Lösung A1

Lösungshinweis:
Bei gegebenen Wurzeln muss zuerst die Wurzel in die Potenzschreibweise gebracht werden, um dann die Potenzregel anwenden zu können. Nach der Ableitung muss die Potenzdarstellung der Wurzel wieder in die Wurzeldarstellung zurückgeführt werden.
Detaillierte Lösung für a)

a) $f(x)=\sqrt{3x}=\sqrt{3}\cdot x^{\frac{1}{2}}$
$f'(x)=\frac{1}{2}\sqrt{3}\cdot x^{-\frac{1}{2}}$ $=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}$

b) $f'(x)=\frac{1}{2}\sqrt{5}\cdot x^{-\frac{1}{2}}$ $=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{x}}$

c) $f'(t)=\frac{1}{2}\sqrt{a}\cdot t^{-\frac{1}{2}}$ $=\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{t}}$

d) $h'(r)=\frac{1}{2}a\cdot r^{-\frac{1}{2}}$ $=\frac{a}{2\sqrt{r}}$

e) $f'(x)=\frac{1}{2}(1+2x)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2$ $=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

f) $f'(x)=\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x$ $=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

g) $f'(x)=\frac{1}{2}(x+x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(2x+1)$ $=\frac{2x+1}{2\sqrt{x+x^2}}$

h) $f'(t)=\frac{1}{2}(t+t^2+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot(2t+1)$ $=\frac{2t+1}{2\sqrt{t+t^2 1}}$

Lösung A2

a) $f'(x)=2\cos(2x)$

b) $f'(x)=-\frac{\pi}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

c) $f'(x)=\frac{1}{2}\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2}\right)$

d) $f'(t)=\sin(1-t)$

e) $f'(x)=2xcos(x^2)$

f) $g'(t)=-\pi tsin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)$

g) $s'^{(t)}=-3tcos\left(1-\frac{1}{2}t^2\right)$

h) $f'(t)=\sqrt{2}tcos\left(\sqrt{2}t^2\right)$

Lösung A3

a) $f'(x)=2\cdot\left(1+\sqrt{x}\right)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}=1+\frac{1}{\sqrt{x}}$

b) $f'(x)=3\cdot\left(2\sqrt{x}-x\right)^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$ $=\left(\frac{3}{\sqrt{x}}-3\right)\cdot\left(2\sqrt{x}-x\right)^2$

c) $f'(x)=2\cdot 2\cdot(x^2-3\sqrt{x})\cdot\left(2x-\frac{3}{2\sqrt{x}}\right)$ $=(x^2-3\sqrt{x})\cdot\left(8x-\frac{12}{2\sqrt{x}}\right)$

d) $g'(t)=-2\cdot\left(t^3-\sqrt{t}\right)^{-3}\cdot\left(3t^2-\frac{1}{2\sqrt{t}}\right)$ $=\left(t^3-\sqrt{t}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{t}}-6t^2\right)$

e) $f'(x)=2sin(x)\cdot cos(x)$ $=sin(2x)$

f) $g'(x)=-3\,cos^2(x)\cdot si\,n(x)=-3(1-sin^2(x))(sin(x))$ $=3(sin^3(x)-sin(x))$

g) $f'^{(x)}=3\cdot 2\sin^2(x)\cdot\cos(x)=6(1-\cos^2(x))(\cos(x))$ $=6(\cos(x)-\cos^3(x))$

h) $f'(t)=2\cdot\sqrt{2}t\cdot\frac{1}{2}cos(\sqrt{2}t^2)$ $=\sqrt{2}tcos(\sqrt{2}t^2)$

Lösung A4

Detaillierte Lösung für a)

a) $f(x) = (2x+1)(3x+4)^2$ $\quad u = 2x+1 \quad u' = 2$

$v = (3x+4)^2 \quad v' = 6(3x+4)$

$f'(x) = 2(3x+4)^2 + 6(2x+1)(3x+4) \qquad = 54x^2 + 114x + 56$

b) $f'(x) = -12(4-4x)^2(1-x) - (4-4x)^3 \qquad 256(x-1)^3$

c) $f'(x) = 3 \cdot (5-0{,}4x)^2(1{,}5x+6) - 0{,}8 \cdot (5-0{,}4x) \cdot (1{,}5x+6)^2$

$= \frac{9(x+4)(2x-25)(4x-17)}{50}$

d) $f'(x) = 3(x-x^2)^2(1-2x)(1-3x)^2 - 6(x-x^2)^3 \cdot (1-3x)$

$= 3x^2(x-1)^2(3x-1)(8x^2-7x+1)$

e) $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{2x}} - \sqrt{2x} \qquad = -\frac{3x-1}{\sqrt{2x}}$

f) $f'(x) = 1\sqrt{x^2+1} + \frac{x(2x+1)}{\sqrt{x^2+1}} \qquad = \frac{4x^2+x+2}{\sqrt{x^2+1}}$

g) $f'(x) = 2\,sin(2x) + (4x+2)cos(2x)$

h) $f'(x) = -2\,cos\left(\frac{1}{2}x\right)(1-x) - \frac{\sin\left(\frac{1}{2}x\right)(1-x)^2}{2}$

i) $f'(x) = 2\cos^2(2x) - 2\sin^2(2x) \qquad = -2(\sin^2(2x) - \cos^2(2x))$

j) $f'(x) = \sin(2x) + 2xcos(2x)$

k) $f'(x) = 2x\cos\left(\frac{1}{2}x\right) - \frac{x^2\sin\left(\frac{1}{2}x\right)}{2} \qquad = -\frac{x\left(xsin\left(\frac{1}{2}x\right) - 4\cos\left(\frac{1}{2}x\right)\right)}{2}$

l) $f'(x) = \frac{2\cos(2x)}{x} - \frac{\sin(2x)}{x^2}$

Dr.-Ing. Meinolf Müller / webmaster@fit-in-mathe-online.de