Lösung W4a/2015

Lösungslogik

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die schwarzen und die roten Karten.
Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten hintereinander ohne Zurücklegen.
Eine rote und eine schwarze Karte hat die Ergebnisse „schwarz, rot" oder „rot, schwarz".
Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.
Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

$P(schwarz) = \frac{7}{12}; \quad P(rot) = \frac{5}{12}$

$P(eine\ rote\ und\ eine\ schwarze\ Karte) = P\{(r; s), (s, r)\} = P(r, s) + P(s, r)$

$P(r, s) = \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} = \frac{35}{132} \qquad P(r, s) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$

$P(eine\ rote\ und\ eine\ schwarze\ Karte) = \frac{35}{132} + \frac{35}{132} = \frac{70}{132} \approx 53{,}03\ \%$

Erwartungswerte:

$P(zweimal\ Herz) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{6}{132}$

$P(zweimal\ Karo) = \frac{2}{12} \cdot \frac{1}{11} = \frac{2}{132}$

Gewinnplan 1

	$P(zweimal\ Karo)$	$P(zweimal\ Herz)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$-9{,}00$ €	$-4{,}00$ €	$1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{2}{132}$	$\frac{6}{132}$	$\frac{124}{132}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$-0{,}14$ €	$-0{,}18$ €	$0{,}94$ €
EX	$-0{,}14$ € $- 0{,}18$ € $+ 0{,}94$ € $= 0{,}62$ €		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von $0{,}47$ € *pro Spiel rechnen.*

Gewinnplan 2

	$P(zweimal\ Karo)$	$P(zweimal\ Herz)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$-19{,}00$ €	$-4{,}00$ €	$1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{2}{132}$	$\frac{6}{132}$	$\frac{124}{132}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$-0{,}29$ €	$-0{,}18$ €	$0{,}94$ €
EX	$-0{,}29$ € $- 0{,}18$ € $+ 0{,}94$ € $= 0{,}47$ €		

Der Spielebetreiber kann nach wie vor mit einer Einnahme pro Spiel rechnen, der Spielebetreiber hat nicht Recht.

Lösung W4a/2016

Lösungslogik

Zahl mit zwei gleichen Ziffern:

An Hand der Abbildung legen wir die Wahrscheinlichkeiten der Zahlen 1 bis 4 pro Glücksrad fest, stellen den Ergebnisraum auf und berechnen die Wahrscheinlichkeit.

Erwartungswert:

Wir müssen zunächst noch die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 40 bestimmen. Für den Gewinn „Zwei gleiche Ziffern" haben wir die Wahrscheinlichkeit ja schon zuvor ermittelt.

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Veränderung Glücksrad 2:

Durch eine Argumentation:

Siehe Klausuraufschrieb

Durch Rechnung:

Wir bestimmen die neuen Wahrscheinlichkeiten für den Gewinn von $3{,}00\ €$ und von $5{,}00\ €$ und stellen eine neue Tabelle auf.

Klausuraufschrieb

Zahl mit zwei gleichen Ziffern:

Linkes Glücksrad: $P(1)=\frac{3}{6};\ \ P(2)=\frac{1}{6};\ \ P(3)=\frac{1}{6};\ \ P(4)=\frac{1}{6}$

Rechtes Glücksrad: $P(1)=\frac{2}{6};\ \ P(2)=\frac{2}{6};\ \ P(3)=\frac{2}{6}$

$$P(zwei\ gleiche\ Ziffern)=P\{(1;1),(2;2),(3;3)\}=\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{6+2+2}{36}=\frac{10}{36}$$

Die Wahrscheinlichkeit, im Sichtfenster eine Zahl mit zwei gleichen Ziffern zu sehen, beträgt $\frac{5}{18}$.

Erwartungswert:

$$P(Zahl\ größer\ 40)=P\{(4;1),(4;2),(4;3)\}=\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{6}{36}$$

	$P(zwei\ gleiche\ Ziffer)$	$P(Zahl\ größer\ 40)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$1{,}00\ €$	$3{,}00\ €$	$-2{,}00\ €$
$p(X_i)$	$\frac{10}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{20}{36}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$0{,}28\ €$	$0{,}50\ €$	$-1{,}11\ €$
$E(X)$	$0{,}28\ €+0{,}50\ €-1{,}11\ €=-0{,}33\ €$		

Der Erwartungswert (aus der Sicht des Spielers) ist $-0{,}33\ €$.

Veränderung Glücksrad 2:

Argumentation:

Wird beim Glücksrad *2* eine *3* durch eine *5* ersetzt, verringert sich die Wahrscheinlichkeit für die Anzeige von *(3;3) von* $\frac{2}{36}$ *auf* $\frac{1}{36}$, damit sinkt der Auszahlungsbetrag für den Gewinn *3,00 €*. Auf der anderen Seite verändert sich die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als *40* nicht, da die Verringerung der Wahrscheinlichkeit für die Zahl *43* durch die Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für die Zahl 45 voll ausgeglichen wird. Es sinkt also lediglich die Auszahlung für den Gewinn von *3,00 €.* Dies wäre im Sinne eines höheren Erlöses vorteilhaft.

Rechnung:

$P(zwei\ gleiche\ Ziffern) = P\{(1;1),(2;2),(3;3)\} = \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{9}{36}$

$P(Zahl\ größer\ 40) = P\{(4;1),(4;2),(4;3),(4;5)\} = \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{6}{36}$

	$P(zwei\ gleiche\ Ziffer)$	$P(Zahl\ größer\ 40)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$1{,}00\ €$	$3{,}00\ €$	$-2{,}00\ €$
$p(X_i)$	$\frac{9}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{21}{36}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$0{,}25\ €$	$0{,}50\ €$	$-1{,}17\ €$
$E(X)$	$0{,}25\ € + 0{,}50\ € - 1{,}17\ € = -0{,}42\ €$		

Der Erwartungswert (aus der Sicht des Spielers) ist jetzt $-0{,}42\ €$.

Die Veränderung von Glücksrad 2 wäre vorteilhaft.

Lösung W4a/2017

Lösungslogik

Höchstens einmal ☺:

An Hand der gegebenen Mittelpunkt-Winkel legen wir die Wahrscheinlichkeiten der Symbole ☺, 😐, sowie ☹ fest. Berechnung der Wahrscheinlichkeit für „höchstens einmal ☺“ über das Gegenereignis „zweimal ☺“.

Erwartungswert

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Faires Spiel:

Der Erwartungswert $E(X)$ muss Null sein.

Für den zu ändernden Gewinn für „zweimal ☺“ schreiben wir die Variable a.

Klausuraufschrieb

Höchstens einmal ☺:

$P(☺) = \frac{60}{360} = \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$; $P(😐) = \frac{90}{360} = \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$; $P(☹) = \frac{210}{360} = \frac{7}{12}$

Das Gegenereignis von „höchstens einmal ☺“ lautet „zweimal ☺“.

$P(höchstens\ einmal\ ☺) = 1 - P(zweimal\ ☺) = 1 - \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{35}{36} \approx 97{,}2\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit für „höchstens einmal ☺“ beträgt etwa $97{,}2\ \%$.

Erwartungswert:

	$P(zweimal\ ☺)$	$P(zweimal\ 😐)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$3{,}50\ €$	$1{,}50\ €$	$-0{,}50\ €$
$p(X_i)$	$\frac{4}{144}$	$\frac{9}{144}$	$\frac{131}{144}$
$X_i\cdot p(X_i)$	$0{,}0972€$	$0{,}09375\ €$	$-0{,}4549\ €$
$E(X)$	$0{,}0972\ € + 0{,}09375\ € - 0{,}4549\ € = -0{,}26335\ €$		

Der Erwartungswert beträgt $-0{,}26\ €$ (aus der Sicht des Spielers).

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil) ab 2015

Faires Spiel:

	$P(zweimal ☺)$	$P(zweimal 😐)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$a-0{,}50$ €	$1{,}50$ €	$-0{,}50$ €
$p(X_i)$	$\frac{4}{144}$	$\frac{9}{144}$	$\frac{131}{144}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$\frac{4}{144}a-\ 0{,}0139€$	$0{,}09375$ €	$-0{,}4549$ €
$E(X)$	$0{,}0278a-0{,}0139€+0{,}09375€-0{,}4549€$ $=0{,}0278a-0{,}37505€$		

Ein Spiel ist fair, wenn $E(X)=0$ ist, also:

$0{,}0278a-0{,}37505€=0 \quad | \quad +0{,}37505€$

$0{,}0278a=0{,}37505€ \quad | \quad :0{,}0278$

$a=13{,}491007€$

Der Gewinn für „zweimal ☺„ muss $13{,}50$ € *betragen, damit das Spiel fair ist.*

Lösung W4a/2018

Lösungslogik

Wahrscheinlichkeit für zweimal Glocke:

An Hand der gegebenen Anzahl Symbole auf den Rädern bestimmen wir die Wahrscheinlichkeit für das Symbol Glocke und berechnen diese über die erste Pfadregel.

Erwartungswert:

Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Merles Behauptung:

Mit einem unveränderten Erwartungswert $E(X)$ und dem neuen Einsatz berechnen wir die Auszahlung für zweimal 7 neu.

Klausuraufschrieb

Einzelwahrscheinlichkeiten:

$P(Zitrone)=\frac{4}{7};\quad P(Glocke)=\frac{2}{7};\quad P(Sieben)=\frac{1}{7}$

Wahrscheinlichkeit für zweimal Glocken:

$P(Glocke;Glocke)=\frac{2}{7}\cdot\frac{2}{7}=\frac{4}{49}\approx 8{,}16\ \%$

Erwartungswert:

	$P(zweimal\ Glocke)$	$P(zweimal\ 7)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$3{,}00$ €	$9{,}00$ €	$-1{,}00$ €
$p(X_i)$	$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{44}{49}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}2449€$	$0{,}1837$ €	$-0{,}8980$ €
$E(X)$	$0{,}2449€+0{,}1837€-0{,}8980€=-0{,}4694€$		

Der Erwartungswert beträgt $-0{,}47$ € *(aus der Sicht des Spielers).*

Der Spieler verliert auf lange Sicht 0,47 € / Spiel

Merles Behauptung:
Neuer Einsatz ist $1{,}20\ €$; $E(X) = -0{,}47\ €$; Gewinn zweimal Glocke ist $4{,}00\ €$;
Gewinn zweimal 7 ist $a + 1{,}20\ €$.

	$P(zweimal\ Glocke)$	$P(zweimal\ 7)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$2{,}80\ €$	$a - 1{,}20€$	$-1{,}20\ €$
$p(X_i)$	$\frac{4}{49}$	$\frac{1}{49}$	$\frac{44}{49}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}2286€$	$0{,}0204(a - 1{,}20)\ €$	$-1{,}0776\ €$
$E(X)$	$0{,}2286\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € - 0{,}0245\ € - 1{,}0776\ € = -0{,}47\ €$		

$0{,}2286\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € - 0{,}0245\ € - 1{,}0776\ € = -0{,}47\ €$
$-0{,}8735\ € + 0{,}0204 \cdot a\ € = -0{,}47\ € \qquad | \quad +0{,}8735\ €$
$0{,}0204 \cdot a\ € = 0{,}4035\ € \qquad | \quad :0{,}0204$
$a \approx 19{,}80\ €$
Merle hat Recht, der Gewinn für zweimal 7 ist etwa 20 € (19,80 €).

Lösung W4a/2019

Lösungslogik
Die nachfolgende Tabelle verdeutlicht die Situation: In den *6x6*-Quadraten steht die jeweilige Augensumme.

2. Würfel/Wurf \ 1. Würfel	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil) ab 2015

Ereignis „Augensumme = 4“:

Wie wir sehen, steht die 4 in drei der 36 $6x6$-Quadrate (blau hinterlegt). Jedes dieser Quadrate hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$. *Somit ist:*

$P(Augensumme = "4") = \frac{3}{36}$.

el/Wurf		1	2	3
	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6

Ereignis „Augensumme kleiner 4“:

Wie wir sehen, steht eine Zahl kleiner 4 in drei der 36 $6x6$-Quadrate (Orange hinterlegt). Jedes dieser Quadrate hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$.

Somit ist:

$P(Augensumme\ kleiner\ "4") = \frac{3}{36}$.

Ereignis „Augensumme größer 4“:

Dies sind alle anderen Ereignisse der 36 $6x6$-Quadrate (weiß hinterlegt), also insgesamt 30 Quadrate. Jedes dieser Quadrate hat die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{36}$.

Somit ist:

$P(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{30}{36}$.

Die Wahrscheinlichkeiten sind ermittelt, der Erwartungswert kann berechnet werden.

Änderung des zweiten Würfels, die Vier, Fünf und Sechs durch drei Einsen.

2. Würfel/Wurf	1. Würfel	1	2	3	1	1	1
	1	2	3	4	2	2	2
	2	3	4	5	3	3	3
	3	4	5	6	4	4	4
	4	5	6	7	5	5	5
	5	6	7	8	6	6	6
	6	7	8	9	7	7	7

Aus der zuvor stehenden Grafik erkennen wir, dass die Wahrscheinlichkeit für „Auensumme kleiner 4" nun 9 der 36 Quadrate belegt. Die Wahrscheinlichkeit für „Augensumme gleich 4" belegt 6 der 36 Quadrate, damit belegt die Wahrscheinlichkeit für „Augensumme größer 4" 21 der 36 Quadrate.

$P_{3\ Einsen}(Augensumme = "4") = \frac{6}{36}.$

$P_{3\ Einsen}(Augensumme\ kleiner\ "4") = \frac{9}{36}$

$P_{3\ Einsen}(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{21}{36}$

Änderung des zweiten Würfels, die Vier, Fünf und Sechs durch drei Dreien.

1. Würfel \ 2. Würfel/Wurf	1	2	3	3	3	3
1	2	3	4	4	4	4
2	3	4	5	5	5	5
3	4	5	6	6	6	6
4	5	6	7	7	7	7
5	6	7	8	8	8	8
6	7	8	9	9	9	9

$P_{3\ Dreien}(Augensumme = "4") = \frac{6}{36}.$

$P_{3\ Dreien}(Augensumme\ kleiner\ "4") = \frac{3}{36}$

$P_{3\ Dreien}(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{27}{36}$

Entscheidung des Spielebetreibers über eine Argumentation bzw. Rechnung siehe Klausuraufschrieb.

Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil) ab 2015

Klausuraufschrieb

$P\left(Augensumme = "4"\right)=\frac{3}{36};\ \text{P(Augensumme kleiner "4")} = \frac{3}{36};$

$P(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{30}{36}.$

Erwartungswert:

	$P(gleich\ 4)$	$P(kleiner\ 4)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (x_i)	$3{,}00$ €	$1{,}00$ €	$-1{,}00$ €
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{30}{36}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	$0{,}25$€	$0{,}08$ €	$-0{,}83$ €
$E(X)$	$0{,}25$ € $+ 0{,}08$ € $- 0{,}83$ € $= -0{,}50$ €		

Der Erwartungswert beträgt $-0{,}50$ € (aus der Sicht des Spielers).

Änderung des zweiten Würfels, die Vier, Fünf und Sechs durch drei Einsen.

$P_{3\ Einsen}(Augensumme = "4") = \frac{6}{36};\ P_{3\ Einsen}(Augensumme\ kleiner\ "4") = \frac{9}{36}$

$P_{3\ Einsen}(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{21}{36}$

Änderung des zweiten Würfels, die Vier, Fünf und Sechs durch drei Dreien.

$P_{3\ Dreien}(Augensumme = "4") = \frac{6}{36};\ P_{3\ Dreien}(Augensumme\ kleiner\ "4") = \frac{3}{36}$

$P_{3\ Dreien}(Augensumme\ größer\ "4") = \frac{27}{36}$

Entscheidung des Spielebetreibers durch eine Argumentation:

Bei Änderung des Würfels auf drei Einsen bzw. drei Dreien bleibt die Wahrscheinlichkeit für „Augensumme gleich 4" dieselbe, lediglich die Wahrscheinlichkeit für „Augensumme kleiner 4" ist bei drei Einsen wesentlich höher als bei drei Dreien. Das bedeutet, dass der Betreiber bei Änderung durch drei Einsen mehr Gewinne auszahlen muss als bei Änderung durch drei Dreien. Er sollte sich somit für eine Änderung auf drei Dreien entscheiden.

Entscheidung des Spielebetreibers durch Rechnung:
Erwartungswert für drei Einsen:

	$P(gleich\ 4)$	$P(kleiner\ 4)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (x_i)	$3{,}00$ €	$1{,}00$ €	$-1{,}00$ €
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{21}{36}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	$0{,}50$€	$0{,}25$ €	$-0{,}58$ €
$E(X)$	$0{,}50$ € $+ 0{,}25$ € $- 0{,}58$ € $= 0{,}17$ €		

Der Erwartungswert beträgt $+0{,}17$ € (aus der Sicht des Spielers).

Erwartungswert für drei Dreien:

	$P(gleich\ 4)$	$P(kleiner\ 4)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (x_i)	$3{,}00\ €$	$1{,}00\ €$	$-1{,}00\ €$
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{27}{36}$
$x_i \cdot P(X = x_i)$	$0{,}50€$	$0{,}08\ €$	$-0{,}75\ €$
$E(X)$	$0{,}50\ € + 0{,}08\ € - 0{,}75\ € = -0{,}17\ €$		

Der Erwartungswert beträgt $-0{,}17\ €$ (aus der Sicht des Spielers).
Da der Spielebetreiber bei Änderung auf drei Einsen einen Verlust von $0{,}17\ €$ / Spiel erleidet, sollte er sich für eine Änderung auf drei Dreien entscheiden.

Lösung W4a/2020

Lösungslogik

Gleiche Symbole:

An Hand der Abbildung legen wir die Wahrscheinlichkeiten der Symbole pro Glücksrad fest, stellen den Ergebnisraum auf und berechnen die Wahrscheinlichkeit.

Erwartungswert:

Wir müssen zunächst noch die Wahrscheinlichkeit für die Symbolkombination „Kreis und Dreieck" bestimmen. Für den Gewinn „Zwei gleiche Symbole" haben wir die Wahrscheinlichkeit ja schon zuvor ermittelt.
Wir stellen eine Tabelle auf, wobei wir berücksichtigen müssen, dass von den Auszahlungen (Gewinne) die Einzahlungen (Einsatz) abzuziehen sind.

Veränderung Gewinn für Symbolkombination „Kreis und Dreieck" für faires Spiel:

Wir setzen den Auszahlungsbetrag für „Kreis und Dreieck" auf a sowie den Erwartungswert auf 0 und lösen die entstehende Gleichung nach a auf. Die sich ergebenden Auszahlung muss dann noch um $1{,}50\ €$ (Einsatz) erhöht werden.

Klausuraufschrieb

Gleiche Symbole:

Linkes Glücksrad: $P(Dreieck) = \frac{2}{5};\ \ P(Quadrat) = \frac{2}{5};\ \ P(Kreis) = \frac{1}{5}$

Rechtes Glücksrad: $P(Dreieck) = \frac{1}{8};\ \ P(Quadrat) = \frac{5}{8};\ \ P(Kreis) = \frac{2}{8}$

$$P(zwei\ gleiche\ Symbole) = P\{(Dreieck; Dreieck), (Quadrat; Quadrat), (Kreis; Kreis)\}$$
$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{8} = \frac{2+10+2}{40} = \frac{14}{40} = 35\ \%$$

Die Wahrscheinlichkeit, im Sichtfenster zwei gleiche Symbole zu sehen, beträgt $35\ \%$.

Erwartungswert:

$P(Kreis\ und\ Dreieck) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{5}{40}$

	$P(zwei\ gleiche\ Symbole)$	$P(Kreis\ Dreieck)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$0{,}50\ €$	$2{,}50\ €$	$-1{,}50\ €$
$p(X_i)$	$\frac{14}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{21}{40}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}175\ €$	$0{,}3125\ €$	$-0{,}7875\ €$
$E(X)$	$0{,}175\ € + 0{,}3125\ € - 0{,}7875\ € = -0{,}30\ €$		

Der Erwartungswert (aus der Sicht des Spielers) ist $-0{,}30\ €$.

Veränderung Gewinn für Symbolkombination „Kreis und Dreieck" für faires Spiel:

	$P(zwei\ gleiche\ Ziffer)$	$P(Kreis\ Dreieck)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz (X_i)	$0{,}50$ €	a €	$-1{,}50$ €
$p(X_i)$	$\frac{14}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{21}{40}$
$X_i \cdot p(X_i)$	$0{,}175$ €	$0{,}125a$ €	$-0{,}7875$ €
$E(X)$	$0{,}175\ € + 0{,}125a\ € - 0{,}7875\ € = 0{,}125a\ € - 0{,}6125$		

$0{,}125a\ € - 0{,}6125\ € = 0 \qquad | \quad +0{,}6125\ €;\ :0{,}125$

$a = 4{,}90$

Die Auszahlung für „Kreis und Dreieck" muss $4{,}90$ € betragen, somit muss der Gewinn $4{,}90\ € + 1{,}50\ € = 6{,}40$ € sein.

Die Gewinn für die Symbole „Kreis und Dreieck" muss $6{,}40$ € betragen, damit das Spiel fair ist.