

Aufgabenblatt Ableitungen**vermischte Aufgaben**

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 3

Dokument mit 25 Aufgaben

**Aufgabe A1**

Bilde die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$
 c) $f(x) = (\sqrt{x} + 2)^2$
 e) $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \sqrt{ax^2 - 2ax}$
 d) $f(x) = 2x \cdot \sqrt{x^2 + 4}$
 f) $f(x) = \sqrt[5]{2x^2 + 5}$

Aufgabe A2

Bilde die 1. und 2. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

a) $f(x) = \frac{3}{1+e^x}$
 c) $f(x) = \frac{x^2}{1+e^{-x}}$
 e) $f(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{1+e^x}$

b) $f(x) = \frac{x}{2+e^{3x}}$
 d) $f(x) = \frac{e^x}{2-e^{-x}}$
 f) $f(x) = \frac{4}{1-e^{-x}}$

Aufgabe A3

Leite zweimal ab und vereinfache so weit wie möglich.

a) $f(x) = \frac{2}{1+\sin(x)}$
 c) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{2x+5}}$
 e) $f(x) = \frac{\ln(ax)}{2x+1}$

b) $f(x) = \frac{4x}{\sqrt{1+x^2}}$
 d) $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

Aufgabe A4

Leite zweimal ab und vereinfache so weit wie möglich.

a) $f(x) = x^2 \cdot \sin(2x)$
 c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+2x}}$
 e) $f(x) = a^{nx}$
 g) $f(x) = \frac{x}{1-x}$

b) $f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x^2+2x-3}$
 d) $f(x) = e^x \cdot \sin x$
 f) $f(x) = x^5 \cdot \ln(x)$
 h) $f(x) = \frac{x^3}{x-1}$

Aufgabenblatt Ableitungen

vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 2 – Fortgeschritten – Blatt 3

Lösung A1

- a) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$
- b) $f'(x) = \frac{a(x-1)}{\sqrt{ax^2-2ax}}$
- c) $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} + 1$
- d) $f'(x) = \frac{4(x^2+2)}{\sqrt{x^2+4}}$
- e) $f'(x) = \frac{x(3x^2-8)}{\sqrt{x^2-4}}$
- f) $f'(x) = \frac{4x}{5\sqrt[5]{(2x^2+5)^4}}$

$$\begin{aligned}f''(x) &= -\frac{4}{(x^2+4)\cdot\sqrt{x^2+4}} \\f''(x) &= -\frac{a^2}{(ax^2-2ax)\cdot\sqrt{ax^2-2ax}} \\f''(x) &= -\frac{1}{x\sqrt{x}} \\f''(x) &= \frac{4x^3+24x}{(x^2+4)\cdot\sqrt{x^2+4}} \\f''(x) &= \frac{6x^4-36x^2+32}{(x^2-4)\cdot\sqrt{x^2-4}} \\f''(x) &= -\frac{24x^2-100}{25\cdot(2x^2+5)\cdot\sqrt[5]{(2x^2+5)^4}}\end{aligned}$$

Lösung A2

- a) $f'(x) = -\frac{3e^x}{(e^x+1)^2}$
- b) $f'(x) = -\frac{e^{3x}\cdot(3x-1)-2}{(2+e^{3x})^2}$
- c) $f'(x) = \frac{xe^x(2e^x+x+2)}{(e^x+1)^2}$
- d) $f'(x) = \frac{2e^{2x}(e^x-1)}{(2e^x-1)^2}$
- e) $f'(x) = \frac{e^{-x}(e^{2x}-2e^x-1)}{(1+e^x)^2}$
- f) $f'(x) = -\frac{4e^x}{(e^x-1)^2}$

$$\begin{aligned}f''(x) &= \frac{3e^x\cdot(e^x-1)}{(e^x+1)^3} \\f''(x) &= \frac{3e^{3x}\cdot((3x-2)e^{3x}-4)}{(2+e^{3x})^3} \\f''(x) &= \frac{x(2e^{2x}+e^x(-x^2+4x+4)+x^2+4x+2)}{(e^x+1)^3} \\f''(x) &= \frac{2e^{2x}(2e^{2x}-3e^x+2)}{(2e^x-1)^3} \\f''(x) &= \frac{e^{-x}(e^{3x}-5e^{2x}-3e^x-1)}{(1+e^x)^3} \\f''(x) &= \frac{4e^x(e^x+1)}{(e^x-1)^3}\end{aligned}$$

Lösung A3

- a) $f'(x) = -\frac{2\cos(x)}{(1+\sin(x))^2}$
- b) $f'(x) = \frac{4}{(1+x^2)\cdot\sqrt{1+x^2}}$
- c) $f'(x) = -\frac{5}{(2x+5)\cdot\sqrt{2x+5}}$
- d) $f'(x) = -\frac{2}{x^2-1}$
- e) $f'(x) = \frac{2x(\ln(ax)-1)-1}{x(2x+1)^2}$

$$\begin{aligned}f''(x) &= \frac{2(\sin^2(x)+\sin(x)+2\cos^2(x))}{(1+\sin(x))^3} \\f''(x) &= -\frac{12x}{(1+x^2)^2\cdot\sqrt{1+x^2}} \\f''(x) &= \frac{15}{(2x+5)^2\cdot\sqrt{2x+5}} \\f'(x) &= \frac{4x}{(x^2-1)^2} \\f''(x) &= \frac{4x(x(2\ln(ax)-3)-2)-1}{x^2(2x+1)^3}\end{aligned}$$

Lösung A4

- a) $f'(x) = 2x \cdot (\sin(2x) + x\cos(2x))$
 $f''(x) = (2+4x^2) \cdot \sin(2x) + 8x \cdot \cos(2x)$
- b) $f'(x) = \frac{4x(x-3)}{(x-1)^2 \cdot (x+3)^2}$
- c) $f'(x) = \frac{x+1}{(1+2x)\cdot\sqrt{1+2x}}$
- d) $f'(x) = e^x \cdot (\sin(x) + \cos(x))$
- e) $f'(x) = n \cdot a^{nx} \cdot \ln(a)$
- f) $f'(x) = x^4 \cdot (5\ln(x) + 1)$
- g) $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$
- h) $f'(x) = \frac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}$

$$\begin{aligned}f''(x) &= \frac{4(2x^3-9x^2-9)}{(x-1)^3 \cdot (x+3)^3} \\f''(x) &= -\frac{x+2}{(1+2x)^2 \cdot \sqrt{1+2x}} \\f''(x) &= 2e^x \cdot \cos(x) \\f''(x) &= n^2 \cdot a^{nx} \cdot \ln^2(a) \\f''(x) &= x^3 \cdot (20\ln(x) + 9) \\f''(x) &= -\frac{2}{(x-1)^3} \\f''(x) &= \frac{2x(x^2-3x+3)}{(x-1)^3}\end{aligned}$$