Aufgabenblatt zum grafischen Differenzieren

Level 3 – Expert – Blatt 2

Dokument mit 20 Aufgaben

Aufgabe A1

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.

Welche der folgenden Aussagen über die Funktion f sind wahr, falsch oder unentscheidbar?

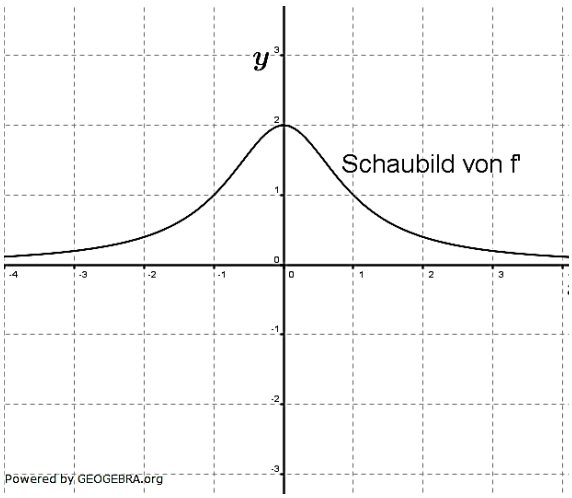
(1) f ist streng monoton wachsend für $-3 < x < 3$.

(2) Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.

(3) Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y–Achse.

(4) Es gilt $f(x) > 0$ für alle $x \in [-3; 3]$.

(Quelle Abitur BW 2004)



Aufgabe A2

Die Abbildung zeigt das Schaubild der Ableitungsfunktion f' einer Funktion f.

Geben Sie für jeden der folgenden Sätze an, ob er richtig, falsch oder nicht entscheidbar ist.

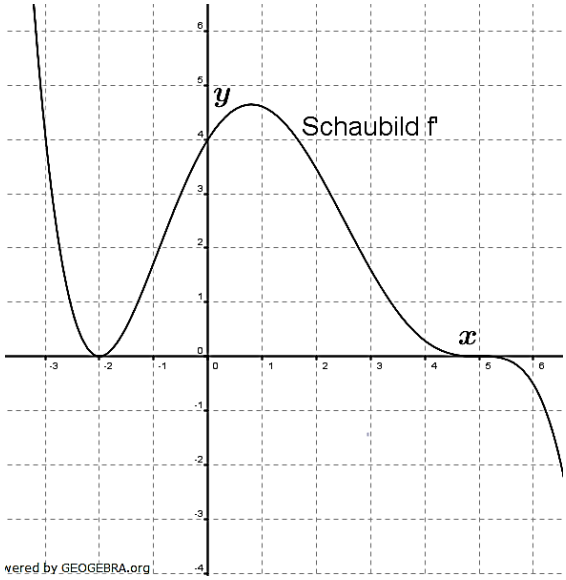
(1) Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.

(2) Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.

(3) Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y–Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.

(4) $f(0) > f(5)$.

(Quelle Abitur BW 2006)



Aufgabe A3

Eine Funktion f hat folgende Eigenschaften:

(1) $f(2) = 1$

(2) $f'(2) = 0$

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$

(4) Für $x \longrightarrow +\infty$ und $x \longrightarrow -\infty$ gilt: $f(x) \longrightarrow 5$

Beschreiben Sie für jede dieser vier Eigenschaften, welche Bedeutung sie für den Graphen von f hat.

Skizzieren Sie einen möglichen Verlauf des Graphen.

(Quelle Abitur BW 2013)

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

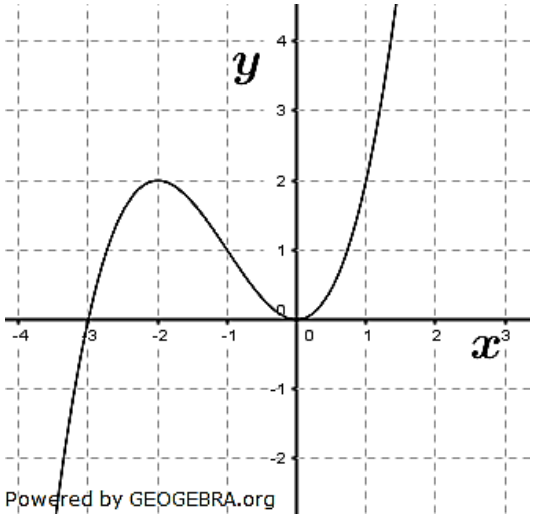
Aufgabe A4

Die Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer ganzrationalen Funktion f.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.
Bergründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Der Graph von f hat bei $x = -3$ einen Tiefpunkt.
(2) $f(-2) < f(-1)$
(3) $f''(-2) + f'(-2) < 1$
(4) Der Grad der Funktion f ist mindestens 4.

(Quelle Abitur BW 2015)



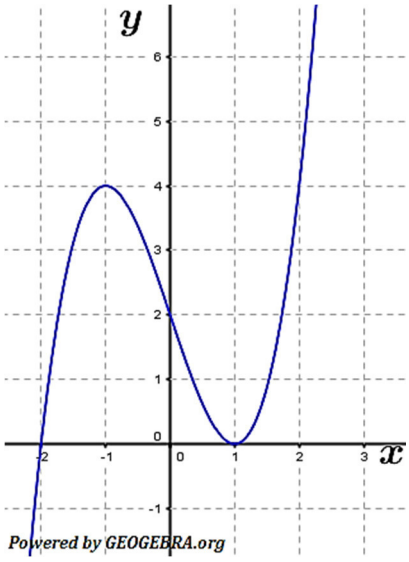
Aufgabe A5

Die Abbildung zeigt den Graphen einer Stammfunktion F einer Funktion f.

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.
Bergründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

(1) $f(1) = F(1)$
(2) $\int_0^2 f(x)dx = 4$
(3) f' besitzt im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ eine Nullstelle.
(4) $f\big(F(-2)\big) > 0$

(Quelle Abitur BW 2016)



© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A1

(1) f ist streng monoton wachsend für $-3 < x < 3$.
Die Aussage ist wahr. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x–Achse, somit ist f im Intervall streng monoton wachsend.

(2) Das Schaubild von f hat mindestens einen Wendepunkt.
Die Aussage ist wahr. Der Wendepunkt einer Funktion führt zu einer Extremstelle ihrer Ableitungsfunktion. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat bei $x_0 = 0$ eine Extremstelle, somit hat f an der gleichen Stelle einen Wendepunkt.

(3) Das Schaubild von f ist symmetrisch zur y–Achse.
Die Aussage ist falsch. Das achsensymmetrische Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat nur geradzahlige Exponenten von x. Diese werden durch das Integral zu ungeradzahligen Exponenten der Stammfunktion. Funktionen mit nur ungeradzahligen Exponenten von x sind punktsymmetrisch.

(4) Es gilt $f(x) > 0$ für alle $x \in [-3; 3]$.
Die Aussage ist unentscheidbar, da jede Funktion H mit $H(x) = F(x) + C$ eine Stammfunktion von f ist.

Lösung A2

(1) *Das Schaubild von f hat bei $x = -2$ einen Tiefpunkt.*
Die Aussage ist falsch. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle $x = -2$ einen Extrempunkt. Nur Wendestellen einer Stammfunktion führen zu Extremstellen bei der Ableitungsfunktion. Wegen des Berührpunkts von f' mit der x–Achse liegt in f sogar ein Sattelpunkt vor.

(2) *Das Schaubild von f hat für $-3 \leq x \leq 6$ genau zwei Wendepunkte.*
Die Aussage ist wahr. f' hat im angegebenen Intervall genau zwei Extremstellen, die bei f zu Wendepunkten führen.

(3) *Das Schaubild von f verläuft im Schnittpunkt mit der y–Achse steiler als die erste Winkelhalbierende.*
Die Aussage ist wahr. Aus dem Schaubild von f' liest man für $x_0 = 0$ die Steigung $m = 4$ von f ab. Die 1. Winkelhalbierende hat die Steigung $m = 1$.

(4) $f(0) > f(5)$.
Die Aussage ist falsch. Die Ableitungskurve f' verläuft im angegebenen Intervall oberhalb der x–Achse, f ist in diesem Intervall somit streng monoton steigend. $f(0)$ muss somit kleiner als $f(5)$ sein.

Lösung A3

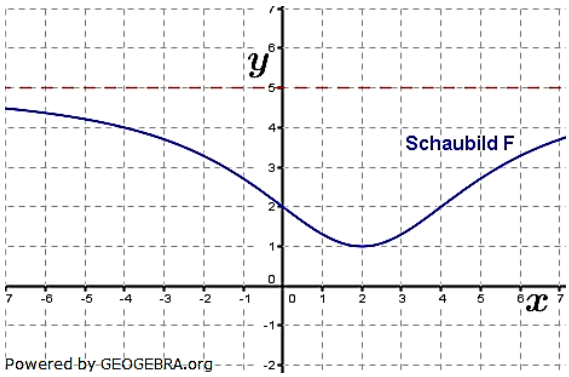
(1) $f(2) = 1$
Die Funktion hat an der Stelle $x = 2$ den Funktionswert 1.

(2) $f'(2) = 0$
Die Funktion hat an der Stelle $x = 2$ eine waagrechte Tangente.

(3) $f''(4) = 0$ und $f'''(4) \neq 0$
Die Funktion hat an der Stelle $x = 4$ einen Wendepunkt.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

(4) Für $x \longrightarrow +\infty$ und $x \longrightarrow -\infty$ gilt: $f(x) \longrightarrow 5$
Die Funktion hat für $x \longrightarrow |\infty|$ die waagrechte Asymptote $y = 5$.
Hinweis zu (2):
Sie können nur die Angabe einer waagrechten Tangente machen, keinesfalls die Aussage über einen Extrempunkt treffen, da in der Aufgabenstellung keine Aussage über die hinreichende Bedingung $f''(2) \neq 0$ gemacht ist.
Möglicher Verlauf des Graphen:
Hinweis:
Dies ist nur ein möglicher Verlauf. Es gibt hiervon noch viele andere.



Lösung A4

(1) *Der Graph von f hat bei $x = -3$ einen Tiefpunkt.*
Die Aussage ist wahr. Das Schaubild der Ableitungsfunktion f' hat an der Stelle $x = -3$ eine Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von $-$ nach $+$.

(2) $f(-2) < f(-1)$
Die Aussage ist wahr. f' verläuft für $-3 < x < 0$ oberhalb der x -Achse. f ist somit in diesem Bereich monoton steigend, also ist $f(-2) < f(-1)$.

(3) $f''(-2) + f'(-2) < 1$.
Die Aussage ist falsch. Die Funktion f' hat für $x = -2$ einen Hochpunkt. Somit ist $f''(-2) = 0$. $f'(-2) = 2$ (aus Grafik abgelesen). Somit ist $f''(-2) + f'(-2) = 2 > 1$.

(4) *Der Grad der Funktion f ist mindestens 4.*
Die Aussage ist wahr. Der Grad der Funktion f' ist mindestens 3. Durch die Integration von f' entsteht die Funktion f von damit mindestens dem Grad 4.

Lösung A5

(1) $f(1) = F(1)$.
Die Aussage ist wahr. $F(1) = 0$ wegen Berührpunkt mit x-Achse, der ein Tiefpunkt ist. Somit ist $f'(1) = 0$.

(2) $\int_0^2 f(x)dx = 4$
Die Aussage falsch. Das Integral besagt, dass $F(2) - F(0)$ gleich *4* sein soll. Mit $F(2) = 4$ und $F(0) = 2$ ergibt sich $F(2) - F(0) = 2$.

(3) f' besitzt im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ eine Nullstelle.
Die Aussage ist wahr. F hat bei $x = 0$ einen Wendepunkt. Somit ist $f''(0) = 0$.

(4) $f\big(F(-2)\big) > 0$.
Die Aussage ist falsch. $F(-2) = 0$; $f\big(F(-2)\big) = f(0)$. Der Graph von F hat in $x_0 = 0$ negative Steigung, somit ist $f(0) < 0$.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de