Aufgabenblatt Ableitungen zur Produkt- und Quotientenregel

Level 1 – Grundlagen – Blatt 3

Dokument mit 20 Aufgaben

Aufgabe A1

Bilde die Ableitungen mit Hilfe der Quotientenregel und vereinfache so weit wie möglich.

$f_1(x) = \frac{x^2}{x-1}$	$f_1'(x) =$
$f_2(x) = \frac{x}{(x-1)^2}$	$f_2'(x) =$
$f_3(x) = \frac{2x^2-5x}{x-6}$	$f_3'(x) =$
$f_4(x) = \frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}$	$f_4'(x) =$
$f_5(x) = \frac{2-x}{x^2-1}$	$f_5'(x) =$
$f_6(t) = \frac{\frac{1}{2}t^2+3}{t-1}$	$f_6'(t) =$
$f_7(t) = \frac{t^2}{sin(t)}$	$f_7'(t) =$

Aufgabe A2

Bilde die Ableitungen mit Hilfe der Quotientenregel und vereinfache so weit wie möglich.

$f_1(x) = \frac{4x-3}{3x-2}$	$f_1'(x) =$
$f_2(x) = \frac{3-4x}{6-5x}$	$f_2'(x) =$
$f_3(x) = \frac{3x^2-2}{x^3-1}$	$f_3'(x) =$
$f_4(x) = \frac{-4x^2+3}{x^2+5}$	$f_4'(x) =$
$f_5(x) = \frac{3x^2}{2-x^2}$	$f_5'(x) =$
$f_6(t) = \frac{t+2t^2}{t^2}$	$f_6'(t) =$
$f_7(t) = \frac{1-t^2}{2t+3t^2-5}$	$f_7'(t) =$

Aufgabe A3

Drei der sechs Ableitungen wurden falsch abgeleitet. Suche den Fehler und korrigiere.

$f_1(x) = \frac{12x-5}{1-3x^2}$	$f_1'(x) = \frac{6\cdot(6x^2-5x+2)}{(3x^2-1)^2}$
$f_2(x) = \frac{2x+1}{3x+1}$	$f_2'(x) = -\frac{1}{3x+1}$
$f_3(x) = \frac{x^4}{3x+10}$	$f_3'(x) = \frac{x^2\cdot(9x+40)}{(3x+10)^2}$
$f_4(x) = \frac{0{,}5x^5}{2-4x^3}$	$f_4'(x) = -\frac{x^4\cdot(4x^3-5)}{4\cdot(2x^3-1)^2}$
$f_5(x) = \frac{4x^2}{12+x^2}$	$f_5'(x) = \frac{48x}{(x^2+12)^2}$
$f_6(t) = \frac{5x^3-2x}{x}$	$f_6'(t) = 10x$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A1

$f_1(x)=\frac{x^2}{x-1}$	$f_1'(x)=\frac{2x\cdot(x-1)-x^2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-1}{(x-1)^2}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)^2}=\frac{x+1}{x-1}$
$f_2(x)=\frac{x}{(x-1)^2}$	$f_2'(x)=\frac{(x-1)^2-2x(x-1)}{(x-1)^4}=\frac{x-1-2x}{(x-1)^3}=-\frac{x+1}{(x-1)^3}$
$f_3(x)=\frac{2x^2-5x}{x-6}$	$f_3'(x)=\frac{(4x-5)\cdot(x-6)-(2x^2-5x)}{(x-6)^2}=\frac{4x^2-29x+30-2x^2+5x}{(x-6)^2}$ $=\frac{4x^2-24x+30}{(x-6)^2}$
$f_4(x)=\frac{x^2-2x}{x^2+2x+1}$	$f_4'(x)=\frac{2x-2}{x^2+2x+1}-\frac{(x^2-2x)\cdot(2x+2)}{(x^2+2x+1)^2}=\frac{2(x-1)}{(x+1)^2}-\frac{2\cdot(x^2-2x)(x+1)}{(x+1)^4}$ $=\frac{2(x-1)}{(x+1)^2}-\frac{2x^2-4x}{(x+1)^3}=\frac{2(x-1)(x+1)-2x^2+4x}{(x+1)^3}$ $=\frac{4x-2}{(x+1)^3}=\frac{2(x-1)}{(x+1)^3}$
$f_5(x)=\frac{2-x}{x^2-1}$	$f_5'(x)=\frac{-(x^2-1)-2x(2-x)}{(x^2-1)^2}=\frac{x^2-4x+1}{(x^2-1)^2}$
$f_6(t)=\frac{\frac{1}{2}t^2+3}{t-1}$	$f_6'(t)=\frac{t(t-1)-\left(\frac{1}{2}t^2+3\right)}{(t-1)^2}=\frac{\frac{1}{2}t^2-t-3}{(t-1)^2}=\frac{t^2-2t-6}{2(t-1)^2}$
$f_7(t)=\frac{t^2}{sin(t)}$	$f_7'(t)=\frac{2t\cdot sin(t)-t^2\cdot cos(t)}{sin^2(t)}=\frac{t\cdot(2\,sin(t)-tcos(t)}{sin^2(t)}$

Lösung A2

$f_1(x)=\frac{4x-3}{3x-2}$	$f_1'(x)=\frac{4(3x-2)-3\cdot(4x-3)}{(3x-2)^2}=\frac{1}{(3x-2)^2}$
$f_2(x)=\frac{3-4x}{6-5x}$	$f_2'^{(x)}=\frac{-4\cdot(6-5x)+5\cdot(3-4x)}{(6-5x)^2}=-\frac{9}{(6-5x)^2}$
$f_3(x)=\frac{3x^2-2}{x^3-1}$	$f_3'(x)=\frac{6x(x^3-1)-3x^2(3x^2-2)}{(x^3-1)^2}=\frac{-3x^4+6x^2-6x}{(x^3-1)^2}=-\frac{3x^4+6x^2+6x}{(x^3-1)^2}$
$f_4(x)=\frac{-4x^2+3}{x^2+5}$	$f_4'(x)=\frac{-8x(x^2+5)-2x(-4x^2+3)}{(x^2+5)^2}=-\frac{46x}{(x^2+5)^2}$
$f_5(x)=\frac{3x^2}{2-x^2}$	$f_5'(x)=\frac{6x(2-x^2)+6x^3}{(2-x^2)^2}=\frac{12x}{(x^2-2)^2}$
$f_6(t)=\frac{t+2t^2}{t^2}$	$f_6'(t)=\frac{(1+4t)\cdot t^2-2t\cdot(t+2t^2)}{t^4}=\frac{-t^2}{t^4}=-\frac{1}{t^2}$
$f_7(t)=\frac{1-t^2}{2t+3t^2-5}$	$f_7'(t)=\frac{-2t(2t+3t^2-5)-(6t+2)(1-t^2)}{(2t+3t^2-5)^2}=\frac{-4t^2+4t-2}{(2t+3t^2-5)^2}$ $=-\frac{2(t^2-2t+1)}{(2t+3t^2-5)^2}=-\frac{2(t-1)^2}{(t-1)^2\cdot(3t+5)^2}=-\frac{2}{(3t+5)^2}$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A3

$f_1(x) = \frac{12x-5}{1-3x^2}$	$f_1'(x) = \frac{6\cdot(6x^2-5x+2)}{(3x^2-1)^2}$
$f_2(x) = \frac{2x+1}{3x+1}$	$\cancel{f_2'(x) = -\frac{1}{3x+1}}$ $f_2'(x) = -\frac{1}{(3x+1)^2}$
$f_3(x) = \frac{x^4}{3x+10}$	$\cancel{f_3'(x) = \frac{x^2\cdot(9x+40)}{(3x+10)^2}}$ $f_3'(x) = \frac{x^3\cdot(9x+40)}{(3x-10)^2}$
$f_4(x) = \frac{0{,}5x^5}{2-4x^3}$	$f_4'(x) = -\frac{x^4\cdot(4x^3-5)}{4\cdot(2x^3-1)^2}$
$f_5(x) = \frac{4x^2}{12+x^2}$	$\cancel{f_5'(x) = \frac{48x}{(x^2+12)^2}}$ $f_5'(x) = \frac{96x}{(x^2+12)^2}$
$f_6(t) = \frac{5x^3-2x}{x}$	$f_6'(t) = 10x$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de