*Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Pflichtteil) 2017-heute*

# Lösung P4/2017

## Lösungslogik

Wir stellen den Ergebnisraum für die Augensumme „6" und Augensumme „9" auf. Wenn Nele mit dem nächsten Wurf gewinnen will, muss sie die Augensumme größer als „8" würfeln.

## Klausuraufschrieb

*Augensumme „6" wahrscheinlicher als Augensumme „9":*

$S(Augensumme\ 6) = \{(1;5), (5;1). (2;4), (4;2), (3;3)\}$

$S(Augensumme\ 9) = \{(3;6), (6;3). (4;5), (5;4)\}$

Argumentation:

*Der Ergebnisraum für die Augensumme „6" ist größer als der der Augensumme „9", die Aussage ist richtig.*

Rechnung:

$$P(Augensumme\ 6) = 5 \cdot \frac{1}{36} = \frac{5}{36} \approx 13{,}9\ \%$$

$$P(Augensumme\ 9) = 4 \cdot \frac{1}{36} = \frac{4}{36} \approx 11{,}1\ \%$$

*Nele gewinnt mit nächsten Wurf:*

$S(Augensumme > 8) = \{(3;6), (4;5). (4;6), (5;4), (5;5), (5;6), (6;3), (6;4), (6;5), (6;6)\}$

$$P(Augensumme > 8) = 10 \cdot \frac{1}{36} = \frac{10}{36} \approx 27{,}8\ \%$$

*Die Wahrscheinlichkeit, dass Nele mit dem nächsten Wurf gewinnt, beträgt* $27{,}8\ \%$.

# Lösung P7/2018

## Lösungslogik

Für Grün im ersten Zug gilt $\frac{5}{12}$. Dies bedeutet, dass sich insgesamt $12$ Gummibärchen in der Urne befinden.

Für Rot im zweiten Zug gilt $\frac{2}{11}$. Wegen der „11" im Nenner handelt es sich um Ziehen ohne Zurücklegen. Da sich (wegen der „2" im Zähler) nach Ziehen von Rot im ersten Zug noch zwei rote Gummibärchen in der Urne befinden müssen, also waren es anfänglich drei rote Gummibärchen.

Damit verbleiben für Weiß vier weiße Gummibärchen, was ja insgesamt wieder 12 Gummibärchen macht.
Über diese Logik / Feststellung kann der Rest es Baumdiagramms ausgefüllt werden.

*Genau ein rotes Gummibärchen:*

Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rg; rw; gr; wr\}$. Ermittlung der Wahrscheinlichkeit über die zweite Pfadregel.

*Höchstens ein weißes Gummibärchen:*
Höchstens bedeutet ein oder kein weißes Gummibärchen. Der Ergebnisraum ist $\Omega = \{rr; rg; rw; gr; gg; gw; wr; wg\}$. Dies sind zu viele Berechnungen. Einfacher ist hier das Gegenereignis mit P(höchstens 1 weißes Bärchen)= $1 - P(ww)$.

Klausuraufschrieb

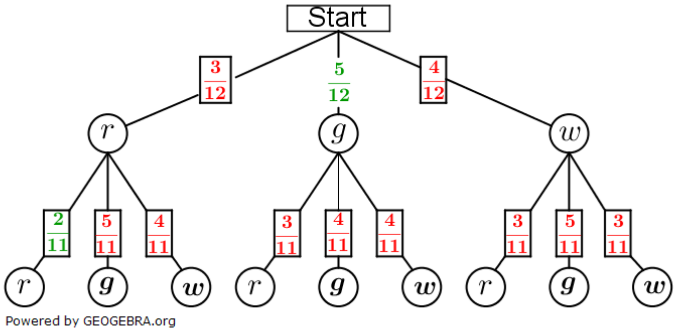
*Genau ein rotes Gummibärchen:*

$P(genau\ 1\ mal\ rot) =$

$P(rg; rw; gr; wr) =$

$\frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} =$

$\frac{15+12+15+12}{132} = \frac{54}{132} = \frac{9}{22}$




*Die Wahrscheinlichkeit, genau ein rotes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{9}{22}$.*

*Höchstens ein weißes Gummibärchen:*
Das Gegenereignis ist zwei weiße Gummibärchen. Somit gilt:

$P(höchstens\ einmal\ weiß) = 1 - P(zweimal\ weiß)$

$P(zweimal\ weiß) = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{132} = \frac{1}{11}$

$1 - P(zweimal\ weiß) = 1 - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

*Die Wahrscheinlichkeit höchstens ein weißes Gummibärchen zu ziehen beträgt $\frac{10}{11}$.*

## Lösung P7/2019

Lösungslogik

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

*Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:*
Für Rot im ersten Zug gilt $\frac{10}{25}$. Für Weiß im zweiten Zug gilt $\frac{9}{24}$ (Ziehen ohne Zurücklegen, es sind zwar weiterhin $9$ weiße Kaugummi im Automaten, aber insgesamt nur noch $24$ Kaugummi.

*Keinen grünen Kaugummi:*
Wir bezeichnen die roten und weißen Kaugummi als „NICHT grün", sodass für den ersten Zug „nicht grün" gilt $\frac{19}{25}$ und für den zweiten Zug „nicht grün" gilt $\frac{18}{24}$.

*Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:*
Wir teilen die roten und grünen Kugeln je zur Hälfte auf in $5$ rote mit Kaugummi und $5$ rote mit Brause, sowie $3$ grüne mit Kaugummi und $3$ grüne mit Brause.
Der Ergebnisraum des Zufall-Versuches ist dann:

$\Omega = \{r_{Brause}r_{Brause}; g_{Brause}g_{Brause}; r_{Brause}g_{Brause}; g_{Brause}r_{Brause}\}$

<u>Klausuraufschrieb</u>

*Zuerst einen roten, dann einen weißen Kaugummi:*

$P(rot) = \frac{10}{25}$ im ersten Zug, $P(weiß) = \frac{9}{24}$ im zweiten Zug.

$P(erst\ rot, dann\ weiß) = \frac{10}{25} \cdot \frac{9}{24} = \frac{3}{20} = 15\ \%$

*Die Wahrscheinlichkeit, zuerst einen roten und dann einen weißen Kaugummi zu ziehen beträgt* $15\ \%$.

*Keinen grünen Kaugummi:*

Rote und weiße Kaugummi bilden zusammen die „Nicht grünen" Kaugummis.

$P(keinen\ grünen) = P(\overline{grün}; \overline{grün}) = \frac{19}{25} \cdot \frac{18}{24} = \frac{57}{100} = 57\ \%$

*Die Wahrscheinlichkeit, keinen grünen Kaugummi zu ziehen beträgt* $57\ \%$.

*Zwei mit Brause gefüllte Kaugummis:*

Rote Brause $(rb)$ = $5$ Kugeln, grüne Brause $(gb)$ = $3$ Kugeln.
Die möglichen Ereignisse sind:
Zwei $rb$ oder zwei $gb$ oder einmal $rb$ dann $gb$ bzw. umgekehrt erst $gb$ dann $rb$.

$P(zweima\ Brause) = P(rbrb; gbgb; rbgb; gbrb) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} + \frac{3}{25} \cdot \frac{2}{24} + 2 \cdot \frac{5}{25} \cdot \frac{3}{24} = \frac{20+6+30}{600}$

$P(zweima\ Brause) = \frac{7}{25} = 9{,}33\ \%$

*Die Wahrscheinlichkeit, zwei Brausekugeln zu ziehen beträgt* $28\ \%$.

# Lösung P6/2020

<u>Lösungslogik</u>

Bei allen Ereignissen handelt es sich um Ziehen **OHNE** Zurücklegen.

*Gewinn* $10$ €*:*

Ein Gewinn von $10$ € erfolgt, wenn entweder zuerst $0$ € und dann $10$ €, oder aber zuerst $10$ € und dann $0$ € freigerubbelt wurden.

*Hauptgewinn* $20$ €*:*

Der Hauptgewinn von $20$ € erfolgt, wenn zweimal $10$ € freigerubbelt wurden.

*Gewinn größer* $10$ €*:*

Ein Gewinn größer $10$ € erfolgt, wenn entweder zuerst $1$ € und dann $10$ €, oder aber zuerst $10$ € und dann $1$ € oder aber zweimal $10$ € freigerubbelt wurden.

<u>Klausuraufschrieb</u>

*Gewinn* $10$ €*:*

$P(Gewinn\ 10\ €) = P(\{0\ €; 10\ €\}, \{10\ €; 0\ \}) = \frac{8}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{2}{15} = 13{,}3\ \%.$

$P(Hauptgewinn\ 20\ €) = P(\{10\ €; 10\ €\}) = \frac{2}{16} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{120} = 0{,}83\ \%$

$P(Gewinn\ größer\ 10\ €) = P(\{1\ €; 10\ €\}, \{10\ €; 1\ \}, \{10\ €; 10\ €\}) = \frac{6}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{2}{16} \cdot \frac{6}{15} + \frac{1}{120}$
$= \frac{13}{120} = 10{,}83\ \%.$