

*Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) 2021-heute*  
**Lösung W3a/2021**

Lösungslogik

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für die Läufer- Radfahrer- und Fußballkarten.  
Gleichzeitiges Ziehen von zwei Karten entspricht Ziehen von zwei Karten hintereinander ohne Zurücklegen.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

Erwartungswert

$$P\left(\text{Läufer}\right) = \frac{2}{10}; \quad P\left(\text{Radfahrer}\right) = \frac{3}{10}; \quad P\left(\text{Fußballer}\right) = \frac{1}{10} \text{ jeweils nur im ersten Zug.}$$

$$P\left(\text{zweimal Läufer}\right) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90}$$

$$P\left(\text{Läufer und Fußballer}\right) = P\left(\left(\text{Läufer und Fußballer}\right); \left(\text{Fußballer und Läufer}\right)\right) = 2 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{90}$$

$$P\left(\text{Radfahrer und Fußballer}\right) = P\left(\left(\text{Radfahrer und Fußballer}\right); \left(\text{Fußballer und Radfahrer}\right)\right) = 2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{90}$$

Gewinnplan

	$P\left(\text{zweimal Läufer}\right)$	$P\left(\text{Läufer und Fußballer}\right)$	$P\left(\text{Radfahrer und Fußballer}\right)$
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	9,00 €	6,00 €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	0,27 €	0,20 €
$EX$	0,20 € + 0,27 € + 0,20 € – 1,00 = –0,33 €		

Der Spielbetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,33 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

	$P\left(\text{zweimal} \begin{array}{c} \text{🏃} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{🏃} \end{array} \text{ und } \begin{array}{c} \text{🚶} \end{array}\right)$	$P\left(\begin{array}{c} \text{🚲} \end{array} \text{ und } \begin{array}{c} \text{🚶} \end{array}\right)$
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	9,00 €	$a$ €	3,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{90}$	$\frac{4}{90}$	$\frac{6}{90}$
$X_i \cdot p(X_i)$	0,20 €	$\frac{4}{90}a$ €	0,20 €
$EX$	$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$		

$$0,20 \text{ €} + \frac{4}{90}a \text{ €} + 0,20 \text{ €} - 1,00 = -0,50 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} - 0,60 \text{ €} = -0,50 \text{ €} \quad | \quad +0,60 \text{ €}$$

$$\frac{4}{90}a \text{ €} = 0,10 \text{ €} \quad | \quad \cdot 90; : 4$$

$$a = 2,25 \text{ €}$$

Der Gewinn für und muss 2,25 € betragen, damit der Veranstalter auf lange Sicht gesehen pro Spiel 0,50 € verdient.

## Lösung B3a/2022

### Lösungslogik

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für rote, blaue und gelbe Kugeln.

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen.

Berechnung der Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugel nach den Pfadregeln.

Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Gewinnplan:

Berechnung des Erwartungswertes für geänderten Gewinnplan über eine Tabelle.

Der Erwartungswert entspricht dabei zweimal dem Erwartungswert von zuvor.

## Klausuraufschrift

Wahrscheinlichkeiten.

$$P(\text{rot}) = \frac{4}{8}; \quad P(\text{gelb}) = \frac{1}{8}; \quad P(\text{blau}) = \frac{3}{8} \text{ jeweils nur im ersten Zug.}$$

Erwartungswert:

$$P(\text{zwei gleiche Farben}) = P(\text{rot}; \text{rot}) + P(\text{blau}; \text{blau}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{18}{56}$$

$$P(\text{gelb und blau}) = P((\text{gelb}; \text{blau}); (\text{blau}; \text{gelb})) = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{6}{56}$$

*Realschulabschluss Zufall und Wahrscheinlichkeit (Wahlteil B) 2021-heute Gewinnplan*

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	4,00 €	10,00 €	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	1,07 €	-2,50 €
$EX$	$1,29 \text{ €} + 1,07 \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,14 \text{ €}$		

Der Spielebetreiber kann auf lange Sicht gesehen mit einer Einnahme von 0,14 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

	$P(\text{zwei gleich Farben})$	$P(\text{gelb und blau})$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	4,00 €	$a \text{ €}$	-2,50 €
$p(X_i)$	$\frac{18}{56}$	$\frac{6}{56}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,29 €	$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €}$	-2,50 €
$EX$	$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €}$		

$$1,29 \text{ €} + \frac{6}{56} \cdot a \text{ €} - 2,50 \text{ €} = -0,28 \text{ €} \quad | \quad +1,21 \text{ €}$$

$$\frac{6}{56} \cdot a \text{ €} = 0,93 \text{ €} \quad | \quad \cdot \frac{56}{6}$$

$$a = 8,68 \text{ €}$$

Der neue Auszahlungsbetrag für  $P(\text{gelb und blau})$  müsste 8,68 € betragen.

**Lösung B3a/2023**

Lösungslogik

Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

Bestimmung der Wahrscheinlichkeit einer 6 in der ersten Spalte.  
Da in der zweiten Spalte keine 0 vorkommt, ist dies gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit für eine Zahl größer als 60.

Erwartungswert:

Aufstellen der Wahrscheinlichkeiten für Zahl größer 60 und Zahl gleich 33.  
Berechnung des Erwartungswertes über eine Tabelle.

Neuer Erwartungswert:

Neuberechnung der Wahrscheinlichkeiten für  $P(X > 60)$  und  $P(X = 33)$ .  
Berechnung des neuen Erwartungswertes für geänderten Wahrscheinlichkeiten über eine Tabelle.

Klausuraufschrieb

Wahrscheinlichkeit, Zahl größer 60 zu erhalten:

$$P(X = 6 \text{ Spalte 1}) = \frac{1}{5}; \quad P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = 1;$$

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$$

Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl größer als 60 zu erhalten beträgt  $\frac{1}{5}$ .

Erwartungswert:

$$P(X > 60) = \frac{1}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

Gewinnplan

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	0,60 €	0,96 €	-2,00 €
EX	$0,6 \text{ €} + 0,96 \text{ €} - 2,00 \text{ €} = -0,44 \text{ €}$		

Die Klasse 10a kann mit einer Einnahme von 0,44 € pro Spiel rechnen.

Neuer Gewinnplan:

$$P(X > 60) = P(X = 6 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X > 0 \text{ Spalte 2}) = \frac{2}{5} \cdot 1 = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 33) = P(X = 3 \text{ Spalte 1}) \cdot P(X = 3 \text{ Spalte 2}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$$

	$P(X > 60)$	$P(X = 33)$	Einsatz
Gewinn/Einsatz ( $X_i$ )	3,00 €	6,00 €	-2,00 €
$p(X_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{25}$	1
$X_i \cdot p(X_i)$	1,20 €	0,24 €	-2,00 €
EX	$1,20 \text{ €} + 0,24 \text{ €} - 2,00 \text{ €} = -0,56 \text{ €}$		

Der Gewinn der Klasse 10a erhöht sich auf 0,56 € pro Spiel.