Aufgabe W1a/2018

Gegeben ist das Dreieck ABC.
Es gilt:

$\overline{AB} = 12{,}0\ cm$

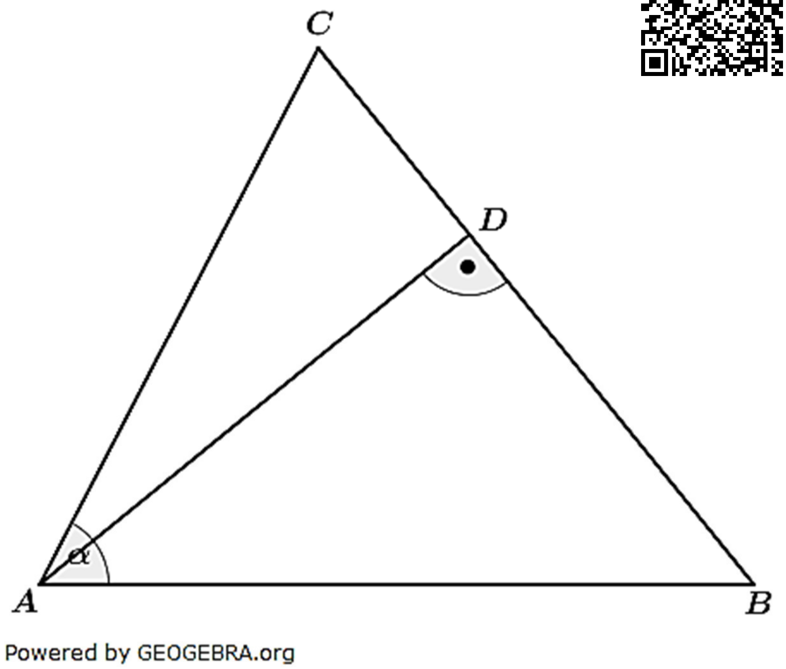
$\overline{BC} = 11{,}6\ cm$

$A_{ABC} = 54{,}0\ cm^2$

Berechnen Sie den Winkel α sowie den Abstand des Punktes D zur Strecke $\overline{AB}$.

Lösung: $\alpha = 62{,}5\,°$

Abstand D *von* $\overline{AB}$ $5{,}9\ cm$

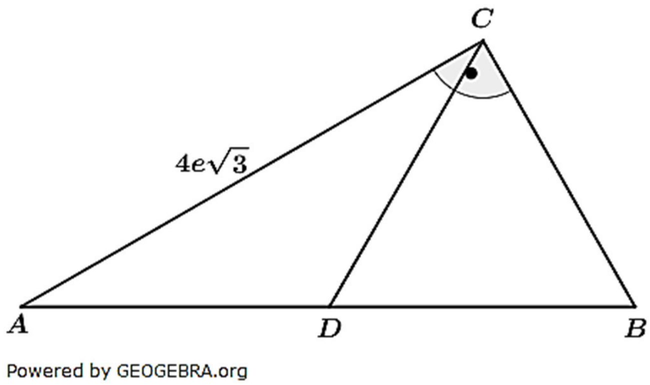


Aufgabe W1b/2018

Im rechtwinkligen Dreieck ABC liegt das gleichseitige Dreieck DBC.

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass die beiden Dreiecke ADC und DBC flächengleich sind.

Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC soll $200\ cm^2$ betragen.
Für welchen Wert von e trifft dies zu?



Lösung: $e = 3{,}8\ cm$

Aufgabe W2a/2018

Ein massiver Kegel hat folgende Maße:

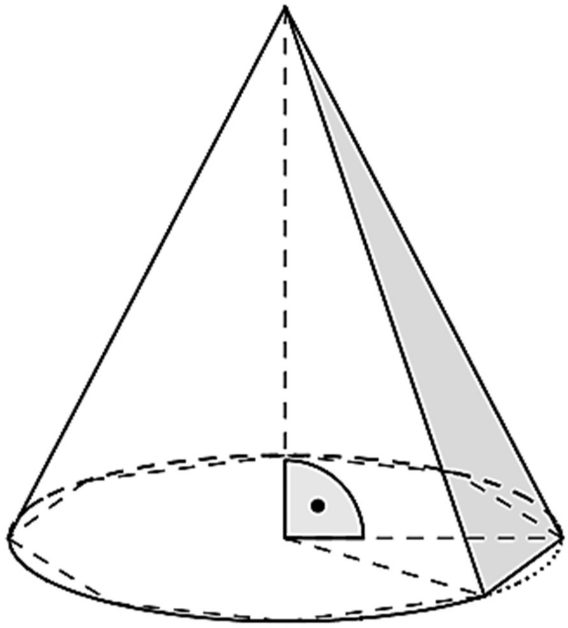
$V_{Kegel} = 500\ cm^3$

$d_{Kegel} = 13{,}0\ cm$

Dieser Kegel wird so bearbeitet, dass eine regelmäßige achtseitige Pyramide gleicher Höhe entsteht. Ein Manteldreieck ist bereits sichtbar.

Berechnen Sie das Volumen der entstehenden Pyramide.

Lösung: $V_{Pyr} = 450\ cm^3$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe W2b/2018

Aus einem quadratischen Blatt Papier wird das Netz einer quadratischen Pyramide hergestellt.

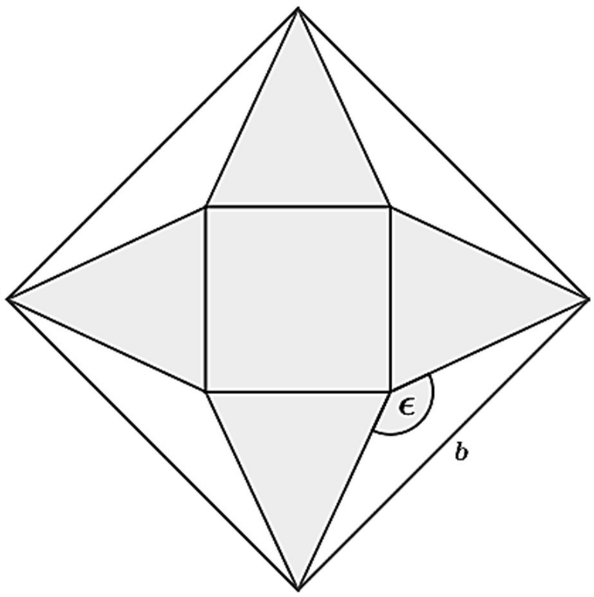
Es gilt:

$b = 20\ cm$

$\epsilon = 140\,°$

Berechnen Sie die Höhe der quadratischen Pyramide.

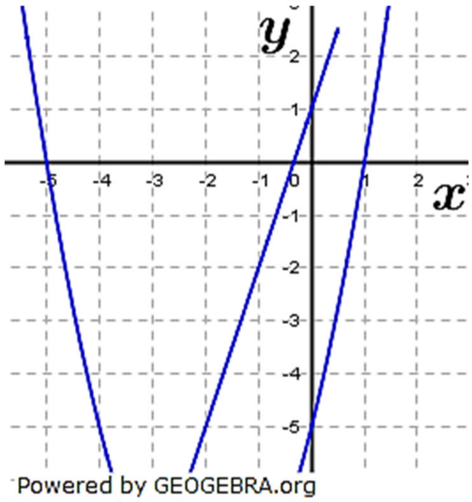
Lösung: $h_{Pyr} = 8{,}5\ cm$



Powered by GEOGEBRA.org

Aufgabe W3a/2018

Das Schaubild zeigt Ausschnitte einer verschobenen Normalparabel p_1 und einer Geraden g.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichungen der Parabel p_1 und der Geraden g.



Die verschobene, nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(5|-2)$.
Prüfen Sie rechnerisch, ob der Schnittpunkt Q der beiden Parabeln auf der Geraden g liegt.

Die Gerade h verläuft durch die beiden Scheitelpunkte S_1 und S_2.
Berechnen Sie die Funktionsgleichung der Geraden h.

Lösungen: p_1: $y = x^2 + 4x - 5$
g: $y = 3x + 1$
Punkt Q liegt auf g
h: $y = x - 7$

Aufgabe W3b/2018

Die Parabel p der Form $y = ax^2 + c$ hat den Scheitel $S(0|-4{,}5)$. Sie geht durch den Punkt $P(-3|0)$.

Die Gerade g mit der Steigung $m = 1{,}5$ geht durch den Punkt $R(0|0{,}5)$. Sie schneidet die Parabel p in den Punkten A und C.

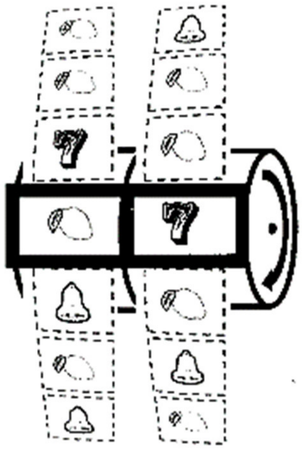
Die Punkte A und C sind die Eckpunkte des Rechtecks $ABCD$.
Zudem sind die Punkte A und C Anfangs- und Endpunkt einer Diagonalen dieses Rechtecks.

Die Seiten des Rechtecks verlaufen parallel zur x-Achse bzw. y-Achse.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rechtecks.

Lösung: $A_{ABCD} = 73{,}5\ FE$

Aufgabe W4a/2018

Im Technikunterricht wurde für ein Schulfest ein Zufallsgerät gebaut, bei dem sich zwei Walzen unabhängig voneinander drehen.
Die Walzen sind mit Symbolen beklebt. Auf jeder Walze sind vier Zitronen, zwei Glocken und eine Sieben abgebildet.
Wenn sie stehen bleiben, erkennt man im Sichtfenster zwei Symbole nebeneinander.



Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis "zweimal Glocke"?

Das Zufallsgerät wird für ein Glücksspiel eingesetzt.
Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.
Berechnen Sie den Erwartungswert.
Was bedeutet dies für den Spieler?

Ereignis	Gewinn
Zweimal Glocke	4,00 €
Zweimal Sieben	10,00 €
Sonstige	Kein Gewinn
Einsatz pro Spiel : 1,00 €	

Der Einsatz soll auf 1,20 € erhöht werden.
Der Gewinn für "zweimal Glocke" sowie der Erwartungswert bleiben gleich.

Merle behauptet: "Der Gewinn für "zweimal Sieben" beträgt dann etwa 20 €."
Hat Merle Recht? Begründen Sie rechnerisch.

Aufgabe W4b/2018

Ein Golfspieler schlägt seinen Golfball ab. Die Flugbahn des Golfballes ist annähernd parabelförmig.
In einer horizontalen Entfernung von $95\,m$ zum Abschlag erreicht der Ball seine maximale Flughöhe von $25\,m$ über dem Boden.
Geben Sie eine Gleichung der zugehörigen Parabel an.

Ein $15\,m$ hoher Baum steht in $45\,m$ Entfernung vom Abschlag.
In welchem Abstand überfliegt der Ball die Baumspitze?

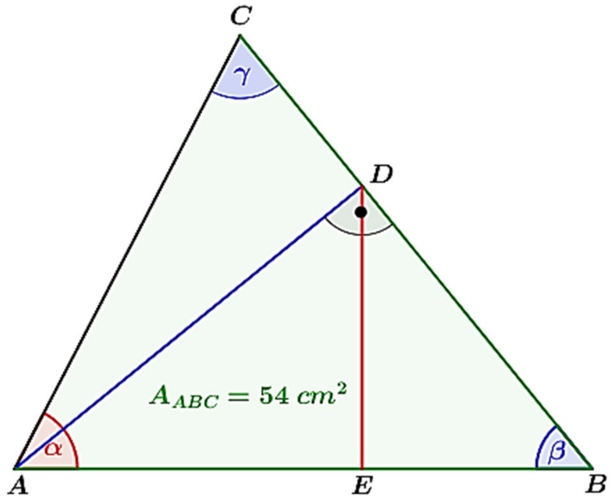
Das Loch befindet sich auf einer $2\,m$ höher gelegenen Ebene in $180\,m$ horizontaler Entfernung vom Abschlag.
In welcher Entfernung vom Loch trifft der Ball auf der höher gelegenen Ebene auf?

Lösungen: $p: y = -0{,}0028x^2 + 25$
Der Ball fliegt ca. $3\,m$ über die Baumspitze.
Entfernung zum Loch ca. $5{,}6\,m$.

Lösung W1a/2018

Lösungslogik

Berechnung der Strecke $\overline{AD}$ über die Flächenformel für das Dreieck ABC, denn die Strecke $\overline{BC}$ als auch der Flächenhalt des Dreiecks ist bekannt.
Berechnung des Winkels β über den sin.
Berechnung der Strecke $\overline{BD}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Strecke $\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD}$.
Berechnung des Winkels γ über den tan.
Berechnung von α über die Winkelsumme im Dreieck ABC.
Berechnung der Fläche des Dreiecks ABD über die Grundseite $\overline{BD}$ und die Höhe $\overline{AD}$.



Berechnung der Höhe $\overline{ED}$ über die Fläche des Dreiecks ABD und der Grundseite $\overline{AB}$.

Klausuraufschrieb

$\overline{AD}$: $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot \overline{BC}$

$54 = \frac{1}{2} \cdot \overline{AD} \cdot 11{,}6$

$\overline{AD} = \frac{108}{11{,}6} = 9{,}31$

β: $sin\beta = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{9{,}31}{12{,}0} = 0{,}77583$

$\beta = \sin^{-1} 0{,}77583 = 50{,}88\,°$

$\overline{BD}$: $\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ | Satz des Pythagoras

$\overline{BD} = \sqrt{12^2 - 9{,}31^2} = 7{,}57$

$\overline{DC}$: $\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 11{,}6 - 7{,}57 = 4{,}03$

γ: $tan\gamma = \frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{9{,}31}{4{,}03} = 2{,}31017$

$\gamma = \tan^{-1} 2{,}31017 = 66{,}59\,°$

α: $\alpha = 180° - \beta - \gamma = 180° - 50{,}88° - 66{,}59° = 62{,}53\,°$

Der Winkel α ist $62{,}5\,°$ groß.

A_{ABD}: $A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AD} = \frac{1}{2} \cdot 7{,}57 \cdot 9{,}31 = 35{,}24$

$\overline{ED}$: $A_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{ED}$

$35{,}24 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \overline{ED}$

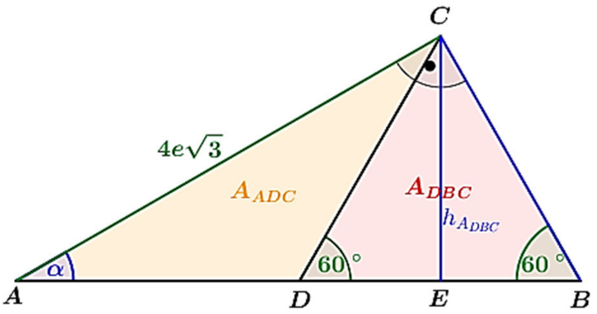
$\overline{ED} = \frac{70{,}48}{12} = 5{,}87$

Der Abstand des Punktes D von der Strecke $\overline{AB}$ beträgt $5{,}9\ cm$.

Lösung W1b/2018

Lösungslogik

Fläche der Dreiecke DBC und ADC:
Durch die Aufgabenstellung „gleichseitiges Dreieck DBC" sind die Winkel des Dreiecks mit $60\,°$ bekannt.
Berechnung von $\overline{BC}$ über den tan.
Berechnung von $h_{A_{DBC}}$ über den sin.
Berechnung von A_{DBC}.
Berechnung von A_{ABC}.
Berechnung von A_{ADC} über $A_{ABC} - A_{DBC}$.



Powered by GEOGEBRA.org

e für Fläche von $200\ cm^2$ für Dreieck ABC:
Wir setzen $A_{ABC} = 200$ und lösen die Flächengleichung nach 2 auf.

Klausuraufschrieb

Fläche der Dreiecke DBC und ADC:

$\overline{BC}$: $\quad tan(60\,°) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$\quad \overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{tan(60\,°)} = \frac{4e\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4e$

$h_{A_{DBC}}$: $\quad sin(60\,°) = \frac{h_{A_{DBC}}}{\overline{BC}}$

$\quad h_{A_{DBC}} = \overline{BC} \cdot \sin(60\,°) = 4e \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = 2e\sqrt{3}$

A_{DBC}: $\quad A_{DBC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot h_{A_{DBC}} = \frac{1}{2} \cdot 4e \cdot 2e\sqrt{3} = 4e^2\sqrt{3}$

A_{ABC}: $\quad A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 4e\sqrt{3} \cdot 4e = 8e^2\sqrt{3}$

A_{ADC}: $\quad A_{ADC} = A_{ABC} - A_{DBC} = 8e^2\sqrt{3} - 4e^2\sqrt{3} = 4e^2\sqrt{3}$ **q.e.d.**

e für Fläche von $200\ cm^2$ für Dreieck ABC:

$A_{ABC} = 8e^2\sqrt{3}$ | siehe Aufgabe 1. Teil

$8e^2\sqrt{3} = 200$ | $:(8\sqrt{3})$

$e^2 = \frac{200}{8\sqrt{3}} = 14{,}4338$ | $\sqrt{\ }$

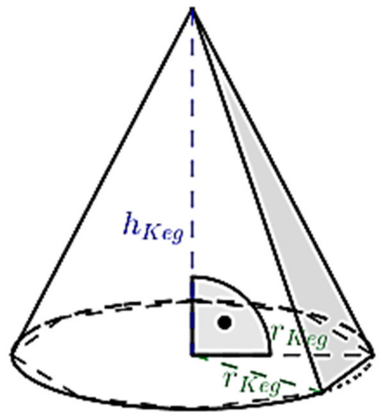
$e = 3{,}799$

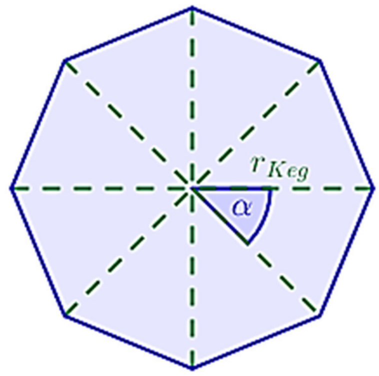
Für eine Fläche von $200\ cm^2$ des Dreiecks ABC muss $e = 3{,}8\ cm$ sein.

Lösung W2a/2018

<u>Lösungslogik</u>

Über die Volumenformel des Kegels können wir $h_{Pyr} = h_{Keg}$ bestimmen.
Die Volumenformel einer Pyramide lautet
$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{Pyr}$.
Da wir h_{Pyr} bereits kennen, benötigen wir nur noch die Größe der Grundfläche G. Diese ist ein gleichmäßiges Achteck.
Der Mittelpunktswinkel der Grundfläche ist
$\alpha = \frac{360\,°}{8} = 45\,°$.
Damit ergibt sich die Fläche des gleichseitigen Dreiecks der Grundfläche über den trigonometrischen Flächeninhalt $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot r_{Keg}^2 \cdot \sin(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot 6{,}5^2 \cdot \sin(45°)$.
Die Grundfläche setzt sich aus acht solcher Teildreiecke zusammen, sodass wir das Volumen nun berechnen können.





Powered by GEOGEBRA.org

<u>Klausuraufschrieb</u>

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_{Pyr}$

h_{Pyr}: $V_{Keg} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_{Keg}^2 \cdot h_{Keg}$

$500 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6{,}5^2 h_{Keg}$

$500 = 44{,}2441 \cdot h_{Keg}$ | $:44{,}2441$

$h_{Keg} = \frac{500}{44.2441} = 11{,}30 = h_{Pyr}$

α: $\alpha = \frac{360}{8} = 45\,°$

G: Die Grundfläche ist ein regelmäßiges Achteck, dessen Fläche sich aus acht gleichschenkligen Dreiecken zusammensetzt mit einer Schenkellänge von $s = r_{Keg} = 6{,}50$ und einem Spitzenwinkel von $\alpha = 45\,°$.

$G = 8 \cdot A_{Dreieck}$

$= 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot r_{Keg}^2 \cdot sin(\alpha)$ | trigonometrischer Flächeninhalt

$G = 4 \cdot 6{,}5^2 \cdot sin(45\,°) = 119{,}50$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 119{,}5 \cdot 11{,}3 = 450{,}12$

Das Volumen der Pyramide beträgt $450\ cm^3$*.*

Lösung W2b/2018

Lösungslogik

Die Höhe einer quadratischen Pyramide errechnet sich mit dem Satz des Pythagoras über:

$$h_{Pyr} = \sqrt{h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

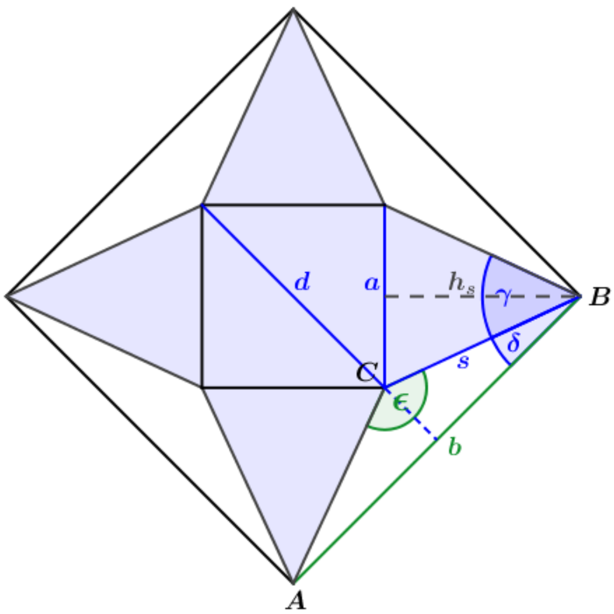
bzw.

$$h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Wir müssen also h_s, d und a bestimmen.

Das Dreieck ABC ist gleichschenklig, der Spitzenwinkel ϵ gegeben. Hieraus berechnen wir δ und den Spitzenwinkel des Seitendreiecks der Pyramide γ.

Über den $cos(\delta)$ können wir die Seitenkante s eines Seitendreiecks der Pyramide ermitteln. Über $sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$ berechnen wir a und daraus wiederum d.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Gesucht: $h_{Pyr} = \sqrt{h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ alternativ $h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$

δ: $\quad \delta = \frac{180\,° - \epsilon}{2}$ | Dreieck ABC ist gleichschenklig

γ: $\quad 2 \cdot \delta + \gamma = 90\,°$

$\quad \gamma = 90\,° - 2 \cdot \delta = 90\,° - 40\,° = 50\,°$

s: $\quad \cos(\delta) = \frac{\frac{b}{2}}{s}$

$$s = \frac{\frac{b}{2}}{\cos(\delta)} = \frac{10}{\cos(20\,°)} = 10{,}64$$

a: $\quad \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{s}$

$$a = 2 \cdot s \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2 \cdot 10{,}64 \cdot \sin(25°) = 8{,}99$$

d: $\quad d = a \cdot \sqrt{2}$ | Diagonale im Quadrat (Formelsammlung)

$$d = 8{,}99 \cdot \sqrt{2} = 12{,}72$$

alternativ

h_s: $\quad h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{10{,}64^2 - 4{,}495^2} = 9{,}64$

h_{Pyr}: $\quad h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{10{,}64^2 - 6{,}36^2} = 8{,}53$

alternativ

$$h_{Pyr} = \sqrt{h_s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{9{,}64^2 - 4{,}495^2} = 8{,}53$$

Die Höhe der Pyramide beträgt $8{,}5\ cm$.

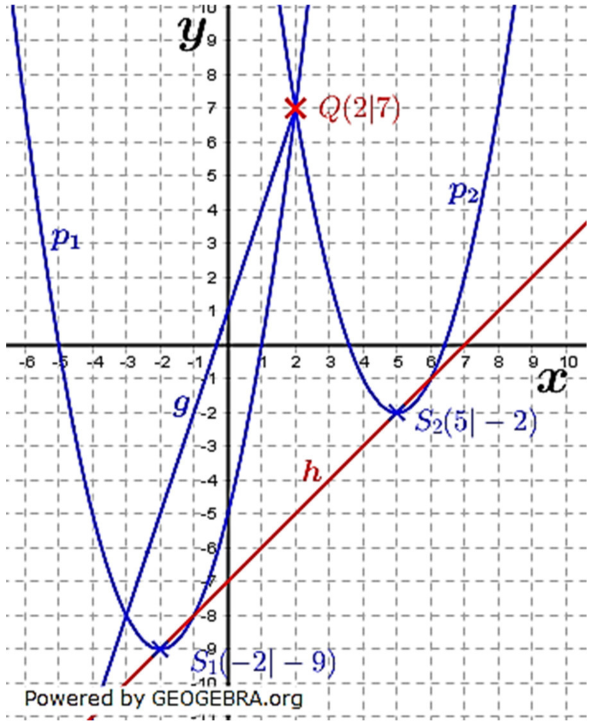
Lösung W3a/2018

Lösungslogik

Parabelgleichung p_1:
Die allgemeine Gleichung einer Normalparabel lautet $y = x^2 + bx + c$.
Aus der gegebenen Graphik lesen wir $c = -5$ ab. Zur Berechnung von b machen wir eine Punktprobe, z. B. mit der Nullstelle $N_1(-5|0)$.

Geradengleichung g:
Die allgemeine Gleichung einer Geraden lautet $y = mx + b$.
Aus der gegebenen Graphik lesen wir $b = 1$ ab. Das Steigungsdreieck durch die Punkte $P(0|1)$ und $Q(-5|-2)$ liefert die Steigung m.

Schnittpunkt p_1 und p_2:
Wir stellen die Parabelgleichung von p_2 mit Hilfe des gegebenen Scheitels auf, setzen die beiden Parabelgleichung gleich und lösen nach x auf.



Prüfung ob Schnittpunkt Q auf der Geraden g liegt:
Wir machen eine Punktprobe mit den Koordinaten von Q und der Geraden g.

Geradengleichung h:
Wir stellen die Parabelgleichung p_1 von der allgemeinen in die Scheitelpunktform um. Danach ermitteln wir m der Geraden h über die beiden Scheitelpunkte S_1 und S_2; machen dann eine Punktprobe mit S_1 (alternativ S_2) zur Ermittlung von b.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p_1:

p_1:	$y = x^2 + bx + c$	
	$c = -5$	abgelesen aus Graphik
	$N_1(-5\|0)$	abgelesen aus Graphik
	$0 = (-5)^2 - 5b - 5$	Punktprobe mit N_1
	$-5b = -20$	$:(-5)$
	$b = 4$	
	$y = x^2 + 4x - 5$	

Geradengleichung g:

g:	$y = mx + b$	
	$b = 1$	abgelesen aus Graphik
	$P(0\|1);\ \ Q(-2\|-5)$	abgelesen aus Graphik
	$m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{-5-1}{-2-0} = 3$	
	$y = 3x + b$	
	$1 = 3 \cdot 0 + b \ => \ b = 1$	Punktprobe mit $P(0\|1)$
	$y = 3x + 1$	

Schnittpunkt p_1 und p_2:

p_1:	$y = x^2 + 4x - 5$		
p_2:	$y = (x-5)^2 - 2$	|	Scheitelpunktform
	$y = x^2 - 10x + 23$		
$p_1 \cap p_2$:	$x^2 + 4x - 5 = x^2 - 10x + 23$		
	$14x = 28$		
	$x = 2$		
$x \rightarrow p_1$:	$y = 2^2 + 4 \cdot 2 - 5 = 7$		
Q:	$Q(2\|7)$		

Prüfung ob Schnittpunkt Q auf der Geraden g liegt:

$7 \stackrel{?}{=} 3 \cdot 2 + 1$	|	Punktprobe mit Q auf g
$7 = 7$	|	wahre Aussage

Der Punkt Q liegt auf der Geraden g.

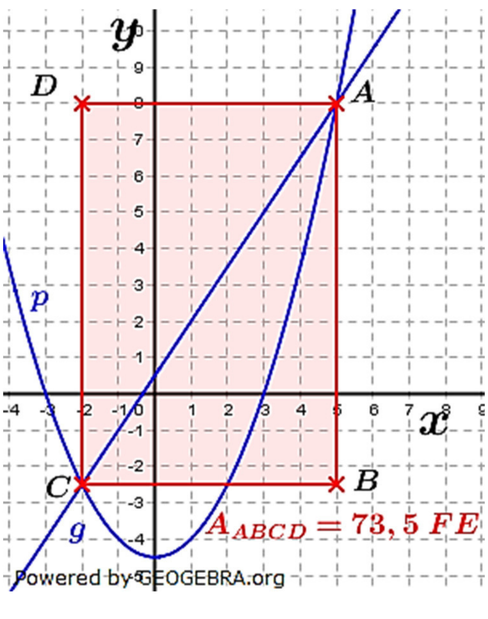
Geradengleichung h:

h:	$y = mx + b$		
S_1:	$y = (x+2)^2 - 4 - 5$		
	$y = (x+2)^2 - 9$		
	$S_1(-2\|-9)$		
m:	$m = \frac{y_{S_1} - y_{S_2}}{x_{S_1} - x_{S_2}} = \frac{-9-(-2)}{-2-5} = \frac{-7}{-7} = 1$		
	$y = x + b$		
	$-9 = -2 + b$	|	Punktprobe mit S_1
	$b = -7$		
h:	$y = x - 7$		

Lösung W3b/2018

Lösungslogik

Parabelgleichung p:
Über die Angabe $S(0|-4{,}5)$ ermitteln wir $c = -4{,}5$. Eine Punktprobe mit $P(-3|0)$ liefert den Parameter a.
Geradengleichung g:
Mit $m = 1{,}5$ und $R(0|0{,}5)$ ergibt sich die Geradengleichung zu $y = 1{,}5x + 5$.
Schnittpunkte A und C:
Durch Gleichsetzung von p und g berechnen wir die Koordinaten von A und C.
Punkte B und D:
Wir ermitteln die Koordinaten von B und D aus der Angabe, dass das Viereck $ABCD$ ein Rechteck ist.
Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$:
Der Flächeninhalt ergibt sich aus der Multiplikation der Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$.



Klausuraufschrieb

Parabelgleichung:

p:	$y = ax^2 - 4{,}5$	|	$c = -4{,}5$ wegen Punkt $S(0\vert -4{,}5)$
	$0 = a \cdot (-3)^2 - 4{,}5$	|	Punktprobe mit $P(-3\vert 0)$
	$a = \frac{1}{2}$		
	$y = \frac{1}{2}x^2 - 4{,}5$		
g:	$y = 1{,}5x + b$	|	Steigung $m = 1{,}5$ ist gegeben
	$b = 5$	|	Wegen gegebenem Punkt $R(0\vert 0{,}5)$
	$y = 1{,}5x + 0{,}5$		

Schnittpunkte A und C:

$p \cap g$:	$\frac{1}{2}x^2 - 4{,}5 = 1{,}5x + 0{,}5$	|	$-1{,}5x;\ -0{,}5$
	$\frac{1}{2}x^2 - 1{,}5x - 5{,}0 = 0$	|	$\cdot 2$
	$x^2 - 3x - 10 = 0$		
	$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 + 10}$	|	p/q-Formel
	$x_{1,2} = 1{,}5 \pm \sqrt{12{,}25} = 1{,}5 \pm 3{,}5$		
	$x_1 = 5;\quad x_2 = -2$		
	$y_A = 1{,}5 \cdot 5 + 0{,}5 = 8$		
	$y_B = 1{,}5 \cdot (-2) + 0{,}5 = -2{,}5$		
	$A(5\vert 8);\quad C = (-2\vert -2{,}5)$		

Punkte B und D:

$B(5|-2{,}5);\quad D = (-2|8)$

Strecke $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$:

$\overline{AB} = y_B - y_A = 8 - (-2{,}5) = 10{,}5$

$\overline{BC} = x_B - x_C = 5 - (-2) = 7$

Fläche Rechteck $ABCD$:

$A_{ABCD} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 10{,}5 \cdot 7 = 73{,}50$

Das Rechteck $ABCD$ ist $73{,}5\ FE$ groß.

Lösung W4a/2018

Lösungslogik

Wahrscheinlichkeit für zweimal Glocke:

An Hand der gegebenen Anzahl Symbole auf den Rädern bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit für das Symbol Glocke und berechnen diese über die erste Pfadregel.

Erwartungswert:

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Merles Behauptung:

Mit einem unveränderten Erwartungswert $E(X)$ und dem neuen Einsatz berechnen wir die Auszahlung für zweimal 7 neu.

Klausuraufschrieb

Einzelwahrscheinlichkeiten:

$P(Zitrone) = \frac{4}{7};\quad P(Glocke) = \frac{2}{7};\quad P(Sieben) = \frac{1}{7}$

Wahrscheinlichkeit für zweimal Glocken:

$P(Glocke; Glocke) = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{49} \approx 8{,}16\ \%$

Erwartungswert:

	$P(zweimal\ Glocke)$	$P(zweimal\ 7)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$3{,}00$ €	$9{,}00$ €	$-1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{44}{49}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}2449$€	$0{,}1837$ €	$-0{,}8980$ €
$E(X)$	$0{,}2449\ € + 0{,}1837\ € - 0{,}8980\ € = -0{,}4694\ €$		

Der Erwartungswert beträgt $-0{,}47$ € (aus der Sicht des Spielers).
Der Spieler verliert auf lange Sicht 0,47 € / Spiel

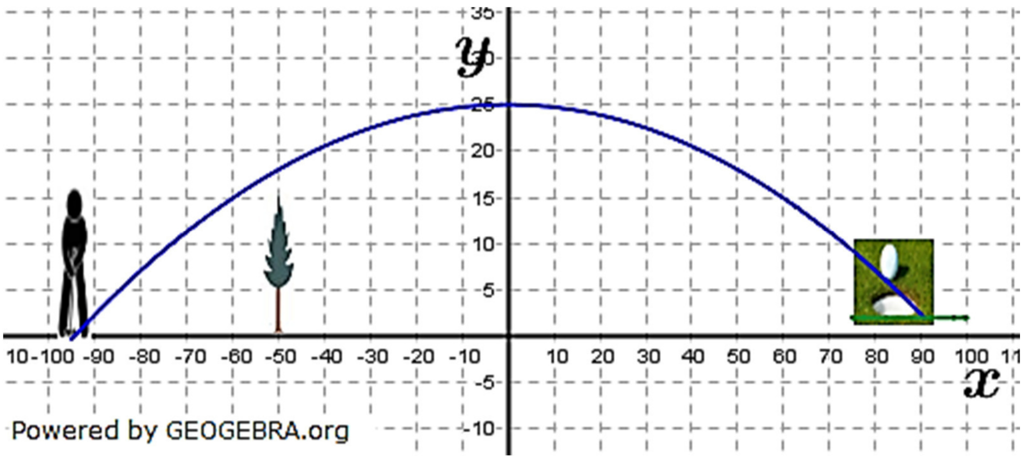
Merles Behauptung:
Neuer Einsatz ist $1{,}20$ €; $E(X) = -0{,}47$ €; Gewinn zweimal Glocke ist $4{,}00$ €;
Gewinn zweimal 7 ist $a + 1{,}20$ €.

	$P(zweimal\ Glocke)$	$P(zweimal\ 7)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$2{,}80$ €	$a - 1{,}20$€	$-1{,}20$ €
$p(X_i)$	$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{44}{49}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}2286$€	$0{,}0204(a - 1{,}20)$ €	$-1{,}0776$ €
$E(X)$	$0{,}2286\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € - 0{,}0245\ € - 1{,}0776\ € = -0{,}47\ €$		

$0{,}2286\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € - 0{,}0245\ € - 1{,}0776\ € = -0{,}47\ €$
$-0{,}8735\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € = -0{,}47\ € \qquad | \quad +0{,}8735\ €$
$0{,}0204 \cdot a\ € = 0{,}4035\ € \qquad | \quad : 0{,}0204$
$a \approx 19{,}80\ €$
Merle hat Recht, der Gewinn für zweimal 7 ist etwa 20 € (19,80 €).

Lösung W4b/2018

Lösungslogik
Die nachfolgende Graphik verdeutlicht die Situation:



Der Abschlag des Golfspielers erfolgt im Punkt $P(-95|0)$. Der Scheitel der Parabel liegt bei $S(0|25)$. Die Spitze des Baumes liegt bei $B(-50|15)$. Der Ball trifft das Green in $Q(x_Q|2)$, das Loch befindet sich in $L(85|2)$

Gleichung der Parabel p (Flugbahn):
Über den Ansatz $y = ax^2 + c$ ermitteln wir über die beiden Punkte P und S die Parameter a und c.

Überflug über Baum:
Wir berechnen die Höhe des Golfballs für $x = -50$.

Entfernung zum Loch bei Aufschlag auf das Green:
Wir berechnen die positive x_Q-Koordinate bei einer Höhe von $y = 2$ und bilden danach die Differenz aus x_Q und 85.

<u>Klausuraufschrieb</u>

Gleichung der Parabel p (Flugbahn):

p: $y = ax^2 + 25$ | $c = 25$ wegen Punkt $S(0|25)$
$0 = a \cdot (-95)^2 + 25$ | Punktprobe mit $P(-95|0)$
$a = -\frac{25}{9025} \approx -0{,}0028$
$y = -0{,}0028x^2 + 25$

Überflug h über Baum:

h: $y = -0{,}0028 \cdot (-50)^2 + 25 = 18$ | y für $x = -50$
$h = 18 - 15 = 3$

Der Ball fliegt ca. $3\,m$ über die Baumspitze.

Entfernung d zum Loch bei Aufschlag auf das Green:

d: $2 = -0{,}0028x^2 + 25$ | $-25;\ :(-0{,}0028)$
$x^2 = 8214{,}29$ | $\sqrt{\ }$
$x_{1,2} = \pm 90{,}63$
Nur Lösung x_1 mit $90{,}63$ ist sinnvoll.
$d = 90{,}63 - 85 = 5{,}63$

Der Ball schlägt in einer Entfernung zum Loch von etwa $5{,}6\,m$ auf.