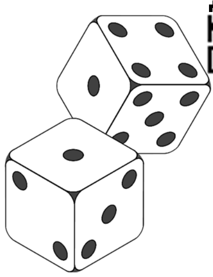
Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Pflichtteil) 2017-heute

3 Aufgaben im Dokument

Aufgabe P4/2017

Max und Nele spielen ein Würfelspiel.
Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen.
Die beiden Augenzahlen werden addiert (Augensumme).
Gewonnen hat der Spieler mit der größeren Augensumme.



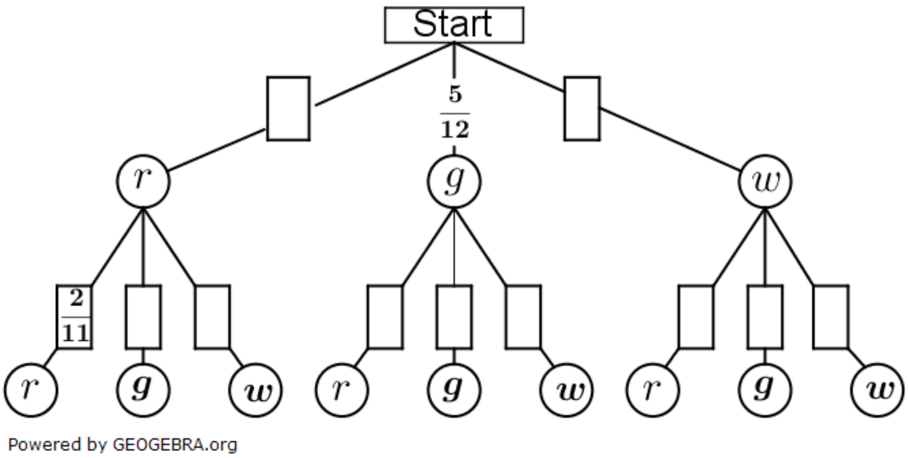
Überprüfen Sie die Aussage:
"Die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 6 ist größer als die Wahrscheinlichkeit für Augensumme 9." Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung oder eine Argumentation.
Max hat eine 5 und eine 3 geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf das Spiel gewinnt?

Lösung: *Die Aussage „Wahrscheinlichkeit für Augensumme 6 ist größer als für Augensumme 9" ist wahr.*

Die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf gewinnt, beträgt $27{,}8\,\%$ *%.*

Aufgabe P7/2018

In einer Schale liegen rote, grüne und weiße Gummibärchen. Insgesamt sind es 12 Stück. Julietta nimmt ohne hinzusehen gleichzeitig zwei Gummibärchen aus der Schale.
Die Grafik zeigt ein unvollständiges Baumdiagramm dieses Zufallsversuchs.



Vervollständigen Sie dieses Baumdiagramm.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Julietta bei diesem Zufallsversuch

- genau ein rotes Gummibärchen,
- höchstens ein weißes Gummibärchen?

Lösung: $P(ein\,rotes) = \frac{9}{22} = 40{,}9\,\%$

$P(höchstens\ einmal\ weiß) = \frac{10}{11} = 90{,}9\,\%$

Aufgabe P7/2019

In einem Kaugummiautomat befinden sich 10 rote, 9 weiße und 6 grüne Kaugummis. Betätigt man den Drehgriff, erhält man einen Kaugummi. Luisa dreht zweimal.

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält sie;
  - zuerst einen roten und dann einen weißen Kaugummi?
  - keinen grünen Kaugummi?
- Von den 25 Kaugummis sind die Hälfte der roten und die Hälfte der grünen mit Brause gefüllt.

  Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält Luisa zwei mit Brause gefüllte Kaugummis?

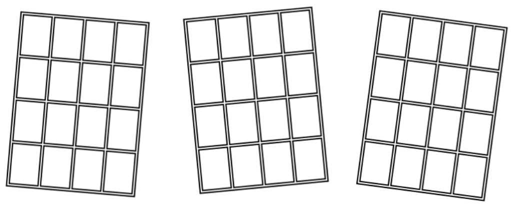
Lösungen: $P(erst\ rot\ und\ dann\ weiß) = \frac{3}{20} = 15\ \%$

$P(keinen\ grünen) = \frac{57}{100} = 57\ \%$

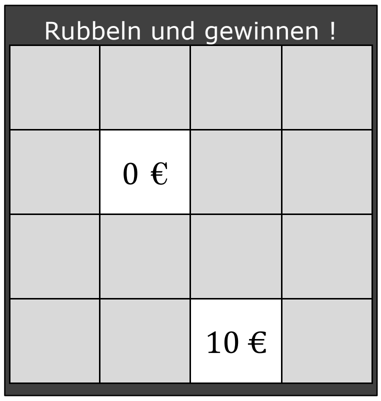
$P(zwei\ mit\ Brause) = \frac{7}{25} = 28\ \%$

Aufgabe A6/2020

Ben, Laura und Emma besitzen jeweils ein Rubbel-Los. Auf jedem Los befinden sich 16 Felder. Nur zwei der 16 Felder werden freigrubbelt. Die beiden Beträge, die dadurch sichtbar werden, werden addiert und geben den Gewinn.



Auf acht Feldern steht der Betrag 0 €, auf sechs Feldern der Betrag 1 € und auf zwei Feldern der Betrag 10 €.



- Ben hat auf seinem Los zwei Felder freigerubbelt (siehe Abbildung). Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis Gewinn „10 €".
- Laura überlegt sich, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, den Hauptgewinn von 20 € zu erhalten. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit.
- Emma möchte mehr als 10 € gewinnen.
  Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit.

Lösung: $P(Gewinn\ 10\ €) = \frac{2}{15} = 13{,}3\ \%$; $P(Hauptgewinn\ 20\ €) = \frac{1}{120} = 0{,}83\ \%$

$P(Gewinn\ größer\ 10\ €) = \frac{13}{120} = 10{,}83\ \%$

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Pflichtteil) 2017-heute

Lösung P4/2017

Lösungslogik

Wir stellen den Ergebnisraum für die Augensumme „6" und Augensumme „9" auf. Wenn Nele mit dem nächsten Wurf gewinnen will, muss sie die Augensumme größer als „8" würfeln.

Klausuraufschrieb

Augensumme „6" wahrscheinlicher als Augensumme „9":

$S(Augensumme\ 6) = \{(1;5),(5;1).(2;4),(4;2),(3;3)\}$

$S(Augensumme\ 9) = \{(3;6),(6;3).(4;5),(5;4)\}$

Argumentation:

Der Ergebnisraum für die Augensumme „6" ist größer als der der Augensumme „9", die Aussage ist richtig.

Rechnung:

$P(Augensumme\ 6) = 5 \cdot \frac{1}{36} = \frac{5}{36} \approx 13{,}9\ \%$

$P(Augensumme\ 9) = 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{4}{36} \approx 11{,}1\ \%$

Nele gewinnt mit nächsten Wurf:

$S(Augensumme > 8) = \{(3;6),(4;5).(4;6),(5;4),(5;5),(5;6),(6;3),(6;4),(6;5),(6;6)\}$

$P(Augensumme > 8) = 10 \cdot \frac{1}{36} = \frac{10}{36} \approx 27{,}8\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf gewinnt, beträgt $27{,}8\ \%$*.*

Lösung P7/2018

Lösungslogik

Für Grün im ersten Zug gilt $\frac{5}{12}$. Dies bedeutet, dass sich insgesamt 12 Gummibärchen in der Urne befinden.

Für Rot im zweiten Zug gilt $\frac{2}{11}$. Wegen der „11" im Nenner handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen. Da sich (wegen der „2" im Zähler) nach Ziehen von Rot im ersten Zug noch zwei rote Gummibärchen in der Urne befinden müssen, also waren es anfänglich drei rote Gummibärchen.

Damit verbleiben für Weiß vier weiße Gummibärchen, was ja insgesamt wieder 12 Gummibärchen macht.
Über diese Logik / Feststellung kann der Rest es Baumdiagramms ausgefüllt werden.

Genau ein rotes Gummibärchen:

Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rg; rw; gr; wr\}$. Ermittlung der Wahrscheinlichkeit über die zweite Pfadregel.

Höchstens ein weißes Gummibärchen:
Höchstens bedeutet ein oder kein weißes Gummibärchen. Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rr; rg; rw; gr; gg; gw; wr; wg\}$. Dies sind zu viele Berechnungen. Einfacher ist hier das Gegenereignis mit P(höchstens 1 weißes Bärchen)= $1 - P(ww)$.

Klausuraufschrieb

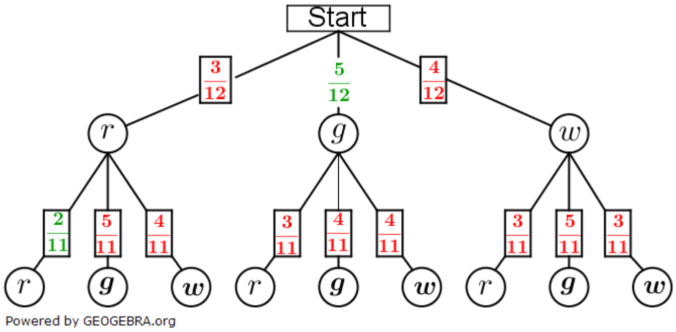
Genau ein rotes Gummibärchen:

$P(genau\ 1\ mal\ rot) =$

$P(rg; rw; gr; wr) =$

$\frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} =$

$\frac{15+12+15+12}{132} = \frac{54}{132} = \frac{9}{22}$



Die Wahrscheinlichkeit, genau ein rotes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{9}{22}$.

Höchstens ein weißes Gummibärchen:
Das Gegenereignis ist zwei weiße Gummibärchen. Somit gilt:

$P(höchstens\ einmal\ weiß) = 1 - P(zweimal\ weiß)$

$P(zweimal\ weiß) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{132} = \frac{1}{11}$

$1 - P(zweimal\ weiß) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

Die Wahrscheinlichkeit höchstens ein weißes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{10}{11}$.

Lösung P7/2019

Lösungslogik

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:
Für Rot im ersten Zug gilt $\frac{10}{25}$. Für Weiß im zweiten Zug gilt $\frac{9}{24}$ (Ziehen ohne Zurücklegen, es sind zwar weiterhin 9 weiße Kaugummi im Automaten, aber insgesamt nur noch 24 Kaugummi.

Keinen grünen Kaugummi:
Wir bezeichnen die roten und weißen Kaugummi als „NICHT grün", sodass für den ersten Zug „nicht grün" gilt $\frac{19}{25}$ und für den zweiten Zug „nicht grün" gilt $\frac{18}{24}$.

Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:
Wir teilen die roten und grünen Kugeln je zur Hälfte auf in 5 rote mit Kaugummi und 5 rote mit Brause, sowie 3 grüne mit Kaugummi und 3 grüne mit Brause. Der Ergebnisraum des Zufall-Versuches ist dann:

$\Omega = \{r_{Brause}r_{Brause}; g_{Brause}g_{Brause}; r_{Brause}g_{Brause}; g_{Brause}r_{Brause}\}$

Klausuraufschrieb

Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:

$P(rot) = \frac{10}{25}$ im ersten Zug, $P(weiß) = \frac{9}{24}$ im zweiten Zug.

$P(erst\ rot, dann\ weiß) = \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{3}{20} = 15\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, zuerst einen roten und dann einen weißen Kaugummi zu ziehen beträgt $15\ \%$.

Keinen grünen Kaugummi:

Rote und weiße Kaugummi bilden zusammen die „Nicht grünen" Kaugummis.

$P(keinen\ grünen) = P(\overline{grün}; \overline{grün}) = \frac{19}{25} \cdot \frac{18}{24} = \frac{57}{100} = 57\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, keinen grünen Kaugummi zu ziehen beträgt $57\ \%$.

Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:

Rote Brause $(rb) = 5$ Kugeln, grüne Brause $(gb) = 3$ Kugeln.

Die möglichen Ereignisse sind:

Zwei rb oder zwei gb oder einmal rb dann gb bzw. umgekehrt erst gb dann rb.

$P(zweima\ Brause) = P(rbrb; gbgb; rbgb; gbrb) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} + 2 \cdot \frac{5}{25} \cdot \frac{3}{24} = \frac{20+6+30}{600}$

$P(zweima\ Brause) = \frac{7}{25} = 9{,}33\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, zwei Brausekugeln zu ziehen beträgt $28\ \%$.

Lösung P6/2020

Lösungslogik

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

Gewinn $10\ €$*:*

Ein Gewinn von $10\ €$ erfolgt, wenn entweder zuerst $0\ €$ und dann $10\ €$, oder aber zuerst $10\ €$ und dann $0\ €$ freigerubbelt wurden.

Hauptgewinn $20\ €$*:*

Der Hauptgewinn von $20\ €$ erfolgt, wenn zweimal $10\ €$ freigerubbelt wurden.

Gewinn größer $10\ €$*:*

Ein Gewinn größer $10\ €$ erfolgt, wenn entweder zuerst $1\ €$ und dann $10\ €$, oder aber zuerst $10\ €$ und dann $1\ €$ oder aber zweimal $10\ €$ freigerubbelt wurden.

Klausuraufschrieb

Gewinn $10\ €$*:*

$P(Gewinn\ 10\ €) = P(\{0\ €; 10\ €\}, \{10\ €; 0\ \}) = \frac{8}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{15} = 13{,}3\ \%.$

$P(Hauptgewinn\ 20\ €) = P(\{10\ €; 10\ €\}) = \frac{2}{16} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{120} = 0{,}83\ \%$

$P(Gewinn\ größer\ 10\ €) = P(\{1\ €; 10\ €\}, \{10\ €; 1\ \}, \{10\ €; 10\ €\}) = \frac{6}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{6}{15} + \frac{1}{120}$

$= \frac{13}{120} = 10{,}83\ \%.$