Lösung A1

Gleichung I) gehört zu Graph a)   Gleichung II) gehört zu Graph b)

Lösung A2

$$f(x) = \begin{cases} tx^2 - x - s & \text{für } x \le 1 \\ -x^2 + 1 & \text{für } x > 1 \end{cases}$$

Soll die abschnittsweise definierte Funktion in $x = 1$ differenzierbar sein, so müssen

a) die Funktionswerte von $tx^2 - x - s$ und $-x^2 + 1$ in $x = 1$ gleich sein und

b) die Steigungen beider Teilfunktionen in $x = 1$ ebenfalls gleich sein.

(1) $tx^2 - x - s = -x^2 + 1$ | $+x^2 - 1$

(2) $2tx - 1 = -2x$ | $+2x$

(1) $x^2(t+1) - x - s - 1 = 0$ | $x = 1$ einsetzen

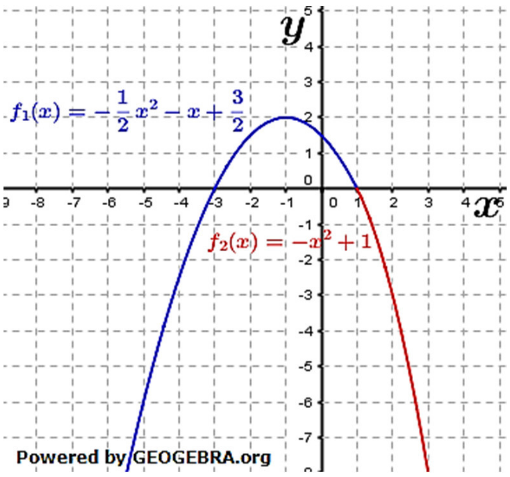
(2) $2x(t+1) - 1 = 0$ | $x = 1$ einsetzen

(1) $t + 1 - 1 - s - 1 = 0$

(2) $2t + 1 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$

(2)-> (1)

(1) $-\frac{1}{2} - s - 1 = 0 \Rightarrow s = -\frac{3}{2}$



Lösung A3

a) $f(x) = |(x-5)(x-2)(x+1)|$
Nullstellen mit Vorzeichenwechsel von f sind $x_1 = -1$, $x_2 = 2$ und $x_3 = 5$.
Die Funktion ist differenzierbar in $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 2; 5\}$.

b) $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$
Die Funktion besitzt weder Nullstellen, noch kann ihr Funktionswert negativ sein, die Funktion ist außerdem stetig.
Die Funktion ist differenzierbar in $x \in \mathbb{R}$.

c) $f(x) = ln(|x^2 - 1|)$
Die Funktion ist für $|x| = 1$ nicht definiert, da $ln(0)$ nicht existiert.
Die Funktion ist differenzierbar in $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

d) $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$
Die Funktion ist für $|x| = 2$ nicht definiert, da $\frac{1}{0}$ nicht existiert.
Die Funktion ist differenzierbar in $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

e) $$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & \text{für } x < 3 \\ -\frac{1}{2}x + 1 & \text{für } x \ge 3 \end{cases}$$
$\frac{1}{2} \cdot 3 - 1 = 0{,}5$; $-\frac{1}{2} \cdot 3 + 1 = -0{,}5$
Wegen $f_1(x) = 0{,}5$ und $f_2(x) = -0{,}5$ ist die Funktion unstetig.
Die Funktion ist differenzierbar in $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

f) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{25-x^2} \text{ für } -5 \leq x < 0 \\ -\sqrt{25-x^2}+10 \text{ für } x \geq 0 \end{cases}$

$f_1(0) = 5;\ \ f_2(0) = -5$

$f_1{}'(-5)$ als auch $f_2{}'(5)$ ist nicht existent, da $f_1'(x) = -\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$ und $f_2'(x) = \frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$.

Wegen $f_1(0) = 5$ und $f_2(0) = -5$ ist die Funktion unstetig.

Die Funktion ist differenzierbar in den Intervallen $I_1 =]-5;0[$ und $I_2 =]0;5[$.