

Lösung P2/2021

Lösungslogik

- a) Die Oberfläche des Körpers setzt sich zusammen aus dem Mantel des Kegels (gelb), einem Kreisring (grün) mit innerem Radius \overline{MB} und äußerem Radius \overline{MD} sowie der Oberfläche der Halbkugel (blau).

Berechnung von \overline{MC} über den $\sin(\alpha)$.

Berechnung des \overline{MB} über den Satz des Pythagoras.

Berechnung des Mantels des Kegels

über $M_{Kegel} = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s$

Berechnung des Radius der Halbkugel

über $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC}$.

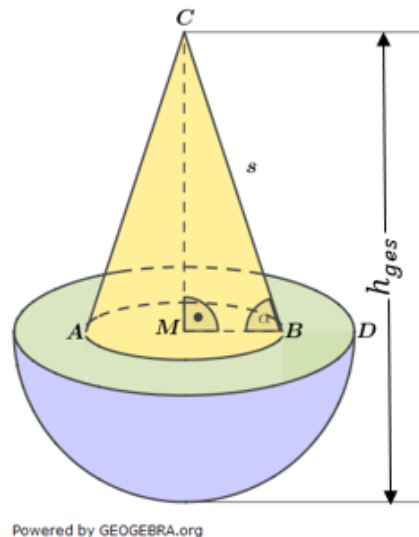
Berechnung der Oberfläche des

Kreisrings über $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot (\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2)$.

Berechnung der Oberfläche der Halbkugel über $A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2$

Addition der berechneten Flächen zur Gesamtfläche des Körpers.

- b) Die berechnete Gesamtfläche des Körpers dividiert durch 10 ergibt Anzahl der zu kaufenden Dosen. Achtung, Ergebnis auf ganze Zahl aufrunden.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$A_{ges} = M_{Kegel} + A_{Kreisring} + A_{Halbkugel}$$

a) \overline{MC} : $\sin(\alpha) = \frac{\overline{MC}}{s}$

$$\overline{MC} = s \cdot \sin(\alpha) = 3,7 \cdot \sin(72^\circ) = 3,52 \text{ m}$$

$$\overline{MB}$$
: $\overline{MB} = \sqrt{s^2 - \overline{MC}^2}$

| Satz des Pythagoras

$$\overline{MB} = \sqrt{3,7^2 - 3,52^2} = 1,14 \text{ m}$$

$$M_{Kegel}$$
: $M_{Kegel} = \pi \cdot r_{Kegel} \cdot s = \pi \cdot \overline{MB} \cdot s = \pi \cdot 1,14 \cdot 3,7 = 13,25 \text{ m}^2$

$$\overline{MD}$$
: $\overline{MD} = h_{ges} - \overline{MC} = 5,1 - 3,52 = 1,58 \text{ m}$

$$A_{Ring}$$
: $A_{Ring} = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2) = \pi \cdot (\overline{MD}^2 - \overline{MB}^2) = \pi \cdot (1,58^2 - 1,14^2) = 3,76 \text{ m}^2$

$A_{Halbkugel}$:

$$A_{Halbkugel} = \frac{1}{2} \cdot 4\pi r^2 = 2\pi \cdot \overline{MD}^2 = 2\pi \cdot 1,58^2 = 15,69 \text{ m}^2$$

$$A_{ges}$$
: $A_{ges} = M_{Kegel} + A_{Ring} + A_{Halbkugel} = 13,25 + 3,76 + 15,69 = 32,7$

Das Kunstwerk hat eine Oberfläche von $32,7 \text{ m}^2$.

b) $n = \frac{A_{ges}}{10} = \frac{32,7}{10} = 3,27$

Es müssen vier 1l-Dosen Farbe gekauft werden.

Lösung P2/2022

Lösungslogik

Wir bestimmen zunächst das Volumen einer Wachskugel über die Volumenformel einer Kugel.

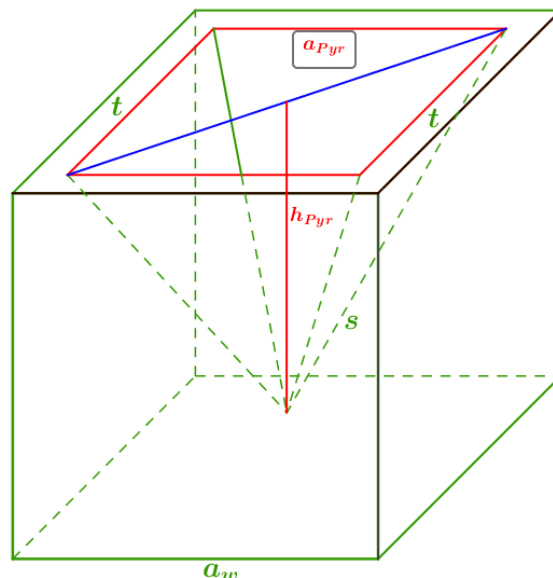
Das Kugelvolumen multipliziert mit 1000 ergibt das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses.

Nun bestimmen wir das Volumen der Pyramide in der Gussform über die Volumenformel einer quadratischen Pyramide mit $V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot G_{Pyr} \cdot h_{pyr}$.

Die Grundfläche der Pyramide ergibt sich aus a_{Pyr}^2 , wobei $a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t$ ist.

Die Höhe der Pyramide bestimmen wir mit dem Satz des Pythagoras mit s als Hypotenuse, die halbe Diagonale der Grundfläche der Pyramide und der Höhe der Pyramide selbst.

Nun kann das Volumen errechnet werden. Das Gesamtvolumen des zu verarbeitenden Wachses dividiert durch das Volumen der Pyramide ergibt die Anzahl der herzustellenden Pyramiden.



Powered by GEOGEBRA.org

Klausuraufschrieb

$$n_{pyr} = \frac{V_{Wachs}}{V_{Pyr}}$$

$$V_{Wachs}: \quad V_{Kugel} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1,5^3 = 14,14 \text{ cm}^3$$

$$V_{Wachs} = 1000 \cdot V_{Kugel} = 14140 \text{ cm}^3$$

$$V_{Pyr}: \quad V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot a_{pyr}^2 \cdot h_{pyr}$$

$$a_{pyr}: \quad a_{pyr} = a_w - 2 \cdot t = 10 - 2 = 8 \text{ cm}$$

$$h_{pyr}: \quad s^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 + h_{pyr}^2$$

| Satz des Pythagoras

$$d: \quad d = a_{pyr} \cdot \sqrt{2}$$

| Länge der Diagonalen

$$d = 8 \cdot \sqrt{2} = 11,3138$$

$$h_{pyr} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{11,3138}{2}\right)^2} = 7$$

$$V_{Pyr} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 = \frac{443}{3} \text{ cm}^3$$

$$n_{pyr}: \quad n_{pyr} = \frac{14140}{\frac{443}{3}} = 95,75$$

Es können 95 Pyramiden aus dem Wachs geformt werden .