

# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

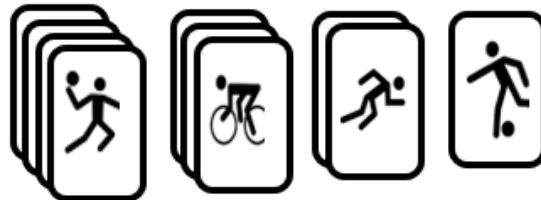
## zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) ab 2021

3 Aufgaben im Dokument

### Aufgabe B3a/2021

Zehn gleich große Karten sind mit vier verschiedenen Symbolen (Handball, Radfahren, Laufen, Fußball) bedruckt. Sie sind nach den Symbolen in vier Stapeln sortiert (siehe Abbildung).



Die Karten werden gemischt und verdeckt auf den Tisch gelegt. Sie werden für ein Glückspiel eingesetzt. Dabei werden zwei Karten gleichzeitig gezogen. Für das Spiel wird der abgebildete Gewinnplan geprüft.

- Berechnen Sie den Erwartungswert.

Der Veranstalter möchte langfristig pro Spiel einen Erlös von 0,50 € erzielen.

Ereignis	Gewinn
Zweimal	9,00 €
und	6,00 €
und	3,00 €
Andere Ereignisse	Kein Gewinn
	Einsatz pro Spiel 1,00 €

- Wie hoch muss der Gewinn für und sein, wenn alles andere unverändert bleibt.

Lösungen:  $E(X) = -0,33 \text{ €}$

Gewinn für einmal Läufer und einmal Fußball: 2,25 €

### Aufgabe B3a/2022

In einem Gefäß liegen acht Kugeln, die rot, blau und gelb gefärbt sind. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

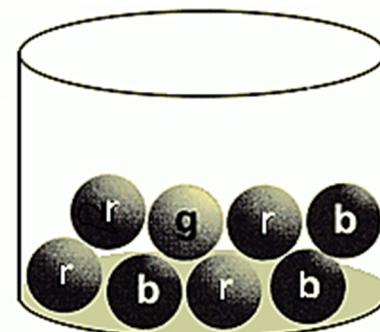
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

Die Kugeln werden für ein Gewinnspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

- Berechnen Sie den Erwartungswert.

Der Veranstalter des Gewinnspiels möchte seinen Gewinn pro Spiel auf lange Sicht gesehen verdoppeln.

- Wie hoch müsste dann der Gewinn für „eine gelbe und eine blaue Kugel“ sein, wenn alles andere unverändert bleibt?



Ereignis	Gewinn
zwei gleichfarbige Kugeln	4,00 €
eine gelbe und eine blaue Kugel	10,00 €
Einsatz: 2,50 € pro Spiel	

Lösungen:

$$P(\text{zwei gleichfarbene Kugeln}) = 0,321$$

$$E(X) = -0,14 \text{ €}$$

Gewinnänderung auf 8,72 €



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

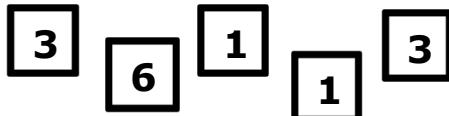
Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) ab 2021

### Aufgabe B3a/2023

Die Klasse 10a verkauf Rubbellose.

Auf jedem Los befinden sich zwei Streifen.

Jeder Streifen enthält die folgenden Ziffern:



Die Ziffern sind in zufälliger Reihenfolge angeordnet.

Der linke Streifen zeigt die Zehnerziffern, der rechte die Einerziffern. Auf jedem Streifen wird genau ein Feld freigerubbelt, wodurch eine zweistellige Zahl entsteht.

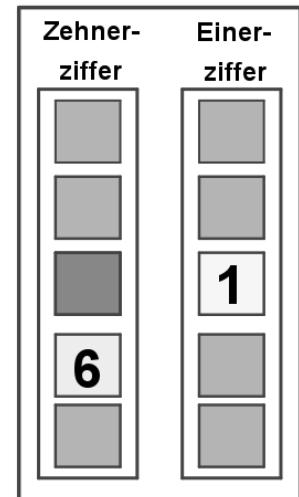
Die nebenstehende Abbildung zeigt die Zahl 61.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl zu erhalten, die größer als 60 ist?

Die Rubbellose werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

- Berechne den Erwartungswert.

### Rubbellos



Powered by GEOGEBRA.org

Ereignis	Gewinn
Zahl größer als 60	3,00 €
Zahl 33	6,00 €
Restliche Möglichkeiten	Kein Gewinn

Einsatz: 2,00 €

Die Klasse 10a überlegt, auf jedem Streifen der Lose eine **3** durch eine **6** zu ersetzen.

- Erhöht sich dadurch der Gewinn für die Klasse? Begründe deine Entscheidung durch Rechnung.

$$\text{Lösung: } P(> 60) = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$E(X) = -0,44 \text{ €}$$

Der Gewinn erhöht sich auf 0,56 € / Rubbellos



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

### Lösungen

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) 2021-heute  
 Lösung W3a/2021

#### Lösungslogik

##### Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die Läufer- Radfahrer- und Fußballkarten.  
 Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten  
 hintereinander ohne Zurücklegen.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

##### Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

#### Klausuraufschrieb

##### Erwartungswert

$$P\left(\begin{array}{c} \text{Läufer} \\ \text{zweimal} \end{array}\right) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$$

$$P\left(\begin{array}{c} \text{Radfahrer} \\ \text{und} \\ \text{Läufer} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c} \text{Läufer} \\ \text{und} \\ \text{Radfahrer} \end{array}\right) = 2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{90}$$

$$P\left(\begin{array}{c} \text{Fußball} \\ \text{und} \\ \text{Radfahrer} \end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c} \text{Radfahrer} \\ \text{und} \\ \text{Fußball} \end{array}\right) = 2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{90}$$

#### Gewinnplan

	$P\left(\begin{array}{c} \text{zweimal} \\ \text{Läufer} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{Läufer} \\ \text{und} \\ \text{Radfahrer} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{Radfahrer} \\ \text{und} \\ \text{Fußball} \end{array}\right)$
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	9,00 €	6,00 €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	0,27 €	0,20 €
$EX$	$0,20 \text{ €} + 0,27 \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,33 \text{ €}$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,33 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

	$P(\text{zweimal } \text{🏃})$	$P(\text{🏃 und } \text{🏃})$	$P(\text{🏃 und } \text{🏃})$
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	9,00 €	$a$ €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	$\frac{4}{90}a$ €	0,20 €
$EX$	$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$		

$$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} - 0,60 \text{ €} = -0,50 \text{ €} \quad | \quad +0,60 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} = 0,10 \text{ €} \quad | \quad \cdot 90; : 4$$

$$a = 2,25 \text{ €}$$

Der Gewinn für  und  muss 2,25 € betragen, damit der Veranstalter auf lange Sicht gesehen pro Spiel 0,50 € verdient.

## Lösung B3a/2022

### Lösungslogik

#### Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für rote, blaue und gelbe Kugeln.

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugel nach den Pfadregeln.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

#### Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle. Der Erwartungswert entspricht dabei zweimal dem Erwartungswert von zuvor.

## Klausuraufschrieb

### Wahrscheinlichkeiten.

$$P(\text{rot}) = \frac{4}{8}; \quad P(\text{gelb}) = \frac{1}{8}; \quad P(\text{blau}) = \frac{3}{8} \text{ jeweils nur im ersten Zug.}$$

#### Erwartungswert:

$$P(\text{zwei gleiche Farben}) = P(\text{rot; rot}) + P(\text{blau; blau}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{18}{56}$$

$$P(\text{gelb und blau}) = P((\text{gelb; blau}); (\text{blau; gelb})) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{56}$$

#### Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) 2021-heute Gewinnplan

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	4,00 €	10,00 €	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	1,07 €	-2,50 €
$EX$	$1,29 \text{ €} + 1,07 \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,14 \text{ €}$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,14 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	4,00 €	$a \text{ €}$	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €}$	-2,50 €
$EX$	$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €}$		

$$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €} \quad | \quad +1,21 \text{ €}$$

$$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €} = 0,93 \text{ €} \quad | \quad \cdot \frac{56}{6}$$

$$a = 8,68 \text{ €}$$

Der neue Auszahlungsbetrag für  $P(\text{gelb und blau})$  müsste 8,68 € betragen.

#### Lösung B3a/2023

##### Lösungslogik

##### Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

Bestimmung der Wahrscheinlichkeit einer 6 in der ersten Spalte.

Da in der zweiten Spalte keine 0 vorkommt, ist dies gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 60.

##### Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für Zahl größer 60 und Zahl gleich 33.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

##### Neuer Erwartungswert:

Neuberechnung der Wahrscheinlichkeiten für  $P(X > 60)$  und  $P(X = 33)$ .

Berechnung des neuen Erwartungswertes für geänderten Wahrscheinlichkeiten über eine Tabelle.



# RS-Abschlussaufgaben Wahlteil

## zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

### Lösungen

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) 2021-heute

#### Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

$$P(X = 6 \text{ Spalte 1}) = \frac{1}{5}; \quad P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = 1;$$

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$$

Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl größer als 60 zu erhalten beträgt  $\frac{1}{5}$ .

#### Erwartungswert:

$$P(X > 60) = \frac{1}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

#### Gewinnplan

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	0,60 €	0,96 €	-2,00 €
$EX$	$0,60 \text{ €} + 0,96 \text{ €} - 2,00 \text{ €} = -0,44 \text{ €}$		

Die Klasse 10a kann mit einer Einnahme von 0,44 € pro Spiel rechnen.

#### Neuer Gewinnplan:

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,20 €	0,24 €	-2,00 €
$EX$	$1,20 \text{ €} + 0,24 \text{ €} - 2,00 \text{ €} = -0,56 \text{ €}$		

Der Gewinn der Klasse 10a erhöht sich auf 0,56 € pro Spiel.