

**Aufgabenblatt Ableitungen****vermischte Aufgaben**

Level 3 – Expert – Blatt 3

Dokument mit 16 Aufgaben

**Aufgabe A1**

Bilde die 1. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

a)  $f(x) = \ln(x) + 4x^2 + 3$

c)  $f(x) = 2x^2 \ln(x)$

e)  $f(x) = \ln(x^3 - 4x^2)$

g)  $f(x) = \ln(x+3)^2$

i)  $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{x+1}$

k)  $f(x) = (x^3 + 2)(x + 3)$

b)  $f(x) = (2x - 1)(5x + 3)$

d)  $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$

f)  $f(x) = \frac{2x^3+x}{e^x}$

h)  $f(x) = e^{\sqrt{x^2+5}}$

j)  $f(x) = \sqrt{x-1}$

l)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

**Aufgabe A2**

Bilde die 1. Ableitung der gegebenen Funktionsgleichungen und vereinfache so weit wie möglich.

a)  $f(x) = 5e^{2x^2-3x+1}$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + \ln(x^2)}$

b)  $f(x) = \frac{x^3}{\ln(x)}$

d)  $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x+1)}$

# Aufgabenblatt Ableitungen

## vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung

Lösungen

Level 3 – Expert – Blatt 3

### Lösung A1

a)  $f(x) = \ln(x) + 4x^2 + 3$

$$f'(x) = \frac{1}{x} + 8x$$

b)  $f(x) = (2x - 1)(5x + 3)$

$$= 10x^2 + x - 3$$

$$f'(x) = 20x + 1$$

c)  $f(x) = 2x^2 \ln(x)$

Produktregel erforderlich

$$u = 2x^2; \quad u' = 4x$$

$$v = \ln(x); \quad v' = \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = u'v + v'u = 4x\ln(x) + \frac{2x^2}{x} = 4x\ln(x) + 2x$$

d)  $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 = 2 \cdot \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

Kettenregel und Quotientenregel erforderlich

$$u = 2 \cdot \ln(v); \quad u' = \frac{2}{v} \cdot v'$$

$$v = \frac{x+1}{x-1} = \frac{w}{q}; \quad v' = \frac{wq - q'w}{q^2}$$

$$w = x + 1; \quad w' = 1$$

$$q = x - 1; \quad q' = 1; \quad q^2 = (x - 1)^2$$

$$v' = \frac{1 \cdot (x-1) - 1 \cdot (x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2}{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \frac{-2}{(x-1)^2} = -\frac{4 \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)^2} = -\frac{4}{(x+1)(x-1)} = -\frac{4}{x^2-1}$$

e)  $f(x) = \ln(x^3 - 4x^2)$

Kettenregel erforderlich

$$f'(x) = \frac{1}{x^3 - 4x^2} \cdot (3x^2 - 8x)$$

f)  $f(x) = \frac{2x^3 + x}{e^x}$

Quotientenregel erforderlich

$$u = 2x^3 + x; \quad u' = 6x + 1$$

$$v = e^x; \quad v' = e^x; \quad v^2 = e^{2x}$$

$$f'(x) = \frac{(6x+1)e^x - (2x^3+x)e^x}{e^{2x}}$$

$$f'(x) = \frac{e^x(6x+1-2x^3-x)}{e^{2x}} = \frac{-2x^3+5x+1}{e^x}$$

g)  $f(x) = \ln(x+3)^2$

Kettenregel erforderlich

$$f'(x) = 2\ln(x+3) \cdot \frac{1}{x+3}$$

$$f'(x) = \frac{2\ln(x+3)}{x+3}$$

i)  $f(x) = \frac{x \cdot \ln(x)}{x+1}$

Produktregel und Quotientenregel erforderlich

$$u = x \cdot \ln(x); \quad u' = \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x} = \ln(x) + 1$$

$$v = x + 1; \quad v' = 1; \quad v^2 = (x + 1)^2$$

$$f'(x) = \frac{u'v - vu'}{v^2} = \frac{(\ln(x)+1) \cdot (x+1) - x \cdot \ln(x)}{(x+1)^2} = \frac{x \ln(x) + \ln(x) + x + 1 - x \ln(x)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{\ln(x) + x + 1}{(x+1)^2}$$

h)  $f(x) = e^{\sqrt{x^2+5}} = e^{\frac{1}{2}(x^2+5)} = e^{\frac{x^2+5}{2}}$

Kettenregel erforderlich

$$f'(x) = x \cdot e^{\sqrt{x^2+5}}$$

# Aufgabenblatt Ableitungen vermischte Aufgaben

Differenzialrechnung  
Lösungen  
Level 3 – Expert – Blatt 3

- j)  $f(x) = \sqrt{x-1} = (x-1)^{\frac{1}{2}}$   
 $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$
- k)  $f(x) = (x^3 + 2)(x+3) = x^4 + 3x^3 + 2x + 6$   
 $f'(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2$
- l)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^3+1}} = (x^3+1)^{\frac{1}{3}}$   
 $f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^3+1)^{-\frac{2}{3}} \cdot 3x^2 = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}$

## Lösung A2

a)  $f(x) = 5e^{2x^2-3x+1}$

Kettenregel erforderlich

$$f'(x) = 5 \cdot (6x-3) \cdot e^{2x^2-3x+1}$$

b)  $f(x) = \frac{x^3}{\ln(x)}$

Quotientenregel erforderlich

$$u = x^3; \quad u' = 3x^2$$

$$v = \ln(x); \quad v' = \frac{1}{x}; \quad v^2 = \ln^2(x)$$

$$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{3x^2 \cdot \ln(x) - \frac{x^3}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{x^2(3\ln(x)-1)}{\ln^2(x)}$$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + \ln(x^2)} = (x^2 + \ln(x^2))^{\frac{1}{3}}$

Kettenregel erforderlich

$$f'(x) = \frac{1}{3} \cdot (x^2 + \ln(x^2))^{-\frac{2}{3}} \cdot (2x + \frac{1}{x^2} \cdot 2x)$$

$$f'(x) = \frac{2x + \frac{2}{x}}{3 \cdot \sqrt[3]{(x^2 + \ln(x^2))^2}} = \frac{2x^2 + 2}{3x \cdot \sqrt[3]{(x^2 + \ln(x^2))^2}} = \frac{2(x^2 + 1)}{3x \cdot \sqrt[3]{(x^2 + \ln(x^2))^2}}$$

d)  $f(x) = \frac{e^x}{\ln(x+1)}$

Quotientenregel erforderlich

$$u = e^x; \quad u' = e^x$$

$$v = \ln(x+1); \quad v' = \frac{1}{x+1}; \quad v^2 = \ln^2(x+1)$$

$$f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2} = \frac{e^x \cdot \ln(x+1) - e^x \cdot \frac{1}{x+1}}{\ln^2(x+1)} = \frac{e^x (\ln(x+1) - \frac{1}{x+1})}{\ln^2(x+1)}$$