

Aufgabenblatt Ableitungen**vermischte Aufgaben**

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Dokument mit 36 Aufgaben

**Aufgabe A1**

Bilde die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

- | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| a) $f(x) = 2x^4$ | b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ |
| c) $f(x) = 2x$ | d) $f(x) = -2x$ |
| e) $f(x) = x^{-3}$ | f) $f(x) = (\frac{1}{4}x)^3$ |
| g) $f(x) = 2x^4 + 4x^3 - 3x^2$ | h) $f(x) = 5x^5 - 3x^4 - 2x^2 - 3$ |
| i) $f(x) = -4x^3 - 2x^2 + 3x$ | j) $f(x) = 4x^6 + 3x^4 - 6x^2 + 1$ |
| k) $f(x) = 2ax^3 - 6a^2x^2$ | l) $f(x) = t^2x^4 - 3t^2x^2 + 4t^2$ |
| m) $f(x) = 2(3x^3 - 2x)$ | n) $f(x) = 4(x^2 + 2x)$ |

Aufgabe A2

Bilde die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

- | | |
|--|----------------------------------|
| a) $f(x) = 2x^3 \cdot 4x^2$ | b) $f(x) = x^3 \cdot (2x^2 - 4)$ |
| c) $f(x) = (2x^3 - x \cdot 2) \cdot (4x^2 + 2x - 3)$ | |
| d) $f(x) = (x + 1)^2$ | e) $f(x) = (x^2 - 2)^{-3}$ |
| f) $f(x) = \sqrt{3x - 4}$ | g) $f(x) = \sin^2 x$ |
| h) $f(x) = \cos(x^2)$ | i) $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 3x}$ |
| j) $f(x) = (4x + 1)^3$ | k) $f(x) = 2(x^2 + a)^4$ |
| l) $f(x) = (x - 1) \cdot (x - k)^2$ | m) $f(x) = 2ax(x - a)^2$ |

Aufgabe A3

Leite zweimal ab und vereinfache so weit wie möglich.

- | | |
|--|--------------------------------------|
| a) $f(x) = \frac{2x^2 + 3x}{4x^3}$ | b) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{2x}$ |
| c) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ | d) $f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}$ |
| e) $f(x) = \frac{x}{(3x+2)^2}$ | f) $f(x) = \frac{ax}{x^2+a}$ |
| g) $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + 2}{x^2 + 1}$ | h) $f(x) = \frac{ax^2 + 2}{x^2 + a}$ |
| i) $f(x) = \frac{3x^3 + 2x - 5}{7x^2}$ | |

Aufgabenblatt Ableitungen

vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Lösung A1

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| a) $f'(x) = 8x^3$ | $f''(x) = 24x^2$ |
| b) $f'(x) = \frac{1}{2}x$ | $f''(x) = \frac{1}{2}$ |
| c) $f'(x) = 2$ | $f''(x) = 0$ |
| d) $f'(x) = -2$ | $f''(x) = 0$ |
| e) $f'(x) = -3x^{-4}$ | $f''(x) = 12x^{-5}$ |
| f) $f'(x) = \frac{3}{64} \cdot x^2$ | $f''(x) = \frac{3}{32}x$ |
| g) $f'(x) = 8x^3 + 12x^2 - 6x$ | $f''(x) = 6(4x^2 + 4x - 1)$ |
| h) $f'(x) = 25x^4 - 12x^3 - 4x$ | $f''(x) = 4(25x^3 - 9x^2 - 1)$ |
| i) $f'(x) = -12x^2 - 4x + 3$ | $f''(x) = -4(6x + 1)$ |
| j) $f'(x) = 12(2x^5 + x^3 - x)$ | $f''(x) = 12(10x^4 + 3x^2 - 1)$ |
| k) $f'(x) = 6a(x^2 - 2ax)$ | $f''(x) = 12a(x - a)$ |
| l) $f'(x) = 4t^2x^3 - 6t^2x$ | $f''(x) = 6t^2(2x^2 - 1)$ |
| m) $f'(x) = 2(9x^2 - 2)$ | $f''(x) = 36x$ |
| n) $f'(x) = 8(x + 1)$ | $f''(x) = 8$ |

Lösung A2

- | | |
|--|---|
| a) $f'(x) = 40x^4$ | $f''(x) = 160x^3$ |
| b) $f'(x) = 2x^2(5x^2 - 6)$ | $f''(x) = 8x(5x^2 - 3)$ |
| c) $u = 2x^3 - x \cdot 2$ | $u' = 6x^2 - 2$ |
| $v = 4x^2 + 2x - 3$ | $v' = 8x + 2$ |
| $f'(x) = (6x^2 - 2) \cdot (4x^2 + 2x - 3) + (8x + 2) \cdot (2x^3 - x \cdot 2)$ | |
| $= 24x^4 + 12x^3 - 18x^2 - 8x^2 - 4x + 6 + 16x^4 - 16x^2 + 4x^3 - 4x$ | |
| $= 40x^4 + 16x^3 - 42x^2 - 8x + 6$ | |
| $f''(x) = 160x^3 + 48x^2 - 84x - 8$ | |
| d) $f'(x) = 2(x + 1)$ | $f''(x) = 2$ |
| e) $f'(x) = -6x(x^2 - 2)^{-4} = -\frac{6x}{(x^2-2)^4}$ | $f''(x) = -\frac{6(x^2-2)^4 - 48x^2 \cdot (x^2-2)^3}{(x^2-2)^8}$ |
| | $= \frac{48x^2 - 6x^2 + 12 \cdot 9}{(x^2-2)^5}$ |
| f) $f'(x) = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{3x-4}}$ | $f''(x) = -\frac{4(3x-4) \cdot \sqrt{3x-4}}{4(3x-4) \cdot \sqrt{3x-4}}$ |
| g) $f'(x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x) = \sin(2x)$ | $f''(x) = 2 \cos(2x)$ |
| h) $f'(x) = -2x \cdot \sin(x^2)$ | $f''(x) = -2 \sin(x^2) - 4x^2 \cos(x^2)$ |
| i) $f'(x) = \frac{4x+3}{3 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{2}{3}}}$ | $u = 4x + 3 \quad u' = 4$ |
| | $v = 3 \cdot (2x^2 + 3x)^{\frac{2}{3}} \quad v' = \frac{2 \cdot (4x+3)}{(2x^2+3x)^{\frac{1}{3}}}$ |
| | $f''(x) = \frac{4 \cdot 3 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{2}{3}} - \frac{2 \cdot (4x+3)^2}{(2x^2+3x)^{\frac{1}{3}}}{4}$ |
| | $= \frac{9 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{5}{3}}}{9 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{5}{3}}} = \frac{12 \cdot (2x^2+3x) - 2 \cdot (4x+3)^2}{9 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{5}{3}}}$ |
| | $= \frac{24x^2 + 36x - 32x^2 - 48x - 18}{9 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{5}{3}}} = -\frac{8x^2 + 12x + 18}{9 \cdot (2x^2+3x)^{\frac{5}{3}}}$ |
| j) $f'(x) = 12(4x + 1)^2$ | $f''(x) = 96(4x + 1)$ |
| k) $f'(x) = 16x(x^2 + a)^3$ | $f''(x) = 16(x^2 + a)^2(7x^2 + a)$ |
| l) $f'(x) = (x - k)(3x - k - 2)$ | $f''(x) = 6x - 4k - 2$ |
| m) $f'(x) = 2a(x - a)(3x - a)$ | $f''(x) = 12ax - 8a^2$ |

Aufgabenblatt Ableitungen

vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 1

Lösung A3

a) $f'(x) = -\frac{x+3}{2x^3}$ $f''(x) = \frac{2x+9}{2x^4}$

b) $f'(x) = \frac{3x^4+1}{2x^2}$ $f''(x) = \frac{3x^4-1}{x^3}$

c) $f'(x) = -\frac{1}{(x+1)^2}$ $f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$

d) $f'(x) = -\frac{16}{(2x+1)^3}$ $f''(x) = \frac{96}{(2x+1)^4}$

e) $f'(x) = -\frac{3x-2}{(3x+2)^3}$ $f''(x) = \frac{6(3x-4)}{(3x+2)^4}$

f) $f'(x) = -\frac{a(x^2-a)}{(x^2+a)^2}$ $f''(x) = \frac{2ax(x^2-3a)}{(x^2+a)^3}$

g) $f'(x) = \frac{x(x^3+3x-8)}{(x^2+1)^2}$ $f''(x) = -\frac{2(x^3-12x^2-3x+4)}{(x^2+1)^3}$

h) $f'(x) = \frac{2x(a^2-2)}{(x^2+a)^2}$ $f''(x) = -\frac{2(a^2-2)(3x^2-a)}{(x^2+a)^3}$

i) $f'(x) = \frac{3x^3-2x+10}{49x^3}$ $f'(x) = \frac{4x-30}{49x^4}$