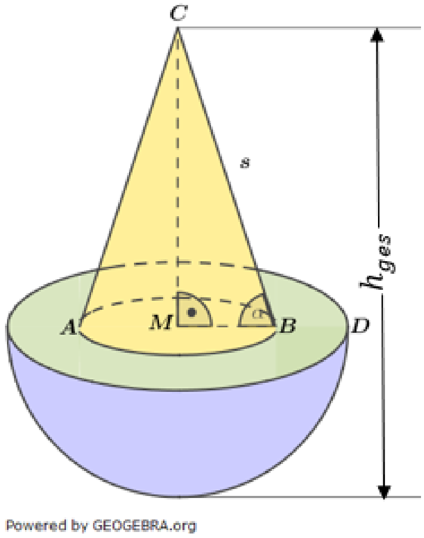
Lösung P2/2021

Lösungslogik



a) Die Oberfläche des Körpers setzte sich zusammen aus dem Mantel des Kegels (gelb), einem Kreisring (grün) mit innerem Radius $\overline{MB}$ und äußerem Radius $\overline{MD}$ sowie der Oberfläche der Halbkugel (blau).
Berechnung von $\overline{MC}$ über den $sin\,(\alpha)$.
Berechnung des $\overline{MB}$ über den Satz des Pythagoras.
Berechnung des Mantels des Kegels über $M_{Keg} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s$
Berechnung des Radius der Halbkugel über $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC}$.
Berechnung der Oberfläche des Kreisrings über
$A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot \left(\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2\right)$.
Berechnung der Oberfläche der Halbkugel über
$A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2$
Addition der berechneten Flächen zur Gesamtfläche des Körpers.

b) Die berechnete Gesamtfläche des Körpers dividiert durch 10 ergibt Anzahl der zu kaufenden Dosen. Achtung, Ergebnis auf ganze Zahl aufrunden.

Klausuraufschrieb

$A_{ges} = M_{Keg} + A_{Kreisring} + A_{Halbkugel}$

a) $\overline{MC}$: $\quad sin(\alpha) = \frac{\overline{MC}}{s}$

$\overline{MC} = s \cdot sin(\alpha) = 3{,}7 \cdot \sin(72\,°) = 3{,}52\ m$

$\overline{MB}$: $\quad \overline{MB} = \sqrt{s^2 - \overline{MC}^2}$ | Satz des Pythagoras

$\overline{MB} = \sqrt{3{,}7^2 - 3{,}52^2} = 1{,}14\ m$

M_{Keg}: $\quad M_{Keg} = \pi \cdot r_{Keg} \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s = \pi \cdot 1{,}14 \cdot 3{,}7 = 13{,}25\ m^2$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

$\overline{MD}$: $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC} = 5{,}1 - 3{,}52 = 1{,}58\,m$

A_{Ring}: $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot \left(\overline{MD}^2 - \overline{MB}\right)^2 = \pi \cdot (1{,}58^2 - 1{,}14^2) = 3{,}76\,m^2$

$A_{Halbkugel}$:

$$A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2 = 2\pi \cdot 1{,}58^2 = 15{,}69\,m^2$$

A_{ges}: $A_{ges} = M_{Keg} + A_{Ring} + A_{Halbkugel} = 13{,}25 + 3{,}76 + 15{,}69 = 32{,}7$

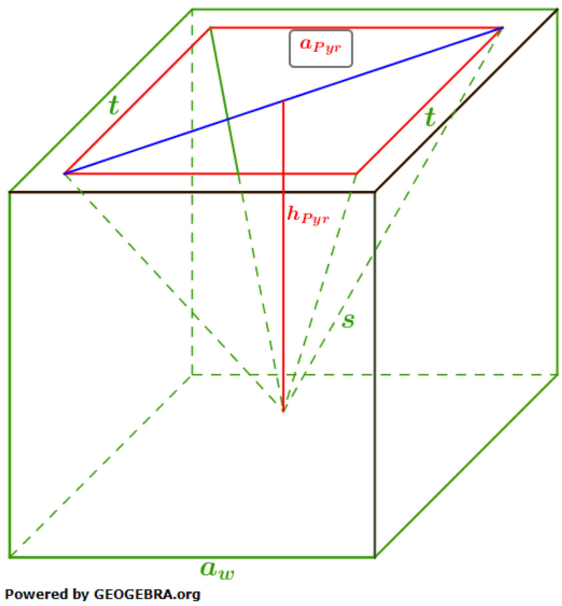
Das Kunstwerk hat eine Oberfläche von $32{,}7\,m^2$.

b) $n = \frac{A_{ges}}{10} = \frac{32{,}7}{10} = 3{,}27$

Es müssen vier $1l$-Dosen Farbe gekauft werden.

Lösung A2/2022

<u>Lösungslogik</u>



Wir bestimmen zunächst das Volumen einer Wachskugel über die Volumenformel einer Kugel.
Das Kugelvolumen multipliziert mit 1000 ergibt das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses.
Nun bestimmen wir das Volumen der Pyramide in der Gussform über die Volumenformel einer quadratischen Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G_{Pyr} \cdot h_{pyr}$.
Die Grundfläche der Pyramide ergibt sich aus a_{Pyr}^2, wobei $a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t$ ist.
Die Höhe der Pyramide bestimmen wir mit dem Satz des Pythagoras mit $\frac{d}{2}$ als Hypotenuse, die halbe Diagonale der Grundfläche der Pyramide und der Höhe der Pyramide selbst.
Nun kann das Volumen errechnet werden. Das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses dividiert durch das Volumen der Pyramide ergibt die Anzahl der herzustellenden Pyramiden.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Klausuraufschrieb

$n_{Pyr} = \frac{V_{Wachs}}{V_{Pyr}}$

V_{Wachs}: $V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1{,}5^3 = 14{,}14\ cm^3$

$V_{Wachs} = 1000 \cdot V_{Kugel} = 14140\ cm^3$

V_{Pyr}: $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a_{Pyr}^2 \cdot h_{pyr}$

a_{Pyr}: $a_{Pyr} = a_w - 2 \cdot t = 10 - 2 = 8\ cm$

h_{Pyr}: $s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_{Pyr}^2$ | Satz des Pythagoras

d: $d = a_{Pyr} \cdot \sqrt{2}$ | Länge der Diagonalen

$d = 8 \cdot \sqrt{2} = 11{,}3138$

$h_{Pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{11{,}3138}{2}\right)^2} = 7$

$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 = \frac{443}{3}\ cm^3$

n_{Pyr}: $n_{Pyr} = \frac{14140}{\frac{443}{3}} = 95{,}75$

Es können 95 Pyramiden aus dem Wachs geformt werden.

Lösung A2/2023

Lösungslogik

Die grau gefärbte Fläche besteht aus der Fläche eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und h_{Prisma} und der Fläche eines Dreiecks mit der Grundseite a und der Höhe der Pyramide h_{Pyr}.

Wir bestimmen zunächst die Höhe der Seitenfläche h_s über den $\sin(\alpha)$.

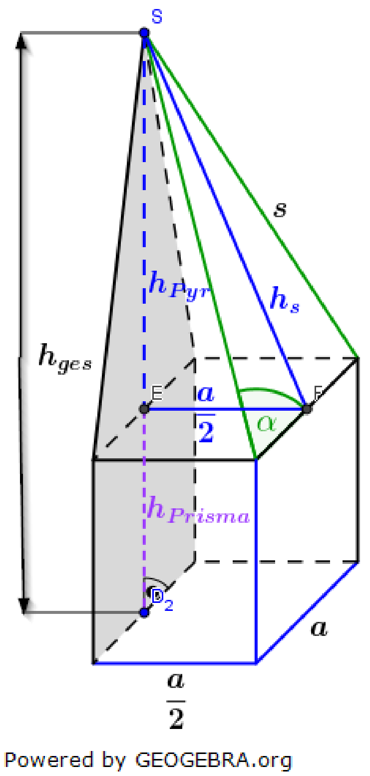
Wir berechnen nun a über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen die Höhe der Pyramide h_{Pyr} über den Satz des Pythagoras.

Wir berechnen h_{Prisma} über die Differenz von h_{ges} und h_{Pyr}.

Wir berechnen die Fläche des Rechtecks über $A_{Rechteck} = a \cdot h_{Prisma}$.

Wir berechnen die Fläche des Dreiecks über $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{Pyr}$.



Klausuraufschrieb

$A_S = A_{Rechteck} + A_{Dreieck}$

$A_{Quadrat} = a \cdot h_{Prisma}$

$A_{Dreievk} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{Pyr}$

h_s: $\quad sin(\alpha) = \frac{h_s}{s} \qquad | \quad \cdot s$

$h_s = s \cdot sin(\alpha) = 16{,}3 \cdot sin(68{,}9°) = 15{,}21$

a: $\quad s^2 = h_s^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = s^2 - h_s^2 \qquad |$ Satz des Pythagoras

$\frac{a}{2} = \sqrt{s^2 - h_s^2} \qquad | \quad \cdot 2$

$a = 2 \cdot \sqrt{s^2 - h_s^2} = 2 \cdot \sqrt{16{,}3^2 - 15{,}21^2} = 11{,}72\ cm$

h_{Pyr}: $\quad h_{s^2} = h_{Pyr}^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \qquad |$ Satz des Pythagoras

$h_{Pyr}^2 = h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$h_{Pyr} = \sqrt{h_S^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{15{,}21^2 - \left(\frac{11{,}72}{2}\right)^2} = 14{,}03$

h_{Prisma}:

$h_{Prisma} = h_{ges} - h_{Pyr} = 20{,}6 - 14{,}03 = 6{,}57$

$A_{Rechteck} = a \cdot h_{Prisma} = 11{,}72 \cdot 6{,}57 = 77\ cm^2$

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_{Pyr} = \frac{1}{2} \cdot 11{,}72 \cdot 14{,}03 = 82{,}22\ cm^2$

$A_S = A_{Rechteck} + A_{Dreieck} = 77 + 82{,}22 = 159{,}22\ cm^2$

Die grau gefärbte Schnittfläche ist $159{,}2\ cm^2$ *groß.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de