Lösung A1

a) $f(x) = x \cdot sin(3x)$ $\quad u = x \quad u' = 1$
$v = sin(3x) \quad v' = 3cos(3x)$

$f'(x) = sin(3x) + 3xcos(3x)$

b) $f(x) = (3x+4)^2 \cdot sin(x)$ $\quad u = (3x+4)^2 \quad u' = 6(3x+4)$
$v = sin(x) \quad v' = cos(x)$

$f'(x) = 6(3x+4) \cdot sin(x) + (3x+4)^2 \cdot cos(x)$
$= (3x+4) \cdot (6 \cdot sin(x) + 3x \cdot cos(x) + 4\,cos(x))$

c) $f(x) = x^{-1} \cdot (2x+3)$ $\quad u = x^{-1} \quad u' = -x^{-2}$
$v = (2x+3) \quad v' = 2$

$f'(x) = -x^{-2} \cdot (2x+3) + 2 \cdot x^{-1} = -2x^{-1} - 3x^{-2} + 2x^{-1} = -3x^{-2}$

d) $f(x) = (5-4x)^3 \cdot (1-4x)$ $\quad u = (5-4x)^3 \quad u' = -12(5-4x)^2$
$v = 1-4x \quad v' = -4$

$f'(x) = -12 \cdot (4x-5)^2 \cdot (1-4x) - 4 \cdot (5-4x)^3$
$= -4 \cdot (4x-5)^2 \cdot \big(3(1-4x) + (5-4x)\big) = -4 \cdot (4x-5)^2 \cdot (8-16x)$

e) $f(x) = (5-4x)^3 \cdot x^{-2}$ $\quad u = (5-4x)^3 \quad u' = -12(5-4x)^2$
$v = x^{-2} \quad v' = -2x^{-3}$

$f'(x) = -12 \cdot (5-4x)^2 \cdot x^{-2} - 2x^{-3} \cdot (5-4x)^3$
$= -12x \cdot (5-4x)^2 \cdot x^{-3} - 2x^{-3} \cdot (5-4x)^3$
$= x^{-3} \cdot (5-4x)^2 \cdot \big(-12x - 2 \cdot (5-4x)\big)$
$= x^{-3} \cdot (5-4x)^2 \cdot (-4x-10)$
$= x^{-3} \cdot (25 - 40x + 16x^2) \cdot (-4x-10)$
$= x^{-3} \cdot (-64x^3 + 300x - 250)$

f) $f(x) = 3x \cdot cos(2x)$ $\quad u = 3x \quad u' = 3$
$v = cos(2x) \quad v' = -2sin(2x)$

$f'(x) = 3 \cdot cos(2x) - 6x \cdot sin(2x) = 3(cos(2x) - 2x \cdot sin(2x))$

g) $f(x) = 3x \cdot (sin(x))^2$ $\quad u = 3x \quad u' = 3$
$v = (sin(x))^2 \quad v' = 2 \cdot sin(x) \cdot cos(x)$

$f'(x) = 3 \cdot (sin(x))^2 + 6x \cdot sin(x) \cdot cos(x))$
$= 3 \cdot sin(x) \cdot \big(sin(x) + 2x \cdot cos(x)\big)$

h) $f(x) = 0{,}5x^2 \cdot \sqrt{4-x}$ $\quad u = 0{,}5x^2 \quad u' = x$
$v = \sqrt{4-x} \quad v' = -\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$

$f'(x) = x \cdot \sqrt{4-x} - 0{,}5x^2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{4-x}}$
$= \frac{2x \cdot (4-x) - 0{,}5x^2}{2\sqrt{4-x}} = \frac{8x - 2{,}5x^2}{2\sqrt{4-x}}$

Lösung A2

a) Es wurde nur $u' \cdot v$ gebildet und die Multiplikation $v' \cdot u$ wurde vergessen.

b) $g'(x) = 2 \cdot (8-x)^2 + (2x-3) \cdot (2x-16)$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A3

$f(x) = (x-1)\cdot\sqrt{x}$

a) Schnittpunkte des Graphen mit der x-Achse mithilfe von $f(x) = 0$:

$(x-1)\cdot\sqrt{x}$ | Satz vom Nullprodukt

$x_1 = 0;\ \ x_2 = 1$

b) Steigung der Tangente in $P(1|f(1))$:

$f(x) = (x-1)\cdot\sqrt{x}$ $\quad u = x-1 \quad u' = 1$

$v = \sqrt{x} \quad v' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1)$

$f'(1) = 1 + 0 = 1$

Die Tangente in $P(1|f(1))$ hat die Steigung $m = 1$.

c) Waagrechte Tangenten mit $f'(x) = 0$:

$\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x-1) = 0$ | $\cdot 2\sqrt{x}$

$2x + x - 1 = 0$

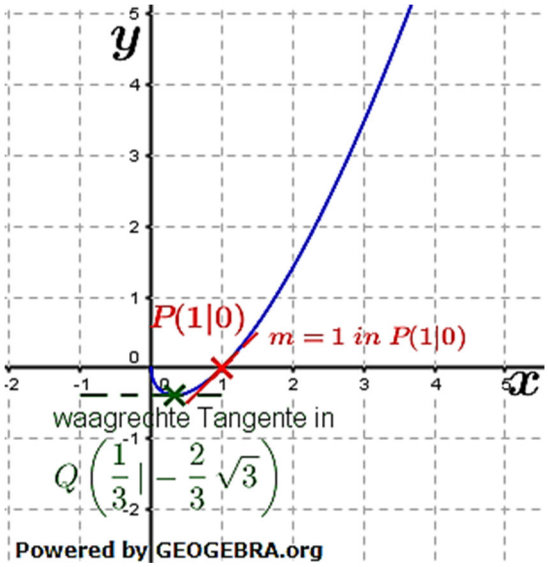
$3x = 1$

$x = \frac{1}{3}$

$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3\sqrt{3}} = -\frac{2}{9}\sqrt{3}$

Der Graph von f hat eine waagrechte Tangente in $Q\left(\frac{1}{3}\middle|-\frac{2}{9}\sqrt{3}\right)$

d)



Lösung A4

a) $f(x) = (2x-3)\cdot cos(x)$

$f'(x) = 2\,cos(x) - (2x-3)\cdot sin(x)$

$g(x) = x\cdot(1-x)^2$

$g'(x) = (x-1)\cdot(3x-1)$

$h(x) = (2x-3)^3\cdot 3x$

$h'(x) = 3\cdot(2x-3)^2\cdot(8x-3)$

$i(x) = \frac{1}{x}\cdot sin(x)$

$i'(x) = \frac{cos(x)}{x} - \frac{sin(x)}{x^2}$

b) $g'(x) = 0$

$(x-1)\cdot(3x-1) = 0$ | Satz vom Nullprodukt

$x_1 = 1;\ \ x_2 = \frac{1}{3}$

$g(1) = 0;\ \ g\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27}$

Der Graph von g hat in $P(1|0)$ und $Q\left(\frac{1}{3}\middle|\frac{4}{27}\right)$ waagrechte Tangenten.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

c) $h(x) = 0$
$(2x-3)^3 \cdot 3x = 0$ | Satz vom Nullprodukt
$x_1 = 0;\ x_2 = 1{,}5$
Der Graph von h schneidet die x-Achse in $x_1 = 0$ und $x_2 = 1{,}5$.

d) $h'(0)$ bzw. $h'(1{,}5)$
$h'(0) = -81;\quad h'(1{,}5) = 0$

Lösung A5

$f(x) = x^2 \cdot g(x)$

$$f'(x) = 2x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x)$$
$$f''(x) = 2 \cdot g(x) + 2x \cdot g'(x) + 2x \cdot g'(x) + x^2 \cdot g''(x)$$
$$= 2 \cdot g(x) + 4x \cdot g'(x) + x^2 \cdot g''(x)$$

$f(x) = x \cdot g'(x)$

$$f'(x) = g'(x) + x \cdot g''(x)$$
$$f''(x) = g''(x) + g''(x) + x \cdot g'''(x)$$
$$= 2 \cdot g''(x) + x \cdot g'''(x)$$

$f(x) = g(x) \cdot g'(x)$

$$f'(x) = g'(x) \cdot g'(x) + g(x) \cdot g''(x)$$
$$= \left(g'(x)\right)^2 + g(x) \cdot g''(x)$$
$$f''(x) = 2 \cdot (g'(x)) \cdot g''(x) + g'(x) \cdot g''(x) + g(x) \cdot g'''(x)$$
$$= 3 \cdot g'(x) \cdot g''(x) + g(x) \cdot g'''(x)$$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de