Lösung A1

1b) $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 = 0 \implies x_1 = -1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 5$
Nicht differenzierbar in $\{-1; 2; 5\}$

2d) $0{,}75(x-3)^2 - 12 = 0$ für $x < 0 \implies x_1 = -1$
$0{,}75(x-3)^2 - 10 = 0$ für $x \geq 0 \implies x_2 = \frac{9+2\sqrt{30}}{3}$
Bei $x_0 = 0$ liegt ein Sprung in y–Richtung vor.
Nicht differenzierbar in $\{-1; 0; \frac{9+2\sqrt{30}}{3}\}$

3a) $(x+2)(x-1)(x-3) = 0 \implies x_1 = -2;\ x_2 = 1;\ x_3 = 3$
Nicht differenzierbar in $\{-2; 1; 3\}$

4c) $0{,}5(x-4) + 1 = 0 \implies x_1 = 2$
Nicht differenzierbar in $\{2\}$

5f) Abschnittsweise definierte Funktion mit Knick in $x_0 = 3$.
Nicht differenzierbar in $\{3\}$

6e) Abschnittsweise definierte Funktion mit Sprung bei $x_0 = 1$.
Nicht differenzierbar in $\{1\}$

Lösung A2

Eine Funktion ist an Stellen nicht differenzierbar, in denen sie

1. keine eindeutige Tangente hat, z. B. $f(x) = |x|$
2. einen Sprung in y-Richtung aufweist, wie etwa

$$f(x) = \begin{cases} 1{,}8x + 100 & \text{für } 0 \leq x \leq 50 \\ 1{,}8x + 150 & \text{für } 0 > 50 \end{cases}$$

3. eine Definitionslücke aufweist wie z. B. $f(x) = \frac{1}{x}$

Lösung A3

a) Stetige Funktionen sind in ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar.
Falsch ☒
Begründung: Betragsfunktionen wie z. B. $f(x) = |x|$ sind stetig, aber in ihren Nullstellen nicht differenzierbar.

b) Gebrochen rationale Funktionen sind in den Polstellen nicht differenzierbar.
Richtig ☒
Begründung: Der Grenzwert des Differenzialquotienten $\frac{dy}{dx}$ für $h \longrightarrow 0$ in der Polstelle existiert nicht, $f(x) = \frac{1}{x}$ mit $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x^2}$ ist in $x_0 = 0$ nicht differenzierbar.

c) Ganzrationale Funktionen sind in ganz $\mathbb{R}$ differenzierbar.
Richtig ☒
Begründung: Ganzrationale Funktionen haben weder Definitionslücken noch Sprünge noch Knicke wie z. B. $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 2x^2 + x - 6$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

d) Betragsfunktionen haben immer mindestens eine nicht differenzierbare Stelle.

Falsch ☒

Begründung: Die Betragsfunktion f mit $f(x) = |x^2 + 5|$ ist in ganz $\mathbb{R}$ stetig und differenzierbar.

e) Wurzelfunktionen mit geradzahligem Wurzelexponent haben eine nicht differenzierbare Stelle.

Richtig ☒

Begründung: Die Wurzelfunktion f mit $f(x) = \sqrt[4]{x}$ ist in $x_0 = 0$ nicht differenzierbar.

f) Abschnittsweise definierte Funktionen sind in ihren inneren Intervallgrenzen nicht differenzierbar.

Falsch ☒

Begründung: Eine abschnittsweise definierte Funktion mit z. B. $f_1(x) = \sqrt{25 - x^2}$ für $-5 \leq x < 0$ und $f_2(x) = -\sqrt{25 - x^2} + 10$ für $0 \leq x \leq 5$ ist in $x_0 = 0$ differenzierbar, da dort nur eine einzige Tangente möglich.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de