Aufgabe A1

Eine neue Achterbahn wird so geplant, dass nach einer sehr schnellen Auffahrt eine Abfahrt folgt. Der zugehörige Graph wird modellhaft durch die Funktion f_t mit $f_t(x) = 100t^2x^2 \cdot e^{-tx}$ beschrieben.

f_t ist die Höhe der Bahn im Abstand x vom Start (alle Angaben in m).

a) Beweise, dass die Höhe des höchsten Punktes der Bahn uabhängig von t ($t > 0$) ist und bestimme dessen Höhe.

b) Beweise, dass die Fahrt nach dem höchsten Punkt ständig abfällt.

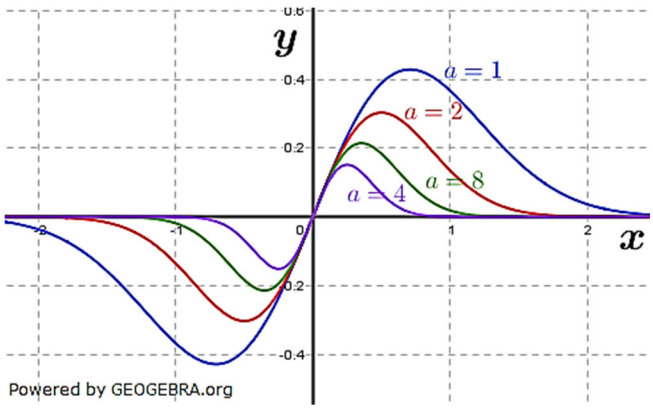
c) Die Auffahrt darf nicht steiler als $70\,\%$ sein. Für welche $t > 0$ ist dies der Fall?

Aufgabe A2

Gegeben ist die Funktionsschar f_a mit

$$f_a(x) = x \cdot e^{-ax^2} \ (a > 0).$$

Die Graphen von f_a sind in der Abbildung für verschiedene Parameterwerte dargestellt.



a) Beschreibe Gemeinsamkeiten der abgebildeten Graphen.

b) Untersuche die Graphen der Schar auf Symmetrie.

c) Gib die Asymptoten an.

d) Berechne die Extrem- und Wendepunkte der Graphen.

e) Ermittle die Ortskurve der Hochpunkte.