## Lösung A1

| | |
|---|---|
| $f_1(x)=\frac{5x}{x+1}$ | $f_1{}'(x)=\frac{5(x+1)-5x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$ |
| $f_2(x)=\frac{2x}{1+3x}$ | $f_2{}'(x)=\frac{2(1+3x)-6x}{(1+3x)^2}=\frac{2}{(1+3x)^2}$ |
| $f_3(x)=\frac{1-x}{x+2}$ | $f_3{}'(x)=\frac{-(x+2)-(1-x)}{(x+2)^2}=-\frac{3}{(x+2)^2}$ |
| $f_4(x)=\frac{sin(x)}{2x-1}$ | $f_4{}'(x)=\frac{cos(x)\cdot(2x-1)-2sin(x)}{(2x-1)^2}$ |
| $f_5(x)=\frac{x+1}{x-1}$ | $f_5{}'(x)=\frac{x-1-(x+1)}{(x-1)^2}=-\frac{2}{(x-1)^2}$ |
| $f_6(x)=\frac{x^2}{8-x}$ | $f_6{}'(x)=\frac{2x(8-x)+x^2}{(8-x)^2}=\frac{-x^2+16x}{(x-8)^2}=-\frac{x^2-16x}{(x-8)^2}$ |
| $f_7(x)=\frac{0{,}5-2x}{cos(x)}$ | $f_7{}'(x)=\frac{-2\,cos(x)+(0{,}5-2x)sin(x)}{cos^2(x)}$ |
| $f_8(x)=\frac{\frac{1}{2}x^2}{1-sin(x)}$. | $f_8{}'(x)=\frac{x(1-sin(x))+\frac{1}{2}x^2cos(x)}{(1-sin(x))^2}$ |

## Lösung A2

| | |
|---|---|
| $f_1'(x)=\frac{2x^2+1}{x^2}$ | $f_{18}(x)=\frac{6x^2+x-3}{3x}$ |
| $f_2'(x)=\frac{x-3}{2x^2\cdot\sqrt{2x-3}}$ | $f_{17}(x)=\frac{\sqrt{2x-3}}{2x}$ |
| $f_3'(x)=-\frac{2\cdot(x\cdot sin(2x-1)+\cos(2x-1))}{x^3}$ | $f_{16}(x)=\frac{cos(2x-1)}{x^2}$ |
| $f_4{}'(x)=\frac{3\,cos(3x)\cdot(x-1)-sin(3x)}{(x-1)^2}$ | $f_{15}(x)=\frac{sin(3x)}{x-1}$ |
| $f_5'(x)=\frac{2\cdot(4x+1)}{(x+4)^3}$ | $f_{14}(x)=\frac{x^2-1}{(x+4)^2}$ |
| $f_6'(x)=\frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}+1$ | $f_{13}(x)=\frac{sin(x)}{cos(x)}$ |
| $f_7'(x)=\frac{3\,cos(x)\cdot(8x-1)-24sin(x)}{(8x-1)^2}$ | $f_{12}(x)=\frac{3sin(x)}{8x-1}$ |
| $f_8'(x)=-\frac{x-2}{2\sqrt{x}\cdot(x+2)^2}$ | $f_{11}(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+2}$ |
| $f_9'(x)=-\frac{3x^2+10x+3}{(3x+5)^2}$ | $f_{10}(x)=\frac{1-x^2}{3x+5}$ |

## Lösung A3

a) $f(x)=\frac{x+3}{2x}$ $\quad u=x+3 \quad u'=1 \quad v=2x \quad v'=2$

$f'(x)=\frac{2x-2(x+3)}{4x^2}=-\frac{3}{2x^2}$

$f'(x)=-0{,}5=-\frac{3}{2x^2}$

$-x^2=-3$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$

*Die Ableitung der Funktion $f$ mit $f(x)=\frac{x+3}{2x}$ hat in $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}$ den Wert $-0{,}5$.*

b) $g(x)=\frac{x}{x+1}$ $\quad u=x \quad u'=1 \quad v=x+1 \quad v'=1$

$g'(x)=\frac{x+1-x}{(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$

$g'(1)=\frac{1}{4}$

*Die Steigung der Tangente im Punkt $P(1|g(1)$ beträgt $m=\frac{1}{4}$.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

c) $h(x) = x^2$ $\qquad h'(x) = 2x$

$m(x) = -\frac{1}{x^2}$ $\qquad m'(x) = \frac{2}{x^3}$

$h'(x) \cap m'(x)$

$2x = \frac{2}{x^3}$

$x^4 = 1$

$x_{1,2} = \pm 1$

$h'(1) = 2$ $\qquad m'(1) = 2$

$h'(-1) = -2$ $\qquad m'(-1) = -2$

*Die Funktionswerte der Ableitungen von $h$ und $m$ stimmen für $x_{1,2} = \pm 1$ überein. Dies bedeutet, dass die Tangenten an $h$ und $m$ in $x_{1,2} = \pm 1$ jeweils parallel verlaufen.*

## Lösung A4

$f(t) = \frac{2000t+200}{t+1}$ $\qquad f'(t) = \frac{2000(t+1)-(2000t+200)}{(t+1)^2} = \frac{1800}{(t+1)^2}$

$m_0 = f'(0) = 1800$

$0{,}1 \cdot m_0 = 180$

$f'(t) = 180 = \frac{1800}{(t+1)^2}$

$180(t+1)^2 = 1800$

$(t+1)^2 = 10$

$|t+1| = \sqrt{10}$

$t_1 = \sqrt{10} - 1 \approx 2{,}16;\ \ t_2 = -\sqrt{10} - 1$

Wegen Aufgabenstellung $t \geq 0$ entfällt $t_2$.

*Die anfängliche momentane Änderungsrate $m_0$ des Bestandes beträgt $1800$ Tiere/Jahr.*

*Etwa nach 2 Jahren und 2 Monaten beträgt die momentane Änderungsrate nur noch 10% der anfänglichen Änderungsrate.*

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de