Aufgabe A1

Berechne das Schaubild der Tangente und der Normalen an das Schaubild von f an der Stelle $x_0 = u$. Gib auch die Koordinaten des Berührpunktes an.

a) $f(x) = x - 2e^{0,25x}$; $u = 4$

b) $f(x) = \frac{1}{2}sin(3x) + 1$; $u = \frac{\pi}{6}$

c) $f(x) = 3 - 2e^{-x}$; $u = 0$

d) $f(x) = 2\cos(2x) + 2$; $u = \frac{\pi}{4}$

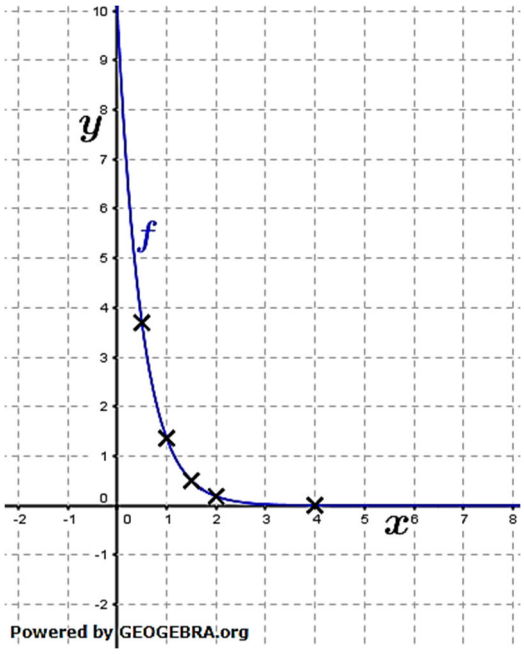
Aufgabe A2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x+3}$; $x \in \mathbb{R}$.

a) Berechne mit Hilfe der Ableitung die Steigung der Tangente und des Graphen von f an den Stellen x_0.

b) Bestimme die Gleichungen der Tangenten und zeichne sie in die Grafik ein.

I) $x_0 = 0,5$
II) $x_0 = 1$
III) $x_0 = 1,5$
IV) $x_0 = 2$
V) $x_0 = 4$



Aufgabe A3

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 4$ und $g(x) = -4x + 5$.

a) Berechne die Stellen, an denen die Graphen von f und g parallele Tangenten haben.

b) In welchen Punkten stehen die Tangenten des Graphen von f senkrecht zum Graphen von g?
Tipp: Zeichne zunächst eine Skizze der Graphen von f und g in ein geeignetes Koordinatensystem.

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de

Lösung A1

a) $f(x) = x - 2e^{0,25x}; \quad u = 4$ $\qquad f'(x) = 1 - 0,5e^{0,25x}$

$f(4) = 4 - 2e$ $\qquad f'(4) = 1 - 0,5e$

$t(x) = (1 - 0,5e)(x - 4) + 4 - 2e$ $\qquad n(x) = -\frac{1}{1-0,5e}(x - 4) + 4 - 2e$

$t(x) = (1 - 0,5e) \cdot x$ $\qquad n(x) = \frac{1}{0,5e-1}x + \frac{8-4e+e^2}{1-0,5e}$

b) $f(x) = \frac{1}{2}sin(3x) + 1; \quad u = \frac{\pi}{6}$ $\qquad f'(x) = \frac{3}{2}cos(3x)$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}$ $\qquad f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$

$t(x) = \frac{3}{2}$ $\qquad x = \frac{\pi}{6}$

c) $f(x) = 3 - 2e^{-x}; \quad u = 0$ $\qquad f'(x) = 2e^{-x}$

$f(0) = 1$ $\qquad f'(0) = 2$

$t(x) = 2x + 1$ $\qquad n(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

d) $f(x) = 2\,cos(2x) + 2; \quad u = \frac{\pi}{4}$ $\qquad f'(x) = -4sin(2x)$

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ $\qquad f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -4$

$t(x) = -4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$ $\qquad n(x) = \frac{1}{4}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$

$t(x) = -4 \cdot x + 2 + \pi$ $\qquad n(x) = \frac{1}{4}x + 2 - \frac{\pi}{16}$

Lösung A2

$f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x+3}$ $\qquad f'(x) = -e^{-2x+3}$

a) I) $f'(0,5) = -e^2$ II) $f'(1) = -e$ III) $f'(1,5) = -1$ IV) $f'(2) = -\frac{1}{e}$

V) $f'(4) = -\frac{1}{e^5}$

b) I) $f(0,5) = \frac{1}{2}e^2$ $\qquad t_{0,5}(x) = -e^2(x - 0,5) + \frac{1}{2}e^2$

$t_{0,5}(x) = -e^2x + e^2$

II) $f(1) = \frac{1}{2}e$ $\qquad t_1(x) = -e \cdot (x - 1) + \frac{1}{2}e$

$t_1(x) = -ex + \frac{3}{2}e$

III) $f(1,5) = \frac{1}{2}$ $\qquad t_{1,5}(x) = -(x - 1,5) + \frac{1}{2}$

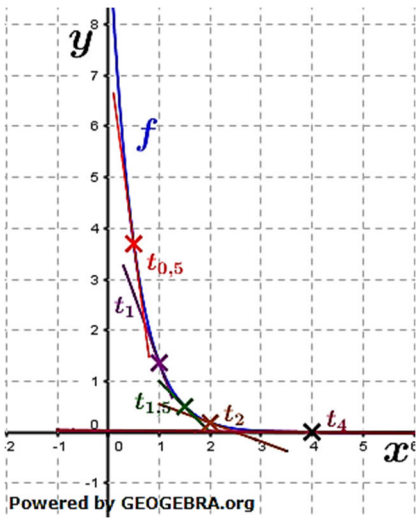
$t_{1,5}(x) = -x + 2$

IV) $f(2) = \frac{1}{2e}$ $\qquad t_2(x) = -\frac{1}{e}(x - 2) + \frac{1}{2e}$

$t_2(x) = -\frac{1}{e}x + \frac{5}{2e}$

V) $f(4) = \frac{1}{2e^5}$ $\qquad t_4(x) = -\frac{1}{e^5}(x - 4) + \frac{1}{2e^5}$

$t_4(x) = -\frac{1}{e^5}x + \frac{9}{2e^5}$



Lösung A3

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 4$ $\qquad f'(x) = 3x^2 - 6x - 1$

$g(x) = -4x + 5$ $\qquad g'(x) = -4$

a) Stellen gleicher Steigung mithilfe von $f'(x) \cap g'(x)$

$3x^2 - 6x - 1 = -4$

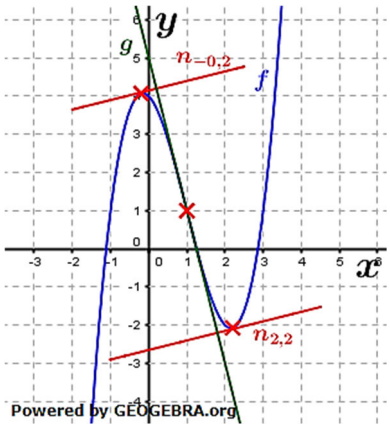
$3x^2 - 6x + 3 = 0 \qquad | \quad :3$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1-1} \qquad | \quad p/q$-Formel

$x_1 = 1$

An der Stelle $x_1 = 1$ haben die Graphen von f und g parallele Tangenten. Wie aus der Grafik ersichtlich, ist g sogar Tangente an f in $x_1 = 1$.



b) Wegen $m_1 \cdot m_2 = -1$, müssen die Tangenten des Graphen von f, die senkrecht auf dem Graphen von 3 stehen, die Steigung $f'(x) = -\frac{1}{g'(x)} = \frac{1}{4}$ haben.

$3x^2 - 6x - 1 = \frac{1}{4}$

$3x^2 - 6x - 1{,}25 = 0 \qquad | \quad :3$

$x^2 - 2x - \frac{5}{12} = 0$

$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{5}{12}} = 1 \pm \sqrt{\frac{17}{12}} \qquad | \quad p/q$-Formel

$= 1 \pm 1{,}19$

$x_1 \approx 2{,}2; \quad x_2 \approx -0{,}2$

$f(2{,}2) \approx -2{,}1; \quad f(-0{,}2) \approx 4{,}1$

$n_{2,2}(x) = \frac{1}{4}(x - 2{,}2) - 2{,}1 = \frac{1}{4}x - 2{,}65$

$n_{-0,2}(x) = \frac{1}{4}(x + 0{,}2) + 4{,}1 = \frac{1}{4}x + 4{,}15$

© by Fit-in-Mathe-Online, mehr als 500.000 Aufgaben für Schule und Studium
www.fit-in-mathe-online.de
Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de