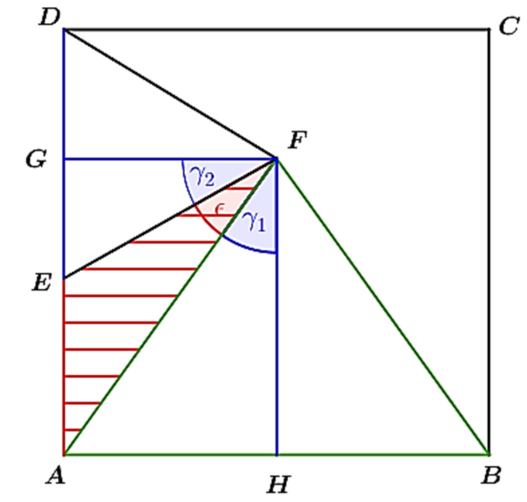
Lösung B1a/2022

Lösungslogik

Berechnung der Fläche A_{AFE}:
Berechnung $\overline{HF}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung der Strecke $\overline{GD}$.
Berechnung der Strecke $\overline{AE}$.
Berechnung der Fläche des Dreiecks AFE über die Grundseite $\overline{AE}$ und die Höhe $\overline{GF}$.

Berechnung des Winkels ϵ:
Berechnung γ_1 über den sin.
Berechnung von γ_2 über den tan.
Berechnung von ϵ als Ergänzungswinkel zu $90\,°$ von γ_1 und γ_2.



Klausuraufschrieb

Berechnung der Fläche A_{AFE}.

$\overline{HF}$: $\overline{HF} = \sqrt{\overline{AF}^2 - \overline{AH}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{HF} = \sqrt{12^2 - 7^2} = 9{,}75$

$\overline{GD}$: $\overline{GD} = \overline{AB} - \overline{HF} = 14 - 9{,}75 = 4{,}25$

$\overline{AE}$: $\overline{AE} = \overline{AB} - 2 \cdot \overline{GD} = 14 - 2 \cdot 4{,}25 = 5{,}5$

$\overline{GF}$: Wegen des gleichschenkligen Dreiecks ABF ist $\overline{GF} = 7$

A_{AFE}: $A_{AFE} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AE} \cdot \overline{GF} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}5 \cdot 7 = 19{,}25$

Das Dreieck AFE *hat eine Fläche von* $19{,}25\ cm^2$.

Berechnung der Fläche ϵ:

γ_1: $\sin(\gamma_1) = \frac{\overline{AH}}{\overline{AF}} = \frac{7}{12}$

$\gamma_1 = \sin^{-1}\left(\frac{7}{12}\right) = 35{,}69\,°$

γ_2: $\tan(\gamma_2) = \frac{\overline{GD}}{\overline{GF}} = \frac{4{,}25}{7}$

$\gamma_1 = \tan^{-1}\left(\frac{4{,}25}{7}\right) = 31{,}26\,°$

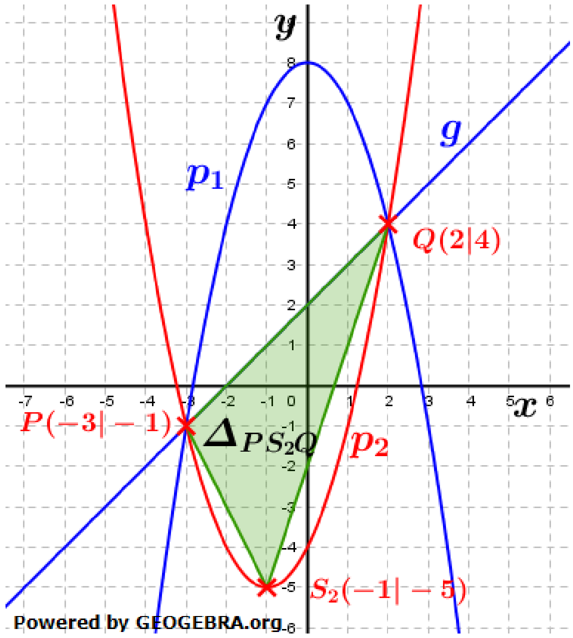
ϵ: $\epsilon = 90\,° - \gamma_1 - \gamma_2 = 90\,° - 35{,}69\,° - 31{,}26\,° = 23{,}05\,°$

Der Winkel ϵ *hat etwa* $23\,°$.

Lösung B1b/2022

Lösungslogik

Koordinaten Schnittpunkte P und Q:
Schnittpunkte bestimmen wir durch Gleichsetzung von g mit p_1. Die so entstehende Gleichung lösen wir nach x auf. Haben wir die beiden x-Werte ermittelt, setzen wir diese noch in die Geradengleichung g ein zur Ermittlung der zugehörigen y-Werte.



Koordinaten des Scheitelpunktes von p_2:
Über die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer Normalparabel $y = x^2 + px + q$ machen wir mit den beiden ermittelten Punkten P und Q zwei Punktproben und stellen das Gleichungssystem von zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten auf. Wir lösen das LGS nach p und q auf. Die so erhaltene allgemeine Form stellen wir um in die Scheitelpunktgleichung einer Parabel und lesen daraus die Koordinaten von S_2 ab.

Prüfung von Robins Behauptung:
Wir bestimmen die Längen der Strecken $\overline{PQ}$, $\overline{PS_2}$ und $\overline{QS_2}$. Danach prüfen wir, ob die Strecken den Satz des Pythagoras erfüllen.

Klausuraufschrieb

Koordinaten Schnittpunkte P und Q:
$p_1 \cap g$:

$-x^2 + 8 = x + 2 \quad | \quad +x^2 - 8$
$x^2 + x - 6 = 0 \quad | \quad p/q$-Formel
$x_{1,2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 6} = -0{,}5 \pm \sqrt{6{,}25} = -0{,}5 \pm 2{,}5$
$x_1 = 2; \quad x_2 = -3$
$y_1 = x_1 + 2 = 2 + 2 = 4$
$y_2 = x_2 + 2 = -3 + 2 = -1$
$P(-3|-1); \quad Q(2|4)$

Koordinaten des Scheitelpunktes von p_2:
Allgemeine Form Funktionsgleichung Parabel: $y = x^2 + px + q$
Punktproben:

(i) $-1 = 9 - 3p + q \quad |$ Punktprobe mit $P(-3|-1)$
(ii) $4 = 4 + 2p + q \quad |$ Punktprobe mit $Q(2|4)$

(i)-(ii) $-5 = 5 - 5p \quad | \quad -5$
$-10 = -53p \quad | \quad :(-5)$
$p = 2$
$p \rightarrow (i)$

$-1 = 9 - 6 + q \quad | \quad -3$
$-4 = q$

p_2: $y = x^2 + 2x - 4$
$y = (x+1)^2 - 1 - 4 \quad |$ quadratische Ergänzung
$y = (x+1)^2 - 5 \quad |$ Scheitelpunktgleichung
$S_2(-1|-5)$

Prüfung von Robins Behauptung:
Bestimmung der Streckenlängen.

$$\overline{PQ} = \sqrt{\left(x_Q - x_P\right)^2 + \left(y_Q - y_P\right)^2} = \sqrt{(2-(-3))^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{50}$$

$$\overline{PS_2} = \sqrt{\left(x_{S_2} - x_P\right)^2 + \left(y_{S_2} - y_P\right)^2} = \sqrt{(-1-(-3))^2 + (-5-(-1))^2} = \sqrt{20}$$

$$\overline{QS_2} = \sqrt{\left(x_{S_2} - x_Q\right)^2 + \left(y_{S_2} - y_Q\right)^2} = \sqrt{(-1-2)^2 + (-5-4)^2} = \sqrt{90}$$

Die längste Strecke ist somit $\overline{QS_2}$. Es müsste also gelten:

$\overline{QS_2}^2 = \overline{PQ}^2 + \overline{PS_2}^2$
$90 \stackrel{?}{=} 50 + 20$
$90 \neq 70$

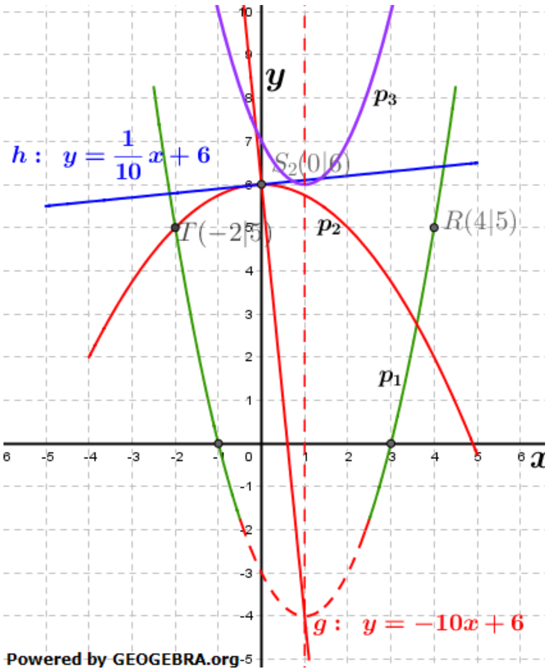
Robin hat nicht Recht.

Lösung B2a/2021

Lösungslogik

Funktionsgleichung p_1:
Der Grafik entnehmen wir, dass die Symmetrieachse bei $x = 1$ liegt. Die Scheitelpunktgleichung lautet somit $y = (x-1)^2 + y_S$. Um y_S zu berechnen machen wir eine Punktprobe mit z. B. Punkt R.

Funktionsgleichung p_2:
Die nach unten geöffnete Parabel ist in x-Richtung nicht verschoben und hat ihren Scheitel in $S_2(0|6)$. Mit welchem Faktor die Parabel in y-Richtung gestreckt ist, ist noch unbekannt. Somit lautet die allgemeine Gleichung zunächst $y = ax^2 + 6$. Um a zu berechnen, machen wir eine Punktprobe mit Punkt T.



Funktionsgleichung g:
Aus Berechnung von p_1 ist S_1 bekannt. S_2 ist gegeben. Wir stellen die Funktionsgleichung der Geraden g mit $y = mx + b$ durch die beiden Punkte S_1 und S_2 auf.

Funktionsgleichung h:
Wegen $g \perp h$ gilt $m_h = -\frac{1}{m_g}$. Damit ergibt sich die Funktionsgleichung von h zu $y = -\frac{1}{m_g}x + b$. Zur Berechnung von machen wir eine Punktprobe mit $R(4|5)$.

Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:
Diese Parabel muss dieselbe Symmetrieachse besitzen wie p_1 und den tiefsten Punkt höher liegen haben als der y-Wert von p_2 an der Stelle $x = 1$.

Klausuraufschrieb
Funktionsgleichung p_1:
Symmetrieachse von p_1 ist $x = 1$. Damit lautet die Scheitelpunktgleichung von p_1 $y = (x-1)^2 + y_{S_1}$

$5 = (4-1)^2 + y_{S_1}$ | Punktprobe mit $R(4|5)$
$5 = 9 + y_{S_1}$ | -9
$y_{S_1} = -4$
$y = (x-1)^2 - 4$
$y = x^2 - 2x - 3$

Funktionsgleichung p_2:
In -Richtung unverschobene, gestreckte Parabel mit Scheitel $S_2(0|6)$
$y = ax^2 + 6$
$5 = a \cdot (-2)^2 + 6$ | Punktprobe mit $T(-2|5)$
$4a = -1$ | $:4$
$a = -0{,}25$
$y = -0{,}25x^2 + 6$

Funktionsgleichung g:
g: $y = m_g \cdot x + b$
$m_g = \frac{y_{S_2} - y_{S_1}}{x_{S_2} - x_{S_1}} = \frac{6-(-4)}{0-1} = -10$
$y = -10x + b$
$6 = -10 \cdot 0 + b$ | Punktprobe mit $S_2(0|6)$
$b = 6$
$y = -10x + 6$

Funktionsgleichung h:
Wegen $g \perp h$ gilt $m_h = -\frac{1}{m_g}$ mit $m_g = -10$.
h: $y = -\frac{1}{-10} \cdot x + b = \frac{1}{10}x + b$
$5 = \frac{1}{10} \cdot 4 + b$ | Punktprobe mit $R(4|5)$
$5 - \frac{4}{10} = b$
$b = 4{,}6$
$y = \frac{1}{10}x + 4{,}6$

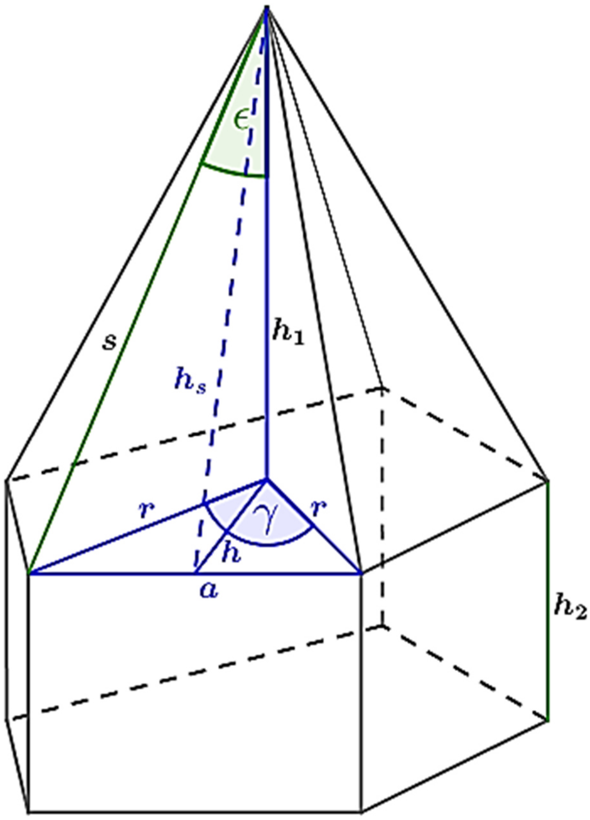
Weitere Funktionsgleichung einer nach oben geöffneten Normalparabel:
Symmetrieachse $x = 1$ mit y-Wert größer y-Wert p_2 bei $x = 1$.
p_3: $y = (x-1)^2 + 6 = x^2 + 2x + 7$

Lösung B2b/2021

Lösungslogik

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers ergibt sich aus der Summe der Fläche der fünfseitigen Grundfläche, dem Mantel des fünfseitigen Prismas sowie dem Mantel der fünfseitigen aufgesetzten Pyramide.

Zur Berechnung der aufgeführten Flächen sind zunächst noch Vorberechnungen zu machen (siehe Grafik rechts).



Winkel γ:

Wegen des regelmäßigen Fünfecks ist $\gamma = \frac{360\,°}{5} = 72\,°$.

Radius r:

Berechnung über den $\sin(\epsilon)$.

Seitenkante a:

Berechnung von $\frac{1}{2}a$ über den $\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$.

Höhe h Basisdreieck Grundfläche:

Berechnung über den Satz des Pythagoras.

Höhe h_s Seitendreieck Pyramide:

Berechnung über den Satz des Pythagoras.

Größe der Grundfläche (regelmäßiges Fünfeck):

Die Größe der Grundfläche bestimmt sich über 5 Basisdreiecke über

$A_{Fünfeck} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

Größe der Mantelfläche fünfseitiges Prisma:

$M_{Prisma} = 5 \cdot a \cdot h_2$

Größe der Mantelfläche fünfseitige Pyramide:

$M_{Pyramide} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s$

Klausuraufschrieb

Vorberechnungen (siehe Grafik oben):

γ: $\gamma = \frac{1}{5} \cdot 360\,° = 72\,°$

r: $\sin(\epsilon) = \frac{r}{s}$

$r = s \cdot \sin(\epsilon) = 12{,}6 \cdot \sin(33\,°) = 6{,}86$

a: $\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{r}$

$\frac{a}{2} = r \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

$a = 2r \cdot \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2 \cdot 6{,}86 \cdot \sin(36\,°) = 8{,}064$

h: $\mathrm{r}^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ | Satz des Pythagoras

$h = \sqrt{r^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{6{,}86^2 - 4{,}03^2} = 5{,}55$

h_s: $\mathrm{s}^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$ | Satz des Pythagoras

$h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{12{,}6^2 - 4{,}03^2} = 11{,}94$

Oberfläche zusammengesetzter Körper:

$O_{Körper}$:

$O_{Körper} = A_{Fünfeck} + M_{Prisma} + M_{Pyramide}$

$A_{Fünfeck}$:

$A_{Fünfeck} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8{,}064 \cdot 5{,}55 = 111{,}888$

M_{Prisma}:

$M_{Prisma} = 5 \cdot a \cdot h_2 = 5 \cdot 8{,}064 \cdot 5{,}6 = 225{,}792$

$M_{Paramide}$:

$M_{Pyramide} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8{,}064 \cdot 11{,}94 = 240{,}71$

$O_{Körper} = 111{,}888 + 225{,}762 + 240{,}71 = 578{,}36$

Die Oberfläche des zusammengesetzten Körpers ist $578{,}4\,cm^2$ *groß.*

Lösung W3a/2022

Lösungslogik

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für rote, blaue und gelbe Kugeln.
Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.
Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugel nach den Pfadregeln.
Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.
Der Erwartungswert entspricht dabei zweimal dem Erwartungswert von zuvor.

Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeiten.

$P(rot)=\frac{4}{8};\quad P(gelb)=\frac{1}{8};\quad P(blau)=\frac{3}{8}$ jeweils nur im ersten Zug.

Erwartungswert:

$P(zwei\ gleiche\ Farben)=P(rot;rot)+P(blau;blau)=\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{18}{56}$

$P(\text{ gelb }und\ blau\ )=P\big((gelb;blau);(blau;\ gelb\ )\big)=2\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{6}{56}$

Gewinnplan

	$P(zwei\ gleich\ Farben$	$P(\text{ gelb }und\ blau\ )$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$4{,}00\ €$	$10{,}00\ €$	$-2{,}50\ €$
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i\cdot p(X_i)$	$1{,}29\ €$	$1{,}07\ €$	$-2{,}50\ €$
EX	$1{,}29\ €+1{,}07\ €-2{,}50\ €=-0{,}14\ €$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von $0{,}14\ €$ *pro Spiel rechnen.*

Neuer Gewinnplan:

	$P(zwei\ gleich\ Farben$	$P(\text{ gelb }und\ blau\ )$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$4{,}00\ €$	$a\ €$	$-2{,}50\ €$
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i\cdot p(X_i)$	$1{,}29\ €$	$\frac{6}{56}\cdot a\ €$	$-2{,}50\ €$
EX	$1{,}29\ €+\frac{6}{56}\cdot a\ €-2{,}50\ €=-0{,}28\ €$		

$1{,}29\ €+\frac{6}{56}\cdot a\ €-2{,}50\ €=-0{,}28\ € \quad | \quad +1{,}21\ €$

$\frac{6}{56}\cdot a\ €=0{,}93\ € \quad | \quad \cdot\frac{56}{6}$

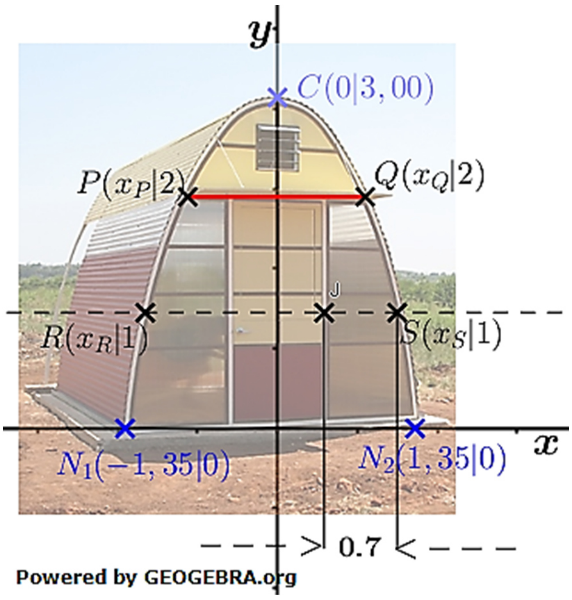
$a=8{,}68\ €$

Der neue Auszahlungsbetrag für $P(\text{ gelb }und\ blau\ )$ *müsste* $8{,}68\ €$ *betragen.*

Lösung B3b/2022

Lösungslogik

Parabelgleichung p der Außenkontur:
Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems in die Mitte des Tiny House am Boden (siehe Grafik). Dann ist die Außenkontur eine nach unten geöffnete in x-Richtung unverschobene Parabel mit der Grundgleichung $y = ax^2 + c$. c ist dabei die Höhe des Tiny House. N_1 und N_2 sind die beiden Nullstellen. Zur Berechnung von machen wir eine Punktprobe mit N_2.



Breite b des Vordachs.
Der äußerste Rand des Vordaches schneidet die Außenkontur in den Punkten und . Die Breite des Vordaches ist dann die Länge der Strecke $\overline{PQ}$. Zur Berechnung der x-Koordinaten der Punkte P und Q setzen wir y auf die Höhe der Türe mit $y = 2$.

Flächeninhalt der Tür:
Wie beim Vordach berechnen wir die Schnittpunkte R und S einer Parallelen zur x-Achse in der Höhe $y = 1$. Von der Länge der Strecke $\overline{RS}$ wird dann $2 \cdot 0{,}7\,m = 1{,}4\,m$ subtrahiert. Das Ergebnis ist dann die Breite der Tür. Diese multipliziert mit der Höhe der Tür ergibt dann die Türfläche.

Klausuraufschrieb

Parabelgleichung p:

p: Wir legen den Ursprung des Koordinatensystems auf den Boden in die Mitte des Tiny House.
Die Parabelgleichung hat damit die Form $y = ax^2 + c$ mit $c = 3$ (Höhe)

$y = ax^2 + 3$
$0 = a \cdot 1{,},35^2 + 3$ | Punktprobe mit Nullstelle $N_2(1{,}35|0)$
$0 = 1{,}8225a + 3$ | -3
$-3 = 1{,}8225a$ | $:1{,}8225$
$a = -1{,}646$

Die Parabel hat die Gleichung $y = -1{,}646x^2 + 3$.

Breite b des Vordachs.
Die Vordachhöhe ist $y = 2{,}00\,m$. Berechnung von zwei Schnittpunkten P und Q:

$2 = -1{,}646x^2 + 3$ | -3
$-1 = -1{,}646x^2$ | $:(-1{,}646)$
$x^2 = 0{,}6075$ | $\sqrt{}$
$x_{1,2} = \pm 0{,}78$ ➔ $P(-0{,}78|2)$; $Q(0{,}78;2)$
b: $b = x_Q - x_P = 0{,}78 - (-0{,}78) = 1{,}56$

Das Vordach ist $1{,}56\,m$ breit.

Flächeninhalt der Tür:
Schnittpunkte R und S einer Parallelen zur x-Achse in der Höhe $y = 1$.
$1 = -1{,}646x^2 + 3 \quad | \quad -3$
$-2 = -1{,}646x^2 \quad | \quad :(:1{,}646)$
$x^2 = 1{,}215 \quad | \quad \sqrt{}$
$x_{1,2} = \pm 1{,}10$ ➔ $R(-1{,}10|1);\quad S(1{,}10;1)$
Breite der Tür:
b: $\quad b = 2(x_S - 0{,}7) = 2 \cdot (1{,}1 - 0{,}7) = 0{,}80$
Die Tür ist $0{,}8\,m$ breit.
$A_{Tür} = h_{Tür} \cdot b_{Tür} = 2 \cdot 0{,}8 = 1{,}6$
Die Tür hat eine Fläche von $1{,}6\,m^2$.

Lösung B4a/2022

Lösungslogik

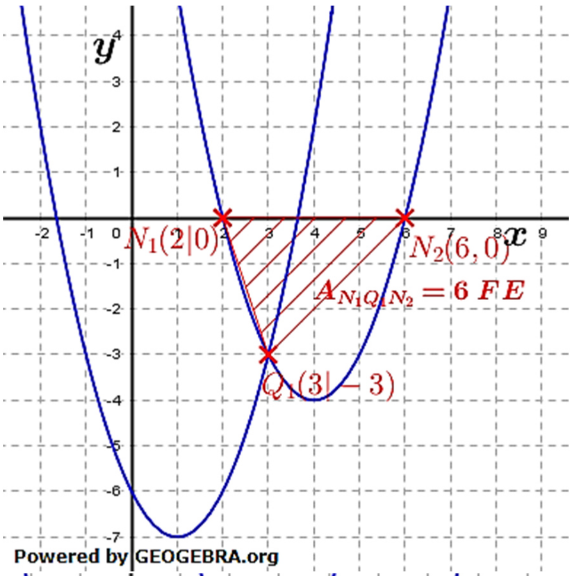
Schnittpunkt p_1 mit p_2:
Schnittpunktberechnung durch Gleichsetzung und Auflösen der Gleichung nach x. Einsetzen des ermittelten x-Wertes in p_1 oder p_2 zur Berechnung des zugehörigen y-Wertes.

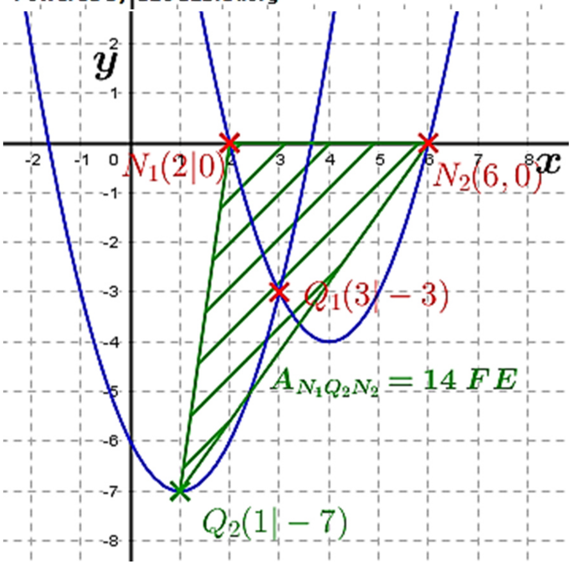
Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse:
Wir setzen die Funktionsgleichung p_1 auf Null und lösen die Gleichung nach x auf.

Flächenberechnung Dreieck $N_1Q_1N_2$:
Basis des Dreiecks ist die Länge der Strecke $\overline{N_1N_2}$. Die Höhe ist der Betrag des y-Wertes von Q_1.

Lage von Q_2 für maximalen Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
Der Punkt Q_2 wandert auf der Parabel p_2. Der Betrag des y-Wertes von Q_2 stellt die Höhe des Dreiecks dar. Die Basis mit der Strecke $\overline{N_1N_2}$ ist konstant. Der größte Flächeninhalt ist dann, wenn die Höhe des Dreiecks am größten ist. Dies ist im Scheitelpunkt von p_2 der Fall.

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:
Berechnung über Flächeninhaltsformel eines Dreiecks $A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$.





Klausuraufschrieb

Schnittpunkt p_1 mit p_2:

$p_1 \cap p_2$

$x^2 - 8x + 12 = (x-1)^2 - 7$

$x^2 - 8x + 12 = x^2 - 2x - 6$

$-8x + 12 = -2x - 6 \qquad | \quad +6$

$-8x + 18 = -2x \qquad | \quad +8x$

$18 = 6x \qquad | \quad :6$

$x = 3$

$y = (3-1)^2 - 7$

$y = 4 - 7 = -3$

$Q_1(3|-3)$

Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_1 mit der x-Achse:

Nullstellen mit $y = 0$ setzen.

$x^2 - 8x + 12 = 0$

$x_{,1,2} = 4 \pm \sqrt{16-12} = 4 \pm 2 \qquad | \quad p/q$-Formel

$x_{,1} = 2; \quad x_2 = 6$

$N_1(2|0); \quad N_2(6|0)$

Flächenberechnung Dreieck $N_1Q_1N_2$:

$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_1}|$

$A_{N_1Q_1N_2} = \frac{1}{2} \cdot (6-2) \cdot 3 = 6\,FE$

Lage von Q_2 für maximalen Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:

$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{N_1N_2} \cdot |y_{Q_2}|$

$\overline{N_1N_2}$ ist konstant. $A_{N_1Q_2N_2}$ hat größten Flächeninhalt wenn $|y_{Q_2}|$ am größten ist.
Dies ist im Scheitelpunkt von p_2 der Fall.

$|y_{Q_2}| = 7$

Maximaler Flächeninhalt des Dreieck $N_1Q_2N_2$:

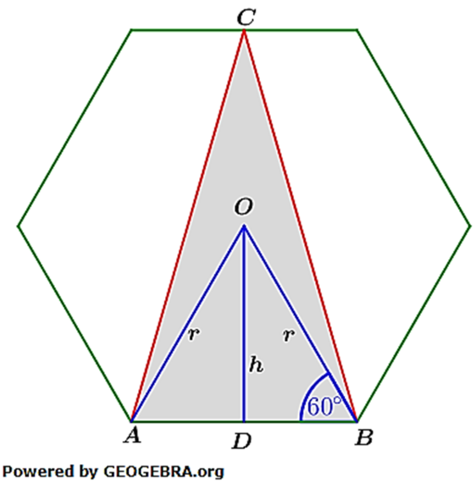
$A_{N_1Q_2N_2} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 = 14\,FE$

Lösung B4b/2022

Lösungslogik

Umfang Dreieck ABC:

Im regelmäßigen Sechseck sind die 6 Basisdreiecke des Sechsecks gleichseitig.
Dies führt zu $r = \overline{AB} = 12{,}4\,cm$.
Berechnung von h über den Satz des Pythagoras.
Die Strecke $\overline{DC} = 2h$.
Berechnung von $\overline{AC}$ über den Satz des Pythagoras.
$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}$.



Prüfung von Toms Behauptung:
Wir berechnen die Fläche des regelmäßigen Sechsecks über die Formel
$A_{Sechseck} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3}$ sowie die Fläche des Dreiecks ABC über die Formel
$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC}$.

<u>Klausuraufschrieb</u>
Umfang Dreieck ABC:
$u_{ABC} = \overline{AB} + 2 \cdot \overline{AC}$
$\overline{AC}$: $\quad \overline{AC}^2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2$
$\quad \overline{AC} = \sqrt{\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 + \overline{DC}^2}$
$\overline{DC}$: $\quad \overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO}$
$\overline{DO}$: $\quad \sin(60°) = \frac{\overline{DO}}{r}$
$\quad \overline{DO} = r \cdot \sin(60°)$
Wegen regelmäßigem Sechseck ist $r = \overline{AB} = 12{,}54\ cm$.
$\quad \overline{DO} = 12{,}4 \cdot \sin(60°) = 10{,}74$
$\quad \overline{DC} = 2 \cdot \overline{DO} = 21{,}48\ cm$
$\quad \overline{AC} = \sqrt{6{,}2^2 + 21{,}48^2} = 22{,}36\ cm$
$u_{ABC} = 12{,}4 + 2 \cdot 22{,}36 = 57{,}12\ cm$
Der Umfang des Dreiecks ABC beträgt $57{,}1\ cm$.

Prüfung von Toms Behauptung:
$A_{Sechseck} = \frac{3}{2} \cdot \overline{AB}^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2} \cdot 12{,}4^2 \cdot \sqrt{3} = 399{,}48\ cm^2$
$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{DC} = \frac{1}{2} \cdot 12{,}4 \cdot 21{,}48 = 133{,}18$
$\frac{399{,}48}{133{,}18} = 3$
Tom hat Recht.