: 13,50 €

## Aufgabe W4b/2017

Die Lupu-Brücke überspannt den Fluss Huangpu in Shanghai. Sie ist die zweitlängste Bogenbrücke der Welt und hat annähernd die Form einer Parabel. Sie kann mit der Funktionsgleichung  $y = ax^2 + c$  beschrieben werden.



Die Bogenbrücke hat auf Höhe der Wasseroberfläche eine Weite von  $550\text{ m}$ . Die Fahrbahn befindet sich  $50\text{ m}$  über der Wasseroberfläche. Das ist die Hälfte der maximalen Höhe der Brücke.

Bestimmen Sie eine mögliche Funktionsgleichung für den Brückenbogen.  
Berechnen Sie die Länge der Fahrbahn innerhalb des Brückenbogens.

Lösung:  $p: y = -0,00132x^2 + 100$

Länge der Fahrbahn:  $390\text{ m}$ .

### Lösung W1a/2017

#### Lösungslogik

Der Abstand von  $E$  zur Strecke  $\overline{AB}$  ist der kürzeste Abstand (Senkrechte auf  $\overline{AB}$ )  $\overline{EF}$ .  $\overline{EF}$  ist so lang wie  $\overline{BG}$ .

$$\overline{BG} = \overline{BD} - \overline{GD}.$$

Berechnung der Strecke  $\overline{GD}$  über den  $\sin\alpha$ .

Berechnung des Abstandes über

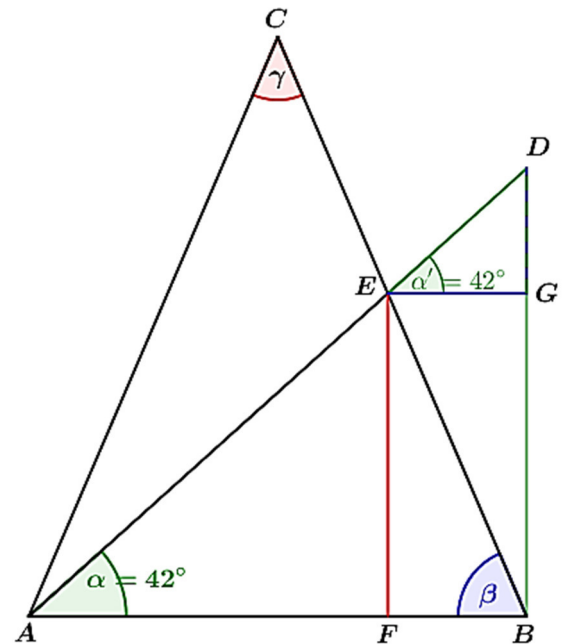
$$\overline{EF} = \overline{BD} - \overline{GD}.$$

Der Winkel  $\gamma$  ist (wegen des gleichschenkligen Dreiecks  $ABC$ )  $180^\circ - 2 \cdot \beta$ .

Berechnung  $\overline{EG}$  über den Satz des Pythagoras.

Berechnung  $\beta$  über den  $\tan\beta$ .

Berechnung von  $\gamma$ .



#### Klausuraufschrieb

Abstand  $E$  zu  $\overline{AB}$ :

$$\overline{EF}: \overline{EF} = \overline{BG} = \overline{BD} - \overline{GD}$$

$$\overline{GD}: \sin\alpha = \frac{\overline{GD}}{\overline{DE}} \quad | \cdot \overline{DE}$$

$$\overline{GD} = \overline{DE} \cdot \sin\alpha = 3 \cdot \sin 42^\circ = 2,007$$

$$\overline{EF}: \overline{EF} = 7,2 - 2,007 = 5,1926$$

Der Abstand von Punkt  $E$  zur Strecke  $\overline{AB}$  beträgt 5,2 cm.

Winkel  $\gamma$ :

$$\gamma: \gamma = 180^\circ - 2 \cdot \beta$$

$$\overline{EG}: \overline{EG} = \sqrt{\overline{ED}^2 - \overline{GD}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{EG} = \sqrt{3^2 - 2,007^2} = 2,2298 = \overline{FB}$$

$$\beta: \tan\beta = \frac{\overline{EF}}{\overline{FB}} = \frac{5,1926}{2,2298} = 2,3287$$

$$\beta = \tan^{-1}(2,3287) = 66,76^\circ$$

$$\gamma: \gamma = 180^\circ - 2 \cdot 66,76^\circ = 46,479^\circ$$

Der Winkel  $\gamma$  ist  $46,5^\circ$  groß.

## Lösung W1b/2017

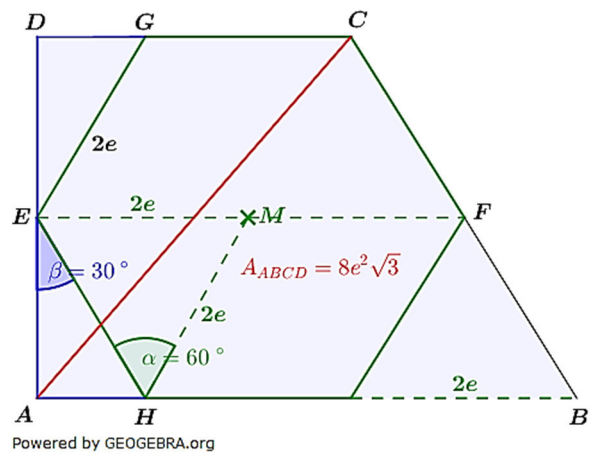
### Lösungslogik

Fläche des Trapezes ABCD:

Die Fläche des Trapezes entspricht acht Mal dem Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks EHM.

Das regelmäßige Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken. Das rechts an das Sechseck angeflanschte Dreieck ist ebenfalls gleichseitig mit einer Seitenkante von  $2e$ .

Die beiden linksseitigen Dreiecke AHE und EGD sind jeweils halbe gleichseitige Dreiecke mit der Länge der Grundseiten HE bzw. EG =  $2e$ .



Powered by GEOGEBRA.org

Die Flächenformel für ein gleichseitiges Dreieck lautet  $A_{\text{Dreieck}} = \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$  (siehe Formelsammlung).

Länge der Strecke  $\overline{AC}$ :

$\overline{AC}$  lässt sich über den Satz des Pythagoras berechnen. Hierzu benötigen wir die Strecke  $\overline{AC}$  und  $\overline{AD}$ .

$\overline{AD}$  ist zwei Mal  $\overline{AE}$ , Berechnung von  $\overline{AE}$  über den  $\cos\beta$  mit  $\beta = 30^\circ$ .

### Klausuraufschrieb

Fläche des Trapezes ABCD:

Das regelmäßige Sechseck besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken EHM. Das rechts an das Sechseck angeflanschte Dreieck ist ebenfalls gleichseitig mit der Seitenkante  $a = 2e$ .

Die links an das Sechseck angeflanschten Dreiecke AHE und EGD sind jeweils ein halbes gleichseitiges Dreieck, zusammen also ein weiteres gleichseitiges Dreieck mit der Seitenkante  $a = 2e$ .

Das Trapez hat somit eine Fläche von 8 gleichseitigen Dreiecken mit der Seitenkante  $a = 2e$ .

$$A_{ABCD} = 8 \cdot A_{HME} = 8 \cdot \frac{a^2}{4} \sqrt{3} = 8 \cdot \frac{4e^2}{4} \sqrt{3} = 8e^2 \sqrt{3}$$

**q.e.d.**

Länge der Strecke  $\overline{AC}$ :

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{DC}^2} \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{AD}: \quad \overline{AD} = 2 \cdot \overline{AE}$$

$$\overline{AE}: \quad \cos(30^\circ) = \frac{\overline{AE}}{\overline{HE}} \quad | \quad \cdot \overline{HE}$$

$$\overline{AE} = \overline{HE} \cdot \cos(30^\circ) = 2e \cdot \frac{1}{2} \sqrt{3} = e\sqrt{3}$$

$$\overline{AD}: \quad \overline{AD} = 2 \cdot \overline{AE} = 2e\sqrt{3}$$

$$\overline{DC}: \quad \overline{DC} = \overline{DG} + \overline{GC} = e + 2e = 3e$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(2e\sqrt{3})^2 + (3e)^2} = \sqrt{12e^2 + 9e^2} = \sqrt{21e^2} = e\sqrt{21}$$

Die Strecke  $\overline{AC}$  ist  $e\sqrt{21}$  LE lang.

#### Lösung W2a/2017

##### Lösungslogik

Das Rechteck der Zylinderabwicklung gemäß Aufgabe wird in fünf gleichseitige Dreiecke geschnitten, die den Mantel einer fünfeckigen Pyramide bilden. Dabei ist die Höhe der Seitenfläche gleich der gegebenen Höhe des Zylinders, also  $h_{s_{pyr}} = h = 12$ .

Die Grundseite der Pyramide  $a_{pyr}$  errechnet sich über den Kreisumfang der Zylinder-Grundfläche mit  $u = 2\pi \cdot r_{zyl}$ . Die Länge der Seitenkante der Pyramide ist dann  $a = \frac{u}{2,5} = \frac{2\pi r_{zyl}}{2,5}$ .

Weiterhin benötigen wir für die Berechnung des Volumens der Pyramide deren Höhe  $h_{pyr}$ . Da der Mantel der Pyramide ja der Rechteckfläche des abgewickelten Zylinders entspricht, können wir diese Höhe berechnen.

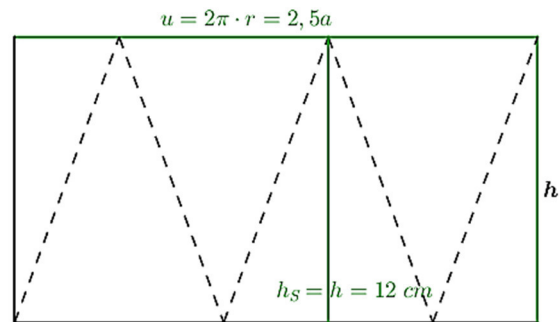
##### Fünfeckpyramide:

Die Grafik rechts zeigt die Situation nach dem Falten der Pyramide. Zur Berechnung des Volumens benötigen wir noch die Größe der Grundfläche der Pyramide.

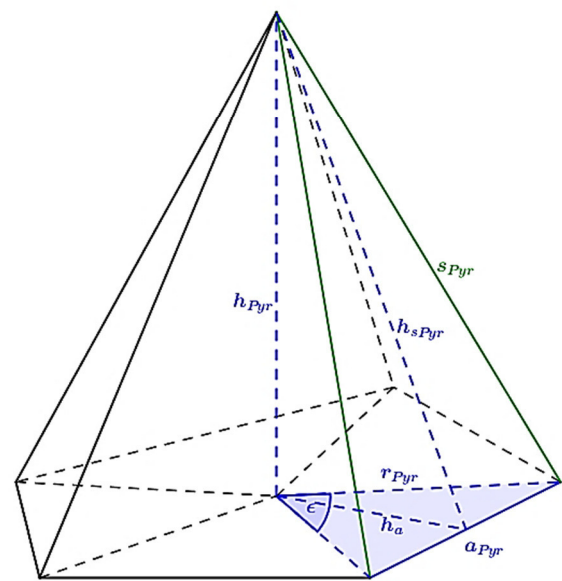
Die Grundfläche ist ein regelmäßiges Fünfeck mit der Kantenlänge  $a_{pyr}$  und setzt sich zusammen aus fünf gleichschenkligen Dreiecken.

Wir benötigen also die Fläche eines solchen Teildreiecks, berechnen hierfür zunächst den Innenwinkel  $\epsilon$  und mittels  $\tan \frac{\epsilon}{2}$  und  $\frac{a_{pyr}}{2}$  dann  $h_a$ . Mittels der Flächenformel für Dreiecke berechnen wir die Fläche eines Teildreiecks und daraus letztendlich die Fläche des Fünfecks.

Zur Berechnung des Volumens der Pyramide benötigen wir noch deren Höhe. Nachdem jedoch  $h_a$  und  $h_{s_{pyr}}$  bekannt sind, errechnet sich die Höhe über den Satz des Pythagoras. Nun kann über die Volumenformel für Pyramiden die Lösung der Aufgabe berechnet werden.



Powered by GEOGEBRA.org



Powered by GEOGEBRA.org

##### Klausuraufschrieb

$$V_{pyr} = \frac{1}{3} G \cdot h_{pyr}$$

G: Die Grundfläche der Pyramide ist nach Aufgabenstellung ein regelmäßiges Fünfeck.

$$G = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a_{pyr} \cdot h_a$$

$a_{pyr}$ : In die Länge des Rechtecks des abgewickelten Zylinders passt die Grundkante der Pyramidengrundfläche 2,5 mal hinein (siehe Grafik der Aufgabenstellung). Die Länge des Rechtecks entspricht dem Umfang des Grundkreises des Zylinders mit  $u = 2\pi r_{Zyl}$ .

$$a_{pyr} = \frac{u_{Zyl}}{2,5} = \frac{2\pi \cdot 3,5}{2,5} = 8,7965$$

Die Grundkante  $a_{pyr}$  der Pyramide beträgt 8,8 cm.

$$h_a: \quad \tan\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{a_{pyr}}{2 \cdot h_a}$$

$$h_a = \frac{a_{pyr}}{2 \cdot \tan\left(\frac{\epsilon}{2}\right)}$$

$$\epsilon: \quad \epsilon = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ \quad | \quad \text{Mittelpunkt-Winkel eines Fünfecks}$$

$$h_a = \frac{8,8}{2 \cdot \tan(36^\circ)} = 6,06$$

$$G = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a_{pyr} \cdot h_a = 2,5 \cdot 8,8 \cdot 6,06 = 133,3$$

$$h_{pyr}: \quad h_{pyr} = \sqrt{h_{sPyr}^2 - h_a^2} = \sqrt{12^2 - 6,06^2} = \sqrt{107,2764} = 10,36$$

$$V_{pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{pyr} = \frac{1}{3} \cdot 133,3 \cdot 10,36 = 460,3293$$

Das Volumen der Pyramide beträgt 460,3 cm<sup>3</sup>.

## Lösung W2b/2017

### Lösungslogik

Der Umfang des Trapezes  $ABCD$  ist:

$$u = \overline{AD} + 2 \cdot \overline{AB} + \overline{BC}$$

Um  $\overline{AB}$  berechnen zu können, benötigen wir die Winkel  $\gamma$  und  $\delta$ .

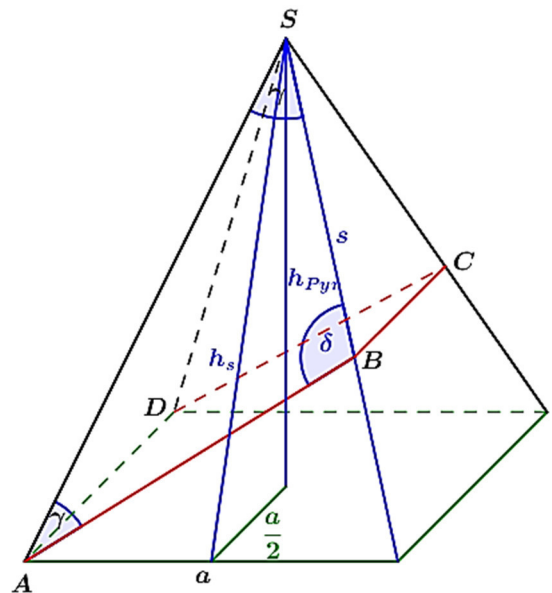
Der Winkel  $\gamma$  ist der Spitzenwinkel einer Seitenfläche. Er kann ermittelt werden über  $\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ , hierzu benötigen wir aber die Höhe  $h_s$  der Seitenfläche. Diese können wir allerdings über  $\frac{1}{4}$  des Mantels der Pyramide berechnen. Die Oberfläche ist gegeben, wir subtrahieren davon die Grundfläche (Quadrat mit  $a = 10 \text{ cm}$ ) und dividieren das Ergebnis durch 4.

Über die Flächenformel eines Dreiecks kann nun  $h_s$  berechnet werden und daraus dann der Winkel  $\gamma$ . Wegen  $\overline{AB} = \overline{BS}$  ist das Dreieck  $ABS$  gleichschenkelig und somit der Winkel  $\delta = 180^\circ - 2 \cdot \gamma$ .

Mit Hilfe des Sinussatzes können wir nun die Strecke  $\overline{AB}$  berechnen, sofern uns noch die Länge einer Seitenkante  $s$  bekannt ist. Diese ist über den Satz des Pythagoras aus den bekannten Strecken  $\frac{a}{2}$  und  $h_s$  ermittelbar.

Es fehlt uns jetzt lediglich noch die Länge der Strecke  $\overline{BC}$ . Diese kann am einfachsten über dem zweiten Strahlensatz berechnet werden, denn die Strecke  $\overline{BC}$  verläuft parallel zur Grundkante  $a$ . Somit gilt:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{SB}} = \frac{a}{s} \Rightarrow \overline{BC} = \overline{SB} \cdot \frac{a}{s}$$



Powered by GEOGEBRA.org



### Klausuraufschrift

Gesucht:  $u = \overline{AD} + 2 \cdot \overline{AB} + \overline{BC}$

$\overline{AD}$ :  $\overline{AD} = a = 10 \text{ cm}$

$\overline{AB}$ :  $\frac{\overline{AB}}{\sin(\gamma)} = \frac{s}{\sin(\delta)}$  | Sinussatz  
 $\overline{AB} = \frac{s \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\delta)}$

$\gamma$ :  $\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{a}{2 \cdot h_s}$

$h_s$ :  $\frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = \frac{1}{4} \cdot M_{Pyr}$

$h_s = \frac{M_{Pyr}}{2a}$

$M_{Pyr}$ :  $M_{Pyr} = O_{Pyr} - G_{Pyr} = 357 - 100 = 257$

$h_s = \frac{257}{2 \cdot 10} = 12,85$

$\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{10}{2 \cdot 12,85} = 0,3891$

$\frac{\gamma}{2} = \tan^{-1}(0,3891) = 21,26^\circ$

$\gamma = 42,52^\circ$

$\delta$ :  $\delta = 180^\circ - 2 \cdot \gamma = 180^\circ - 2 \cdot 42,52 = 94,96^\circ$

$s$ :  $s = \sqrt{h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{12,85^2 + 5^2} = 13,79$

$\overline{AB} = \frac{s \cdot \sin(\gamma)}{\sin(\delta)} = \frac{13,79 \cdot \sin(42,52^\circ)}{\sin(94,96^\circ)} = 9,35$

$\overline{BC}$ :  $\frac{\overline{BC}}{\overline{SB}} = \frac{a}{s}$  | 2. Strahlensatz

$\overline{BC} = \overline{SB} \cdot \frac{a}{s} = 9,35 \cdot \frac{10}{13,79} = 6,78$

$u = \overline{AD} + 2 \cdot \overline{AB} + \overline{BC}$

$u = 10 + 2 \cdot 9,35 + 6,78 = 35,48$

Das Trapez ABCD hat einen Umfang von 35,5 cm.

### Lösung W3a/2017

#### Lösungslogik

*Zuordnung der Graphen, Vervollständigung der Funktionsgleichungen:*

Die Zuordnung der Graphen erfolgt über entweder deren Schnittpunkte mit der y-Achse bzw. über die Scheitelpunkte.

Vervollständigung über Punktproben.

*Gerade g:*

Aufstellung der Geradengleichung durch zwei Punkte, hier die Scheitelpunkte von  $p_2$  und  $p_3$ .

*Nachweis von Scheitelpunkt  $p_1$  auf g:*

Punktprobe von  $S_1$  auf g.

#### Klausuraufschrieb

Zuordnung der Graphen, Vervollständigung der Funktionsgleichungen:

- (A) gehört zu  $p_3$ , denn nur  $p_3$  hat den Scheitel  $S_3(0|-1)$ .  
 (B) gehört zu  $p_2$ , denn  $y = x^2 - 6x + 5 = (x - 3)^2 - 4$  mit dem Scheitel  $S_2(3|-4)$ .  
 (C) gehört zu  $p_1$ , denn  $y = x^2 + 4x + q = (x + 2)^2 - 4 + q$  mit dem Scheitel

$$S_1(-2|-1).$$

a:  $y = ax^2 - 1$  | Punktprobe mit  $N_2(2|0)$   
 $0 = a \cdot 2^2 - 1$   
 $0 = 4a \Rightarrow a = \frac{1}{4}$   
 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

b:  $y = x^2 + 4x + q$  | Punktprobe mit  $P(0|5)$   
 $5 = 0 + 4 \cdot 0 + q$   
 $q = 5$   
 $y = x^2 + 4x + 5$

Gerade g:

g:  $S_2(3|-4)$   $S_3(0|-1)$   
 $y = mx + b$   
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-4)}{0 - 3} = \frac{3}{-3} = -1$   
 y-Achsenabschnitt  $b = -1$  wegen  $S_3(0|-1)$ .  
 $y = -x - 1$

Nachweis von Scheitelpunkt  $p_1$  auf g:

$y = -x - 1$  | Punktprobe mit  $S_1(-2|-1)$   
 $-1 = -(-2) - 1 = -1$   
 $S_1(-2|1) \in g$  **q.e.d.**

#### Lösung W3b/2017

##### Lösungslogik

Gerade h:

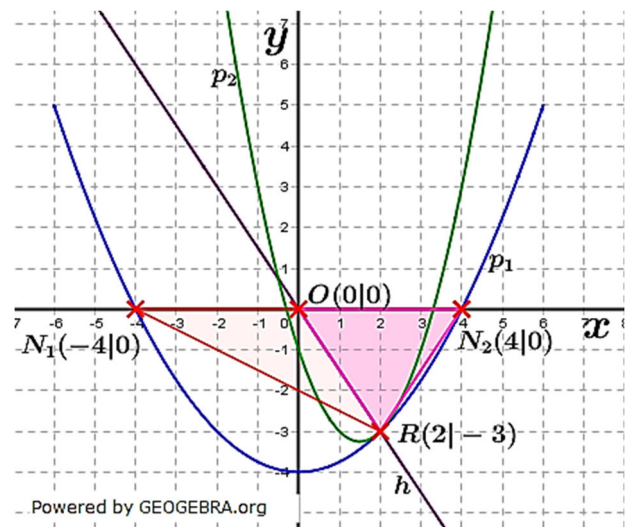
Aufstellung der Parabelgleichung  $p_2$  über den gegebenen Scheitelpunkt.  
 Gleichsetzung von  $p_1$  und  $p_2$  führt zum Schnittpunkt R.  
 Bestimmung von m der Ursprungsgeraden h.

Flächeninhalt Dreieck  $N_1RN_2$ :

Berechnung der Nullstellen  $N_1$  und  $N_2$  von  $p_1$ , die Strecke  $\overline{N_1N_2}$  ist Grundseite des Dreiecks mit der Höhe 3 ( $|y|$ -Koordinate von R).

Flächeninhalt Dreieck  $ORN_2$ :

Die Strecke  $\overline{ON_2}$  ist Grundseite des Dreiecks mit derselben Höhe 3 wie Dreieck  $N_1RN_2$ .



## Klausuraufschrift

Gerade  $h$ :

$$p_2: \quad y = (x - 1,5)^2 - 3,25 = x^2 - 3x + 2,25 - 3,25$$

$$y = x^2 - 3x - 1$$

$$p_1 \cap p_2: \quad x^2 - 3x - 1 = \frac{1}{4}x^2 - 4 \quad | \quad -\frac{1}{4}x^2; +4$$

$$\frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 = 0 \quad | \quad \cdot \frac{4}{3}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{4 - 4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_1 \rightarrow p_1: \quad y_1 = \frac{1}{4} \cdot 2^2 - 4$$

$$y_1 = 1 - 4 = -3$$

Der Schnittpunkt ist  $R(2 | -3)$ .

$$h: \quad y = \frac{y_R}{x_R} \cdot x = \frac{-3}{2} \cdot x$$

$$y = -1,5x$$

Flächeninhalt Dreieck  $N_1RN_2$ :

Nullstellen  $p_1$ :

$$N_1/N_2: \quad 0 = \frac{1}{4}x^2 - 4$$

$$x^2 = 16 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$x_{1,2} = \pm 4$$

$$N_1(-4|0); \quad N_2(4|0)$$

$$N_1RN_2: \quad A_{N_1RN_2} = \frac{1}{2}g \cdot h_g$$

$$g = \overline{N_1N_2} = 8 \quad h_g = |y_R| = 3$$

$$A_{N_1RN_2} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12 \text{ FE}$$

Flächeninhalt Dreieck  $ORN_2$ :

Argumentation:

Die Grundseite dieses Dreiecks ist halb so groß wie die des Dreiecks  $N_1RN_2$ , die Höhe ist jedoch gleich groß.

*Bastian hat Recht.*

Durch Rechnung:

$$ORN_2: \quad A_{ORN_2} = \frac{1}{2}g \cdot h_g$$

$$g = \overline{ON_2} = 4 \quad h_g = |y_R| = 3$$

$$A_{ORN_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ FE}$$

*Bastian hat Recht.*

## Lösung W4a/2017

### Lösungslogik

Höchstens einmal 😊:

An Hand der gegebenen Mittelpunkt-Winkel legen wir die Wahrscheinlichkeiten der Symbole 😊, 😐, sowie ☹ fest. Berechnung der Wahrscheinlichkeit für „höchstens einmal 😊“, über das Gegenereignis „zweimal 😊“.

Erwartungswert

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Faires Spiel:

Der Erwartungswert  $E(X)$  muss Null sein.

Für den zu ändernden Gewinn für „zweimal 😊“, schreiben wir die Variable  $a$ .

### Klausuraufschrieb

Höchstens einmal 😊:

$$P(\text{😊}) = \frac{60}{360} = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}; \quad P(\text{😊}) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}; \quad P(\text{☹}) = \frac{210}{360} = \frac{7}{12}$$

Das Gegenereignis von „höchstens einmal 😊“, lautet „zweimal 😊“.

$$P(\text{höchstens einmal 😊}) = 1 - P(\text{zweimal 😊}) = 1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{36} \approx 97,2 \%$$

Die Wahrscheinlichkeit für „höchstens einmal 😊“, beträgt etwa 97,2 %.

Erwartungswert:

	$P(\text{zweimal 😊})$	$P(\text{zweimal 😐})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	3,50 €	1,50 €	-0,50 €
$p(X_i)$	$\frac{4}{144}$	$\frac{9}{144}$	$\frac{131}{144}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,0972€	0,09375 €	-0,4549 €
$E(X)$	0,0972 € + 0,09375 € - 0,4549 € = -0,26335 €		

Der Erwartungswert beträgt -0,26 € (aus der Sicht des Spielers).

Faires Spiel:

	$P(\text{zweimal 😊})$	$P(\text{zweimal 😐})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	$a - 0,50 \text{ €}$	1,50 €	-0,50 €
$p(X_i)$	$\frac{4}{144}$	$\frac{9}{144}$	$\frac{131}{144}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$\frac{4}{144}a - 0,0139\text{€}$	0,09375 €	-0,4549 €
$E(X)$	$0,0278a - 0,0139 \text{ €} + 0,09375 \text{ €} - 0,4549 \text{ €}$ $= 0,0278a - 0,37505 \text{ €}$		

Ein Spiel ist fair, wenn  $E(X) = 0$  ist, also:

$$\begin{array}{l|l} 0,0278a - 0,37505 \text{ €} = 0 & +0,37505 \text{ €} \\ 0,0278a = 0,37505 \text{ €} & :0,0278 \\ a = 13,491007 \text{ €} & \end{array}$$

Der Gewinn für „zweimal 😊“, muss 13,50 € betragen, damit das Spiel fair ist.

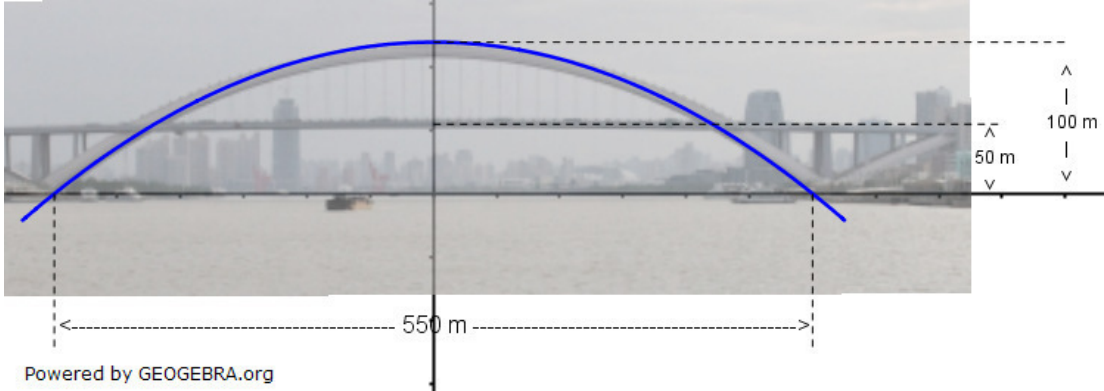
**Lösung W4b/2017**

Lösungslogik

*Allgemeine Festlegung:*

Aus der Aufgabenstellung mit  $y = ax^2 + c$  muss die  $y$ -Achse durch den höchsten Punkt des Brückenbogens verlaufen, da die gegebene Parabel eine in  $x$ -Richtung unverschobene Parabel ist.

Daraus bestimmen sich die einzelnen Punkte gemäß nachfolgender Grafik.



Scheitelpunkt  $S(0|100)$ , Nullstelle links  $N_1(-275|0)$ , Nullstelle rechts  $N_2(275|0)$

*Funktionsgleichung des Brückenbogens:*

$c = 100$  wegen Scheitelpunkt in  $S(0|100)$ .

Über eine Punktprobe mit  $N_2(275|0)$  in  $y = ax^2 + 100$  berechnen wir  $a$ .

*Länge der Fahrbahn:*

Die Länge der Fahrbahn ergibt sich aus der Strecke vom linken Schnittpunkt bis zum rechten Schnittpunkt der Fahrbahn mit dem Brückenbogen. Der  $y$ -Wert an diesen Stellen beträgt  $50\text{ m}$ . Wir setzen  $y = 50$  und lösen die Funktionsgleichung nach  $x$  auf.

Klausuraufschrieb

*Allgemeine Festlegung:*

$y = ax^2 + c$  ist eine in  $x$ -Richtung unverschobene Parabel. Der Scheitel liegt somit bei  $S(0|100)$ , die  $y$ -Achse ist Symmetrieachse.

Linke Nullstelle:  $N_1(-275|0)$

Rechte Nullstelle:  $N_2(275|0)$

*Funktionsgleichung des Brückenbogens:*

$c = 100$  wegen Scheitelpunkt in  $S(0|100)$ .

$$y = ax^2 + 100$$

$$0 = a275^2 + 100 \quad | \quad \text{Punktprobe mit } N_2(275|0)$$

$$-100 = 75625a \quad | \quad : 75625$$

$$-\frac{100}{75625} = a$$

$$a = -0,001322$$

Die Funktionsgleichung des Brückenbogens lautet  $y = -0,00132x^2 + 100$ .

*Länge der Fahrbahn:*

Der  $y$ -Wert des Schnittpunktes der Fahrbahn und des Brückenbogens hat den Wert 50.

$$\begin{array}{r|l} 50 = -0,00132x^2 + 100 & -100 \\ -50 = -0,00132x^2 & :(-0,00132) \end{array}$$

$$\frac{-50}{-0,00132} = x^2$$

$$x^2 = 37878,7879 \quad | \quad \sqrt{\quad}$$

$$x_{1,2} = \pm 194,625$$

$$l = 2 \cdot x_1 = 2 \cdot 194,625 = 389,25$$

*Die Länge der Fahrbahn beträgt etwa 390 m.*