



Aufgabe A1

Bei einer Funktion f gilt für alle $x \in \mathbb{R}$: $f(x) \neq 0$; ist differenzierbar und $f'(x) = x \cdot f(x)$.

- Stelle $f''(x)$ und $f'''(x)$ durch $f(x)$ dar.
- Zeige, dass der Graph von f an der Stelle $x_0 = 0$ eine waagrechte Tangente hat.
- Begründe, warum es keine Stelle $f''(x) = 0$ geben kann.

Aufgabe A2

Der Graph einer Funktion f berührt die x -Achse im Punkt $P(2|0)$.

- Zeige, dass dann auch der Graph der Funktion g mit $g(x) = x \cdot f(x)$ die x -Achse im Punkt P berührt.
- Gibt drei Beispiele für solche Funktionen f und g an. Dabei sollen die folgenden Funktionstypen Berücksichtigung finden: Polynomfunktion, Exponentialfunktion, trigonometrische Funktion.
Überprüfe deine Beispiele mit dem GTR.

Aufgabe A3

Welcher Fehler wurde beim Ableiten der Funktion f mit $f(x) = x^3 \cdot \cos(x)$ gemacht?

- $f'(x) = 3x^2 \cos(x) + x^3 \sin(x)$
- $f'(x) = x^3 \cos(x) - 3x^2 \sin(x)$

Aufgabe A4

Eine Firma hat festgestellt, dass sie beim Verkauf von n Stück eines von ihr hergestellten Produktes einen Gewinn pro Stück von $\frac{1}{1+\sqrt{n}}$ Geldeinheiten macht.

- Zeige, dass der Gewinn pro Stück mit wachsender Stückzahl abnimmt.
- Zeige, dass der Gesamtgewinn mit wachsender Stückzahl zunimmt.

Aufgabe A5

Eine Ente landet auf einem See und schwimmt in Richtung eines Stegs. Ihre Entfernung vom Steg wird beschrieben durch die Funktion s mit $s(t) = \frac{8t^2+7}{9t^2+2}$; $0 \leq t \leq 17$ (t in Sekunden nach der Landung bis zum Ende des Beobachtungszeitraums, $s(t)$ in m).

- Wie weit ist die Ente ursprünglich vom Steg entfernt?
- Angenommen, die Ente schwimmt nach dieser Zeit ungebremst bis zum Steg weiter. Mit welcher Geschwindigkeit trifft die Ente auf den Steg?

Aufgabe A6

Beweise oder widerlege die folgenden Behauptungen:

- Hat der Graph von f die x -Achse als waagrechte Tangente, dann gilt dies auch für $x \neq 0$ für den Graphen g mit $g(x) = \frac{f(x)}{g}$.
- Wenn die Funktion g monoton fällt, so ist die Funktion $\frac{1}{g}$ monoton steigend.
- Wenn die Funktion g auf dem Intervall I monoton fallend und differenzierbar ist und keine Nullstellen hat, so ist die Funktion $\frac{1}{g}$ auf I monoton steigend.