



Aufgabe B1a/2023

Das gleichschenklige Dreieck ABC und das rechtwinklige $FBDE$ Trapez überdecken sich teilweise.

Es gilt:

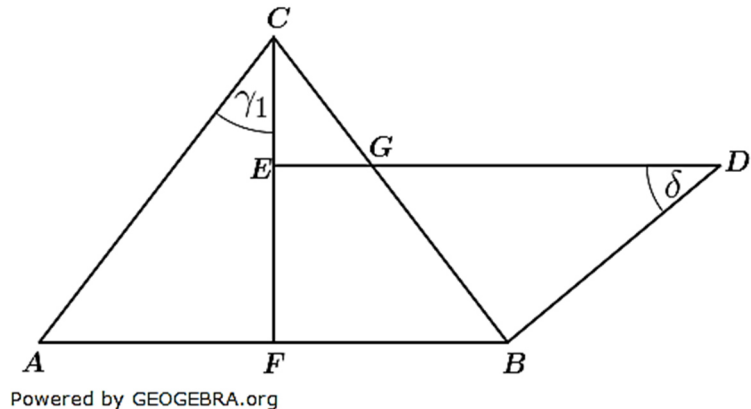
$$\overline{AC} = 11,4 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = 8,2 \text{ cm}$$

$$\gamma_1 = 37,6^\circ$$

$$\delta = 39,2^\circ$$

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$



Powered by GEOGEBRA.org

Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $FBGE$.

$$\text{Lösung: } A_{FBGE} = 25,7 \text{ cm}^2$$

Aufgabe B1b/2023

Eine nach oben geöffnete Normalparabel p mit der Form $y = x^2 + bx - 2$ geht durch den Punkt $A(1|1)$.

- Berechne die Funktionsgleichung der Parabel p .

Die Parabel p geht auch durch den Punkt $B(-3|y_B)$. Sie schneidet die y -Achse im Punkt C .

- Bestimme die Koordinaten der Punkte B und C .

Die Punkte A , B und C bilden das Dreieck ABC .

- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .

Die Gerade g geht durch den Punkt C und hat die Steigung $m = -3$.

- Gib die Funktionsgleichung von g an.

Julius behauptet: „Die Gerade g halbiert den Flächeninhalt des Dreiecks ABC .“

- Überprüfe diese Aussage und begründe deine Antwort durch Rechnung oder Argumentation.

$$\text{Lösungen: } p: y = x^2 + 2x - 2; B(-3|1); C(0|-2); A_{ABC} = 6 \text{ FE}$$

$$g: y = -3x - 2; \text{Julius hat Recht.}$$

Aufgabe B2a/2023

Zu einer verschobenen, nach oben geöffneten Normalparabel p_1 gehört die unvollständige Wertetabelle.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y		1				1	

- Bestimme die Funktionsgleichung von p_1 .
- Vervollständige die Wertetabelle.

Die Gerade g hat die Funktionsgleichung $y = mx - 2$ und geht durch den Punkt $P(3 | -5)$.

- Berechne die Funktionsgleichung von g .
- Zeige rechnerisch, dass g keinen Schnittpunkt mit p_1 hat.
- Gib die Funktionsgleichung einer verschobenen nach oben geöffneten Normalparabel p_2 an, die keinen Schnittpunkt mit g und p_1 hat.

Lösungen: $p_1: y = x^2 - 4x + 1$; $g: y = -x - 2$;
 $p_2: y = x^2 - 4x + 3$

Aufgabe B2b/2023

Aus einem Kegel wird eine regelmäßige fünfseitige Pyramide ausgearbeitet (siehe Abbildung).

Die Eckpunkte der Grundfläche der fünfseitigen Pyramide liegen auf der Kreislinie der Grundfläche des Kegels.

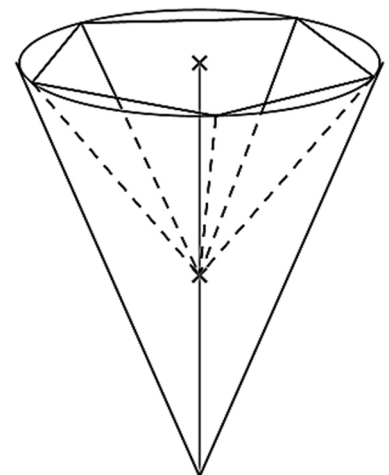
Es gilt:

$a = 8,6 \text{ cm}$ (Grundkante Pyramide)

$h_K = 15,2 \text{ cm}$ (Körperhöhe Kegel)

$h_P = 7,6 \text{ cm}$ (Körperhöhe Pyramide)

Um wie viele cm^2 unterscheiden sich die Inhalte der Mantelfläche des Kegels und der Pyramide?

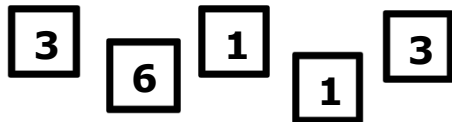


Powered by GEOGEBRA.org

Lösung: Kegelmantel $M_K = 387,95 \text{ cm}^2$
 Pyramidenmantel $M_P = 207,05 \text{ cm}^2$
 Unterschied $M_K - M_P = 180,9 \text{ cm}^2$

Aufgabe B3a/2023

Die Klasse 10a verkauft Rubellose.
Auf jedem Los befinden sich zwei Streifen.
Jeder Streifen enthält die folgenden Ziffern:



Die Ziffern sind in zufälliger Reihenfolge angeordnet.

Der linke Streifen zeigt die Zehnerziffern, der rechte die Einerziffern. Auf jedem Streifen wird genau ein Feld freigerubbelt, wodurch eine zweistellige Zahl entsteht.

Die nebenstehende Abbildung zeigt die Zahl 61.

Rubbellos

Zehner- ziffer	Einer- ziffer
	1
6	

Powered by GEOGEBRA.org

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl zu erhalten, die größer als 60 ist?

Die Rubbellose werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

Ereignis	Gewinn
Zahl größer als 60	3,00 €
Zahl 33	6,00 €
Restliche Möglichkeiten	Kein Gewinn

- Berechne den Erwartungswert.

Einsatz: 2,00 €

Die Klasse 10a überlegt, auf jedem Streifen der Lose eine **3** durch eine **6** zu ersetzen.

- Erhöht sich dadurch der Gewinn für die Klasse?
Begründe deine Entscheidung durch Rechnung.

$$\text{Lösung: } P(> 60) = \frac{1}{5} = 20 \%$$

$$E(X) = -0,44 \text{ €}$$

Der Gewinn erhöht sich auf 0,56 € / Rubbellos

Aufgabe B3b/2023

Die Abbildung zeigt den Sprung eines Frosches, der annähernd die Form einer Parabel mit der Gleichung $y = ax^2 + c$ hat.

Die maximale Höhe des Sprungs ist 139 cm.

Die Sprungweite beträgt 220 cm.

- Gib eine mögliche Gleichung der zugehörigen Parabel an. In einer horizontalen Entfernung von 150 cm nach dem Absprung befindet sich ein Schilfrohr, das 94 cm aus dem Wasser ragt.

- In welchem Abstand springt der Frosch darüber? Der Sprung eines zweiten Frosches kann mit der Gleichung $y = -\frac{3}{200}x^2 + 165$ dargestellt werden.

- Welcher der beiden Frösche springt weiter? Berechne die Differenz der Sprungweiten.

Lösungen: $p: y = -0,0115x^2 + 139$

Der Frosch springt mit 26,6 cm Abstand über das Schilfrohr.

Die Sprungweite des 2. Frosches beträgt 210 cm.

Der erste Frosch springt 10 cm weiter als der Zweite.



Quelle: [Frösche Vektoren von Vecteezy](https://de.vecteezy.com/gratis-vektor/fr%C3%B6sche)

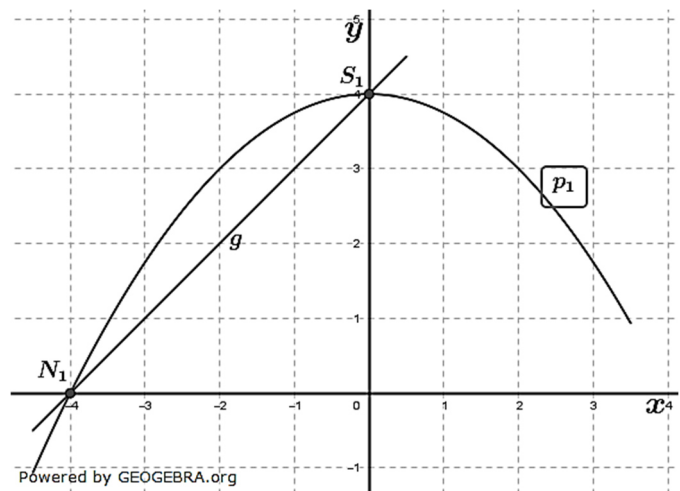
Frösche Vektoren von Vecteezy

Aufgabe B4a/2023

Das Schaubild zeigt Ausschnitte der Parabel p_1 und der Geraden g .

- Bestimme die Funktionsgleichung von p_1 und g . Entnimm dazu geeignete Werte aus dem Schaubild.

Die Parabel p_1 schneidet die x -Achse in den Punkten N_1 und N_2 .



- Gib die Koordinaten von N_2 an.

Die Parabel p_2 hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 2x - 3$.

- Berechne die Koordinaten des Scheitelpunkts S_2 von p_2 . S_2 bildet mit S_1 und N_1 das Dreieck $S_2S_1N_1$. Ebenso bildet S_2 mit N_2 und S_1 das Dreieck $S_2N_2S_1$.

- Um wie viele Flächeneinheiten (FE) unterscheiden sich die Flächeninhalte dieser beiden Dreiecke?

Lösungen: $p_1: y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$; $g: y = x + 4$; $N_2(4|0)$; $S_2(1|-4)$

$A_{S_2S_1N_1} = 18 \text{ FE}$; $A_{S_2N_2S_1} = 14 \text{ FE}$; Unterschied 4 FE

Aufgabe B4b/2023

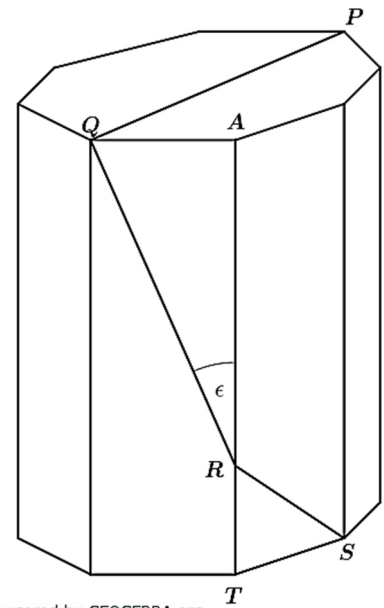
Auf einem regelmäßigen achtseitigen Prisma liegt der Streckenzug $PQRS$ mit der Länge 38 cm .

Es gilt:

$$\overline{AR} = 14,2\text{ cm}$$

$$\epsilon = 23,0^\circ$$

Berechne die Höhe des achtseitigen Prismas.



Powered by GEOGEBRA.org

$$\text{Lösung: } h_{\text{prisma}} = 17,4\text{ cm}$$

Lösung B1a/2023

Lösungslogik

Zur Berechnung der Fläche A_{FBGE} müssen wir von der Fläche des Dreiecks A_{FBC} die Fläche des Dreiecks A_{EGC} abziehen.

Berechnung der Fläche A_{FBC} :

Berechnung der Höhe $\overline{FC}$ über den $\cos(\gamma_1)$.

Berechnung $\overline{FB}$ über den Satz des Pythagoras.

Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks A_{FBC} .

Berechnung der Fläche A_{EGC} :

Berechnung der Strecke $\overline{BH} = \overline{FE}$ über den $\sin(\delta)$.

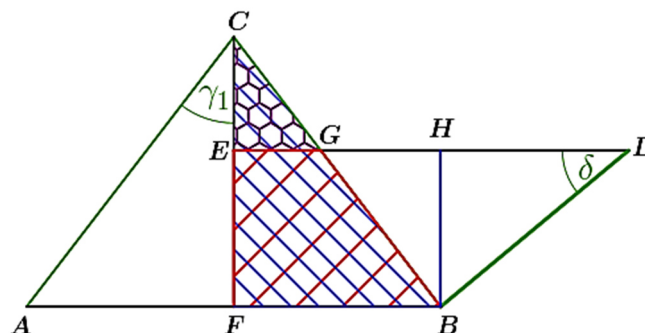
Berechnung der Strecke $\overline{EC}$ über die Differenz der Strecken $\overline{FC}$ und $\overline{FE}$.

Berechnung der Strecke $\overline{EG}$ über den $\sin(\gamma_1)$.

Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks A_{EGC} .

Berechnung der Fläche A_{FBGE} :

Berechnung des Flächeninhaltes des Trapezes A_{FBGE} über die Differenz der Flächen A_{FBC} und A_{EGC} .



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$A_{FBGE} = A_{FBC} - A_{EGC}$$

Berechnung der Dreiecksfläche A_{FBC} :

A_{FBC} :

$$A_{FBC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{FB} \cdot \overline{FC}$$

$$\overline{FC}: \cos(\gamma_1) = \frac{\overline{FC}}{\overline{AC}} \quad | \quad \cdot \overline{AC}$$

$$\overline{FC} = \overline{AC} \cdot \cos(\gamma_1)$$

$$\overline{FC} = 11,4 \cdot \cos(37,6^\circ) = 9,03 \text{ cm}$$

$$\overline{FB}: \overline{FB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{FC}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$\overline{FB} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{FC}^2} = \sqrt{11,4^2 - 9,03^2} = 6,96$$

$$A_{FBC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{FB} \cdot \overline{FC} = \frac{1}{2} \cdot 6,96 \cdot 9,03 = 31,42$$

Berechnung der Dreiecksfläche A_{EGC} :

A_{EGC} :

$$A_{EGC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{EG} \cdot \overline{EC}$$

$$\overline{EC}: \overline{EC} = \overline{FC} - \overline{FE}$$

$$\overline{FE}: \overline{FE} = \overline{BH}$$

$$\overline{BH}: \sin(\delta) = \frac{\overline{BH}}{\overline{BD}} \quad | \quad \cdot \overline{BD}$$

$$\overline{BH} = \overline{BD} \cdot \sin(\delta)$$

$$\overline{BH} = 8,2 \cdot \sin(39,2^\circ) = 5,18$$

$$\overline{FE} = 5,18$$

$$\overline{EC}: \overline{EC} = 9,03 - 5,18 = 3,85$$

$$\overline{EG}: \tan(\gamma_1) = \frac{\overline{EG}}{\overline{EC}} \quad | \quad \cdot \overline{EC}$$

$$\overline{EG} = \overline{EC} \cdot \tan(\gamma_1)$$

$$\overline{EG} = 3,85 \cdot \tan(37,6^\circ) = 2,96$$

A_{EGC} :

$$A_{EGC} = \frac{1}{2} \cdot 2,96 \cdot 3,85 = 5,7$$

Berechnung der Dreiecksfläche A_{FBGE} .

$$A_{FBGE} = 31,42 - 5,7 = 25,72$$

Das Viereck FBGE ist $25,7 \text{ cm}^2$ groß.

Lösung B1b/2023

Lösungslogik

Funktionsgleichung von p :

Mittels Punktprobe mit $A(1|1)$ Berechnung des Koeffizienten b .

Koordinaten der Punkte B und C:

Für Punkt B setzen wir $x = -3$.

Für Punkt C lesen wir die y -Koordinate an der Funktionsgleichung ab.

Flächeninhalt des Dreiecks ABC:

Die Grundseite des Dreiecks ist die Strecke $\overline{BA}$, die Höhe ist die Strecke $\overline{CD}$.

Funktionsgleichung der Geraden g :

Die Steigung ist gegeben, ebenso der y -Achsenabschnitt, damit liegt die Funktionsgleichung fest.

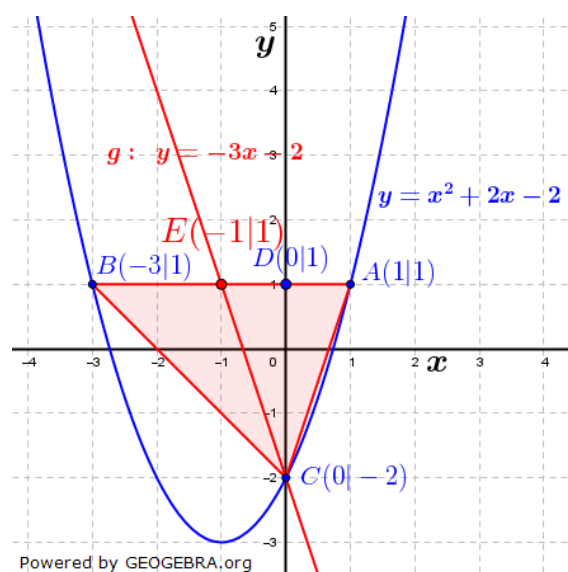
Überprüfung einer Behauptung:

Wir bestimmen den Schnittpunkt der Geraden g mit der Grundseite des Dreiecks ABC .

Dabei stellen wir fest, dass die Grundseite im Punkt E halbiert wird.

Die beiden Dreiecke BEC und EAC haben somit die gleich lange Grundseite bei gleich langer Höhe $\overline{CD}$, haben also denselben Flächeninhalt.

Julius hat Recht.



Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von p :

Punktprobe mit $A(1|1)$:

$$1 = 1 + b - 2$$

$$b = 2$$

$$y = x^2 + 2x - 2$$

Koordinaten der Punkte B und C :

$$y_B = (-3)^2 + 2 \cdot (-3) - 2 = 9 - 8 = 1$$

$$B(-3|1)$$

$$y_C = (0)^2 + 2 \cdot (0) - 2 = -2$$

$$C(0|-2)$$

Flächeninhalt des Dreiecks ABC :

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BA} \cdot \overline{CD} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ FE}$$

Das Dreieck A_{ABC} ist 6 FE groß.

Funktionsgleichung der Geraden g :

Gegeben Steigung $m = -3$ und y -Achsenabschnitt $C(0|-2)$

$$g: y = -3x - 2$$

Überprüfung einer Behauptung:

Die Grafik zeigt, dass die Gerade g die Grundseite $\overline{BA}$ des Dreiecks ABC halbiert. Da dadurch die Grundseite der beiden Teildreiecke BEC und EAC gleich lang sind und die Höhe $\overline{CD}$ ebenfalls, halbiert die Gerade g den Flächeninhalt des Dreiecks ABC . Julius hat Recht.

Lösung B2a/2023

Lösungslogik

Funktionsgleichung p_1 :

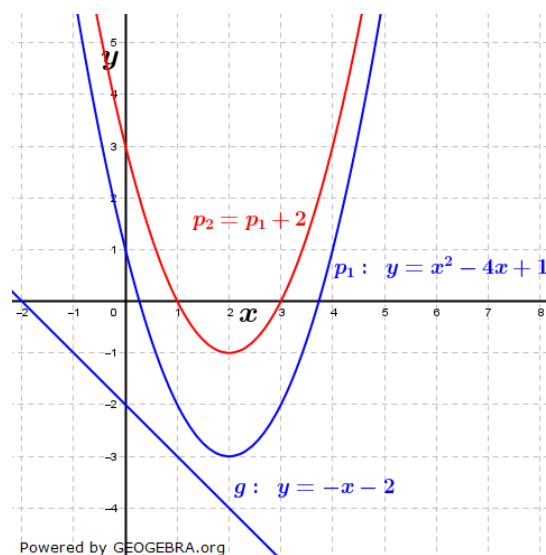
Der Wertetabelle entnehmen wir, dass der y -Wert für $x = 0$ und $x = 4$ identisch ist. Die x -Koordinate des Scheitels lautet somit $x_S = 2$. Scheitelpunktgleichung lautet damit $y = (x - 2)^2 + y_S$. Um y_S zu berechnen machen wir eine Punktprobe mit einem bekannten Punkt aus der Wertetabelle, z. B. Punkt $A(0|1)$.

Funktionsgleichung g :

Die Gerade ist gegeben durch $y = mx - 2$ und den Punkt $P(3|-5)$. Über eine Punktprobe bestimmen wir die Steigung m .

Nachweis kein Schnittpunkt von p_1 mit g :

Wir setzen die beiden Funktionsgleichungen gleich und versuchen die Gleichung nach x aufzulösen.



Funktionsgleichung p_2 :

Eine weitere Parabel p_2 die keinen Schnittpunkt mit p_1 und g hat, ist jede Parabel p_1 , die in y -Richtung nach oben verschoben wird. In der Grafik ist eine Verschiebung um 2 Einheiten nach oben vorgenommen worden.

Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung p_1 :

Symmetrieachse von p_1 ist $x_S = 2$. Damit lautet die Scheitelpunktgleichung von p_1 $y = (x - 2)^2 + y_{S_1}$

$$1 = (0 - 2)^2 + y_{S_1} \quad | \quad \text{Punktprobe mit } R(0|1)$$

$$1 = 4 + y_{S_1} \quad | \quad -4$$

$$y_{S_1} = -3$$

$$y = (x - 2)^2 - 3 \quad | \quad \text{binomische Formel auflösen.}$$

$$y = x^2 - 4x + 1$$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

Funktionsgleichung g :

$$g: y = mx - 2; P(3|-5)$$

$$-5 = 3m - 2 \quad | \quad +2$$

$$-3 = 3m \quad | \quad :3$$

$$m = -1$$

$$g: y = -x - 2$$

Nachweis kein Schnittpunkt von p_1 mit g :

$$g \cap p_1:$$

$$x^2 - 4x + 1 = -x - 2 \quad | \quad +x; +2$$

$$x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$x_{1,2} = 1,5 \pm \sqrt{2,25 - 3} \quad | \quad p/q\text{-Formel}$$

Der Wert unter der Wurzel ist negativ, somit keine Lösung, g und p_1 schneiden sich nicht.

Funktionsgleichung p_2 :

Zum Beispiel p_1 um 2 Einheiten nach oben geschoben (andere Lösungen möglich):

$$p_2: y = x^2 - 4x + 3$$

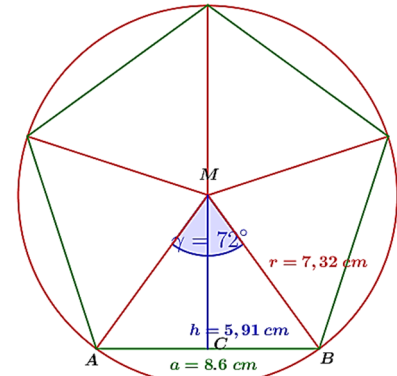
Lösung B2b/2023

Lösungslogik

Flächeninhalt des Kegelmantels:

$$M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$$

Wir benötigen zunächst den Radius des Kegels, welcher gleichzeitig der Umkreisradius der Grundfläche der Pyramide ist. Die Seitenkante des Kegels ergibt sich danach aus dem Satz des Pythagoras.



Powered by GEOGEBRA.org

Flächeninhalt des

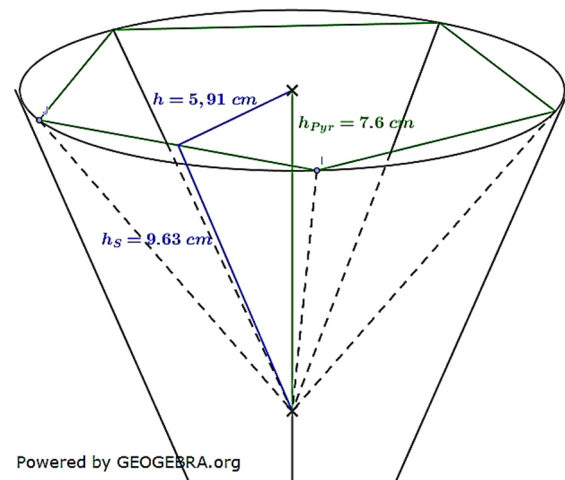
Pyramidenmantels:

Der Mantel der fünfseitigen Pyramide besteht aus 5 Dreiecken mit der Grundseite $a = 8,6 \text{ cm}$ und der Höhe h_s .

Die Höhe h eines Teildreiecks der Grundfläche der Pyramide errechnen wir mit dem Satz des Pythagoras.

Ebenfalls über den Satz des Pythagoras kann jetzt die Höhe h_s der Dreiecke des Pyramidenmantels bestimmt werden.

Damit kann der Pyramidenmantel berechnet werden.



Powered by GEOGEBRA.org

Flächenunterschied zwischen Kegelmantel und Pyramidenmantel:

Der Unterschied bestimmt sich aus der Differenz von Kegelmantel und Pyramidenmantel.

Klausuraufschrieb

Flächeninhalt des Kegelmantels:

Vorberechnungen (siehe Grafik oben):

$$\gamma: \quad \gamma = \frac{1}{5} \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

$$M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s$$

$$r_{Keg}: \quad \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{r_{Keg}} \quad | \quad \cdot r_{Keg}; \quad : \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$r_{Keg} = \frac{\frac{a}{2}}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{8,6}{2 \cdot \sin(36)} = 7,32 \text{ cm}$$

$$s: \quad s^2 = r^2 + h_{Keg}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$s = \sqrt{r^2 + h_{Keg}^2} = \sqrt{7,32^2 + 15,2^2} = 16,87 \text{ cm}$$

$$M_{Keg} = \pi \cdot 7,32 \cdot 16,87 = 387,95 \text{ cm}^2$$

Flächeninhalt des Pyramidenmantels:

$$M_{Pyr} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s$$

$$h: \quad r_{Keg}^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$h = \sqrt{r_{Keg}^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{7,32^2 - 4,3^2} = 5,91 \text{ cm}$$

$$h_s: \quad h_s^2 = h^2 + h_{Pyr}^2 \quad | \quad \text{Satz des Pythagoras}$$

$$h_s = \sqrt{h^2 + h_{Pyr}^2} = \sqrt{5,91^2 + 7,6^2} = 9,63$$

$$M_{Pyr} = 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_s = 2,5 \cdot 8,6 \cdot 9,63 = 207,05 \text{ cm}^2$$

Flächenunterschied zwischen Kegelmantel und Pyramidenmantel:

$$\Delta M = M_{Keg} - M_{Pyr} = 387,95 - 207,05 \text{ cm}^2 = 180,9$$

Der Flächenunterschied zwischen Kegelmantel und Pyramidenmantel beträgt $180,9 \text{ cm}^2$

Lösung B3a/2023

Lösungslogik

Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

Bestimmung der Wahrscheinlichkeit einer 6 in der ersten Spalte.

Da in der zweiten Spalte keine 0 vorkommt, ist dies gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 60.

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für Zahl größer 60 und Zahl gleich 33.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Erwartungswert:

Neuberechnung der Wahrscheinlichkeiten für $P(X > 60)$ und $P(X = 33)$.

Berechnung des neuen Erwartungswertes für geänderten

Wahrscheinlichkeiten über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

$$P(X = 6 \text{ Spalte 1}) = \frac{1}{5}; \quad P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = 1;$$

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$$

Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl größer als 60 zu erhalten beträgt $\frac{1}{5}$.

Erwartungswert:

$$P(X > 60) = \frac{1}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Gewinnplan

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	0,60 €	0,96 €	-2,00 €
EX	0,6 € + 0,96 € - 2,00 € = -0,44 €		

Die Klasse 10a kann mit einer Einnahme von 0,44 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,20 €	0,24 €	-2,00 €
EX	1,20 € + 0,24 € - 2,00 € = -0,56 €		

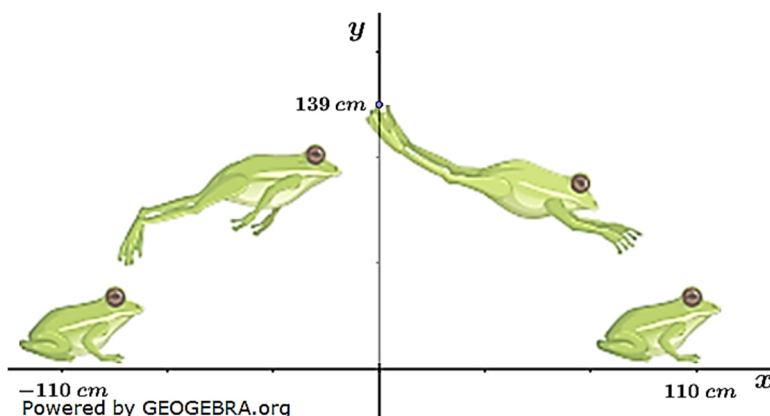
Der Gewinn der Klasse 10a erhöht sich auf 0,56 € pro Spiel.

Lösung B3b/2023

Lösungslogik

Gleichung einer zugehörigen Parabel:

Aufgrund der gegebenen Parabelgleichung liegt die y -Achse in der Sprungmitte. Damit ist der Parameter $c = 139$. Zur Bestimmung von a machen wir dann eine Punktprobe mit der Nullstelle $N_2(0|110)$.



Abstand des Frosches zu einem Schilfrohr:

Die horizontale Entfernung von 150 cm vom Absprungpunkt hat die x -Koordinate $x_0 = 150 \text{ cm} - 110 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$.

Berechnung der Flughöhe y_0 des Frosches bei $x_0 = 40$. Der Abstand des Frosches ist dann diese Flughöhe y_0 abzüglich der Höhe des Schilfrohres.

Differenz der Sprungweite eines zweiten Frosches:

Berechnung der Nullstellen der Funktionsgleichung für den zweiten Frosch.

Aus $N_2 - N_1$ ergibt sich diese Sprungweite.

Bildung der Differenz der beiden Sprungweiten.

Klausuraufschrieb

Gleichung einer zugehörigen Parabel

p: $y = ax^2 + c$

In y -Richtung verschobene Parabel. c ist die Sprunghöhe des Frosches.

$$y = ax^2 + 139$$

a: $0 = a \cdot 110^2 + 139$ | Punktprobe mit $N_2(110|0)$

$$12100a = -139$$

$$a = -0,01149$$

$$y = -0,01149x^2 + 139$$

Realschulabschluss Funktionen (Gerade, Parabel) (Wahlteil B) 2023-2024

Abstand des Frosches zu einem Schilfrohr:

x -Position des Schilfrohrs:

$$x_0 = 150 - 110 = 40$$

Höhe y_0 bei Position $x_0 = 40$:

$$y_0 = -0,01149 \cdot 40^2 + 139 = 120,62$$

Abstand Frosch zu Schilfrohr:

$$d = y_0 - 94 = 120,62 - 94 = 26,62$$

Der Abstand des Frosches beim Überspringen des Schilfrohrs beträgt

26,6 cm.

Differenz der Sprungweite eines zweiten Frosches:

Sprungweite Frosch 2 über die Nullstellen der Funktionsgleichung:

$$\begin{array}{l|l} -\frac{3}{200}x^2 + 165 = 0 & +\frac{3}{200}x^2 \\ \frac{3}{200}x^2 = 165 & \cdot \frac{200}{3} \\ x^2 = 11000 & \sqrt{} \end{array}$$

$$x_{1,2} = \pm 104,88$$

$$w = 104,88 - (-104,88) = 209,76$$

Die Sprungweite des zweiten Frosches beträgt etwa 210 cm

Differenz der beiden Sprungweiten:

$$\Delta w = 220 - 210 = 10$$

Der zweite Frosch springt etwa 10 cm kürzer als der 1. Frosch.

Lösung B4a/2023

Lösungslogik

Funktionsgleichung von p_1 und g :

Die Parabel p_1 ist nach unten geöffnet und in y -Richtung um 4 Einheiten nach oben geschoben. Ihr Grundgleichung lautet $y = ax^2 + c$ mit $c = 4$ als dem y -Achsenabschnitt.

Bestimmung von a über die gegebene Nullstelle $N_1(-4|0)$. Die Gerade g geht durch die Punkte $N_1(-4|0)$ und $B(0|4)$, hat also den y -Achsenabschnitt $c = 4$. Bestimmung der Steigung m über die Formel $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Koordinaten von N_2 :

p_1 ist symmetrisch zur y -Achse. Damit ist $N_2(4|0)$.

Scheitelpunkt S_2 von p_2 :

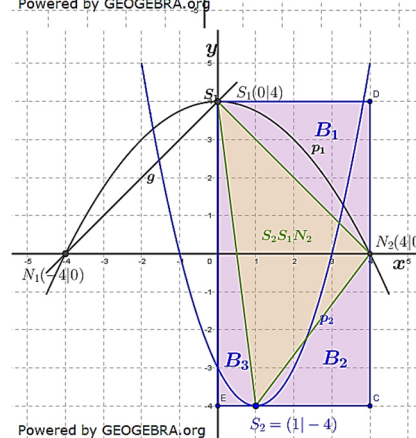
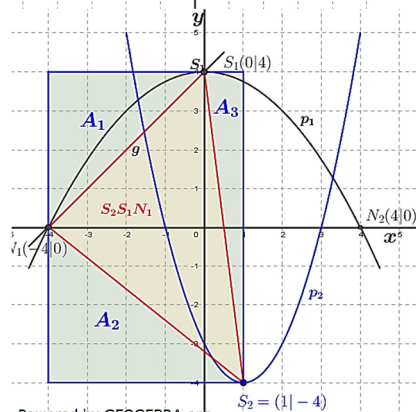
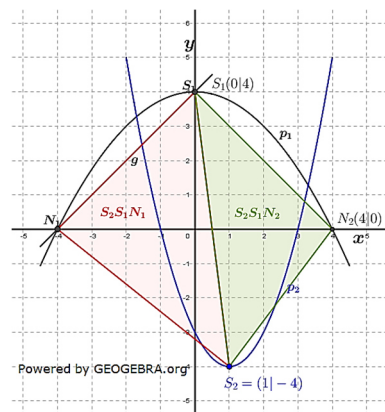
Wir stellen die allgemeine, gegebene Gleichung $y = x^2 - 2x - 3$ in die Scheitelpunktform um.

Unterschied zweier Flächeninhalte:

Wir fertigen eine Situationsskizze (1. Abbildung rechts).

Aus der zweiten Abbildung rechts geht hervor, dass die Fläche des Dreiecks $S_2S_1N_1$ ermittelt werden kann über die Fläche des umschließenden Rechtecks abzgl. der Flächen der Dreiecke A_1 , A_2 und A_3 .

Aus der dritten Abbildung rechts geht hervor, dass die Fläche des Dreiecks $S_2S_1N_2$ ermittelt werden kann über die Fläche des umschließenden Rechtecks abzgl. der Flächen der Dreiecke B_1 , B_2 und B_3 .



Klausuraufschrieb

Funktionsgleichung von p_1 und g :

$$\begin{aligned}
 p_1: \quad y &= ax^2 + 4 \\
 0 &= a \cdot (-4)^2 + 4 & | \quad \text{Punktprobe mit } N_1(-4|0) \\
 0 &= 16a + 4 & | \quad -4 \\
 16a &= -4 & | \quad :16 \\
 a &= -\frac{1}{4} \\
 p_1: \quad y &= -\frac{1}{4}x^2 + 4 \\
 g: \quad y &= mx + c \\
 c &= 4 \\
 m &= \frac{y_{N_1} - y_{S_1}}{x_{N_1} - x_{S_1}} = \frac{0 - (-4)}{-4 - 0} = 1 \\
 g: \quad y &= x + 4
 \end{aligned}$$

Koordinaten von N_2 :

p_1 ist symmetrisch zur y -Achse. Damit ist $N_2(4|0)$.

Scheitelpunkt S_2 von p_2 :

$$\begin{aligned}
 y &= x^2 - 2x - 3 \\
 y &= x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 & | \quad \text{quadratische Ergänzung} \\
 y &= (x - 1)^2 - 1 - 3 & | \quad \text{2. Binomische Formel} \\
 y &= (x - 1)^2 - 4 & | \quad \text{Zusammenfassen} \\
 S_2(1 | -4)
 \end{aligned}$$

Unterschied zweier Flächeninhalte:

Flächeninhalt Dreieck $S_2S_1N_1$:

$$A_{S_2S_1N_1} = A_{\text{Rechteck}} - A_1 - A_2 - A_3$$

$$A_{\text{Rechteck}} = 5 \cdot 8 = 40$$

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

$$A_{S_2S_1N_1} = 40 - 8 - 10 - 4 = 18$$

Flächeninhalt Dreieck $S_2S_1N_2$:

$$A_{S_2S_1N_2} = A_{\text{Rechteck}} - B_1 - B_2 - B_3$$

$$A_{\text{Rechteck}} = 4 \cdot 8 = 32$$

$$B_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

$$B_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$$

$$B_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 8 = 4$$

$$A_{S_2S_1N_2} = 32 - 8 - 6 - 4 = 14$$

Differenz der Flächenunterschiede:

$$\Delta A = A_{S_2 S_1 N_1} - A_{S_2 S_1 N_2} = 18 - 14 = 4$$

Der Flächenunterschied der beiden Dreiecke $A_{S_2 S_1 N_1}$ und $A_{S_2 S_1 N_2}$ beträgt 4 FE.

Lösung B4b/2023

Lösungslogik

Höhe des Achteckprismas:

Die Höhe h_{Prisma} setzt sich zusammen aus der gegebenen Strecke $\overline{AR} = 14,2 \text{ cm}$ und der Strecke $\overline{RT}$.

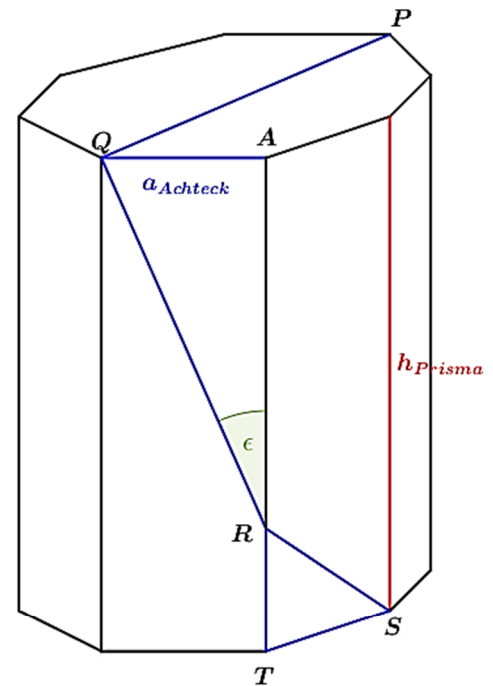
$\overline{RT}$ können wir berechnen über den Satz des Pythagoras über die beiden Strecken $\overline{RS}$ und $\overline{TS}$.

$\overline{TS}$ ist gleichzeitig die Seitenkante a des Achtecks und kann errechnet werden über den $\tan(\epsilon)$.

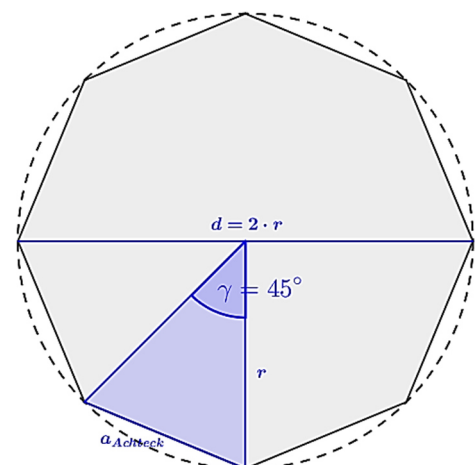
$\overline{RS}$ ergibt sich über die Differenz des Streckenzuges $PQRS = 38 \text{ cm}$ und den beiden Strecken $\overline{PQ}$ und $\overline{QR}$.

$\overline{QR}$ können wir berechnen über den Satz des Pythagoras über die beiden Strecken $\overline{AR}$ und a .

$\overline{QP}$ ist der Durchmesser des Umkreises des Achtecks, siehe Abbildung 2 rechts.



Powered by GEOGEBRA.org



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

Höhe des Achteckprismas:

$$h_{\text{Prisma}} = \overline{AR} + \overline{RT}$$

$$\overline{RT}: \overline{RS}^2 = \overline{RT}^2 + \overline{TS}^2$$

$$\overline{RT} = \sqrt{\overline{RS}^2 - \overline{TS}^2}$$

$$\overline{TS}: \overline{TS} = a_{\text{Achteck}}$$

$$\tan(\epsilon) = \frac{a_{\text{Achteck}}}{\overline{AR}}$$

$$a_{\text{Achteck}} = \overline{AR} \cdot \tan(\epsilon) = 14,2 \cdot \tan(23^\circ)$$

$$a_{\text{Achteck}} = 6,03 \text{ cm} = \overline{TS}$$

$$\overline{RT} = \sqrt{\overline{RS}^2 - 6,03^2}$$

$$\overline{RS}: \overline{RS} = PQRS - \overline{QP} - \overline{QR}$$

$$\overline{QR}: \overline{QR}^2 = \overline{AR}^2 + a_{\text{Achteck}}^2$$

$$\overline{QR} = \sqrt{\overline{AR}^2 + a_{\text{Achteck}}^2} = \sqrt{14,2^2 + 6,03^2} = 15,43$$

$$\overline{QP}: \overline{QP} = d = 2 \cdot r$$

$$\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{r};$$

$$\gamma = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$r = \frac{\frac{a}{2}}{\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{3,015}{\sin(22,5^\circ)} = 7,88$$

$$\overline{QP} = 2 \cdot 7,88 = 15,76$$

$$\overline{RS} = PQRS - \overline{QP} - \overline{QR} = 38 - 15,76 - 15,43 = 6,81$$

$$\overline{RT} = \sqrt{\overline{RS}^2 - \overline{TS}^2} = \sqrt{6,81^2 - 6,03^2} = 3,16$$

$$h_{\text{Prisma}} = \overline{AR} + \overline{RT} = 14,2 + 3,16 = 17,36$$

Die Höhe des Prismas beträgt 17,4 cm.