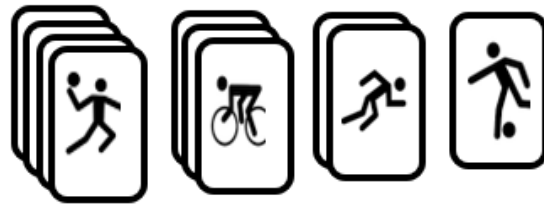


RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) ab 2021
1 Aufgabe im Dokument

Aufgabe B3a/2021

Zehn gleich große Karten sind mit vier verschiedenen Symbolen (Handball, Radfahren, Laufen, Fußball) bedruckt. Sie sind nach den Symbolen in vier Stapeln sortiert (siehe Abbildung).



Die Karten werden gemischt und verdeckt auf den Tisch gelegt. Sie werden für ein Glücksspiel eingesetzt. Dabei werden zwei Karten gleichzeitig gezogen. Für das Spiel wird der abgebildete Gewinnplan geprüft.

Ereignis	Gewinn
Zweimal	9,00 €
und	6,00 €
und	3,00 €
Andere Ereignisse	Kein Gewinn
Einsatz pro Spiel 1,00 €	

- Berechnen Sie den Erwartungswert.

Der Veranstalter möchte langfristig pro Spiel einen Erlös von 0,50 € erzielen.

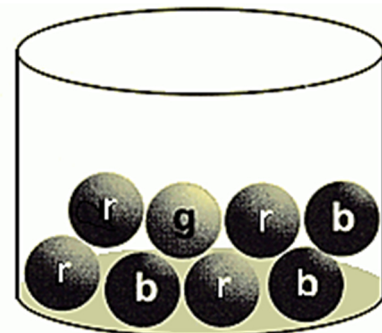
- Wie hoch muss der Gewinn für und sein, wenn alles andere unverändert bleibt.

Lösungen: $E(X) = -0,33 \text{ €}$

Gewinn für einmal Läufer und einmal Fußball: 2,25 €

Aufgabe B3a/2022

In einem Gefäß liegen acht Kugeln, die rot, blau und gelb gefärbt sind. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.



- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

Die Kugeln werden für ein Gewinnspiel eingesetzt. Dazu wird nebenstehender Gewinnplan geprüft.

- Berechnen Sie den Erwartungswert.
- Der Veranstalter des Gewinnspiels möchte seinen Gewinn pro Spiel auf lange Sicht gesehen verdoppeln.
- Wie hoch müsste dann der Gewinn für „eine gelbe und eine blaue Kugel“ sein, wenn alles andere unverändert bleibt?

Ereignis	Gewinn
zwei gleichfarbige Kugeln	4,00 €
eine gelbe und eine blaue Kugel	10,00 €
Einsatz: 2,50 € pro Spiel	

Lösungen:

$$P(\text{zwei gleichfarbene Kugeln}) = 0,321$$

$$E(X) = -0,14 \text{ €}$$

Gewinnänderung auf 8,72 €

Lösung W3a/2021

Lösungslogik

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die Läufer- Radfahrer- und Fußballkarten. Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten hintereinander ohne Zurücklegen.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

Erwartungswert

$$P\left(\text{🏃}\right) = \frac{2}{10}; \quad P\left(\text{🚲}\right) = \frac{3}{10}; \quad P\left(\text{👤}\right) = \frac{1}{10} \text{ jeweils nur im ersten Zug.}$$

$$P\left(\text{zweimal } \text{🏃}\right) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$$

$$P\left(\text{🏃 und } \text{👤}\right) = P\left(\left(\text{🏃 und } \text{👤}\right); \left(\text{👤 und } \text{🏃}\right)\right) = 2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{90}$$

$$P\left(\text{🚲 und } \text{👤}\right) = P\left(\left(\text{🚲 und } \text{👤}\right); \left(\text{👤 und } \text{🚲}\right)\right) = 2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{90}$$

Gewinnplan

	$P\left(\text{zweimal } \text{🏃}\right)$	$P\left(\text{🏃 und } \text{👤}\right)$	$P\left(\text{🚲 und } \text{👤}\right)$
Gewinn/Einsatz (X_i)	9,00 €	6,00 €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	0,27 €	0,20 €
EX	0,20 € + 0,27 € + 0,20 € - 1,00 = -0,33 €		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,33 € pro Spiel rechnen.

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

Lösungen

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) ab 2021

Neuer Gewinnplan:



	$P\left(\text{zweimal} \begin{array}{c} \text{🏃} \\ \text{🏃} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{🏃} \\ \text{und} \\ \text{🏃} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{🚲} \\ \text{und} \\ \text{🏃} \end{array}\right)$
Gewinn/Einsatz (X_i)	9,00 €	a €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	$\frac{4}{90}a$ €	0,20 €
EX	$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$		

$$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} - 0,60 \text{ €} = -0,50 \text{ €} \quad | \quad +0,60 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} = 0,10 \text{ €} \quad | \quad \cdot 90; : 4$$

$$a = 2,25 \text{ €}$$

Der Gewinn für  und  muss 2,25 € betragen, damit der Veranstalter auf lange Sicht gesehen pro Spiel 0,50 € verdient.

Lösung B3a/2022

Lösungslogik

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für rote, blaue und gelbe Kugeln.

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugel nach den Pfadregeln.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Der Erwartungswert entspricht dabei zweimal dem Erwartungswert von zuvor.

Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeiten.

$$P(\text{rot}) = \frac{4}{8}; \quad P(\text{gelb}) = \frac{1}{8}; \quad P(\text{blau}) = \frac{3}{8} \text{ jeweils nur im ersten Zug.}$$

Erwartungswert:

$$P(\text{zwei gleiche Farben}) = P(\text{rot; rot}) + P(\text{blau; blau}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{18}{56}$$

$$P(\text{gelb und blau}) = P((\text{gelb; blau}); (\text{blau; gelb})) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{56}$$

RS-Abschlussaufgaben Wahlteil zu Zufall und Wahrscheinlichkeit

Lösungen

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) ab 2021

Gewinnplan

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	4,00 €	10,00 €	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	1,07 €	-2,50 €
EX	$1,29 \text{ €} + 1,07 \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,14 \text{ €}$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,14 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	4,00 €	$a \text{ €}$	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €}$	-2,50 €
EX	$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €}$		

$$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €} \quad | \quad +1,21 \text{ €}$$

$$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €} = 0,93 \text{ €} \quad | \quad \cdot \frac{56}{6}$$

$$a = 8,68 \text{ €}$$

Der neue Auszahlungsbetrag für $P(\text{gelb und blau})$ müsste 8,68 € betragen.