

Lösung A1

Lösungslogik:

Das Funktionsglied mit dem höchsten Exponenten von x bestimmt den Grad der Funktion.

Die Vorzahlen der einzelnen Potenzen von x sind die Koeffizienten.

Die einzelne Zahl innerhalb der Funktionsgleichung nennt man auch „absolutes Glied“.

Klausuraufschrieb:

- a) $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 3x + 6$ ist 3. Grades mit $a_3 = 3$, $a_2 = -4$, $a_1 = 3$ und $a_0 = 6$.
- b) $f(x) = -7x^4 + x^3 - 4x$ ist 4. Grades mit $a_4 = -7$, $a_3 = 1$ und $a_1 = -4$.
- c) $f(x) = x^6 + 2x^4 - x^2 + 2$ ist 6. Grades mit $a_6 = 1$, $a_4 = 2$, $a_2 = -1$ und $a_0 = 2$.
- d) $f(x) = 0,4x^4 - 0,8x^2 + 1,7$ ist 4. Grades mit $a_4 = 0,4$, $a_2 = -0,8$ und $a_0 = 1,7$.
- e) $f(x) = -0,1x^7 + 2,5x^5 - 0,1x^3 + 1$ ist 7. Grades mit $a_7 = -0,1$, $a_5 = 2,5$, $a_3 = -0,1$, und $a_0 = 1$.
- f) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{9}x - 6,6$ ist 5. Grades mit $a_5 = \frac{1}{2}$, $a_4 = -\frac{2}{3}$, $a_1 = \frac{1}{9}$ und $a_0 = -6,6$.
- g) $f(x) = x(x^2 - 2x + 2) = x^3 - 2x^2 + 2x$ ist 3. Grades mit $a_3 = 1$, $a_2 = -2$ und $a_1 = 2$.
- h) $f(x) = 3(x+3)(x-2)^2 = (3x+9)(x^2-4x+2) = 3x^3 - 3x^2 - 30x + 18$ ist 3. Grades mit $a_3 = 3$, $a_2 = -3$, $a_1 = -30$ und $a_0 = 18$.
- i) $f(x) = x^3\left(2 - 2x + \frac{1}{2}x^2\right) - 4 = \frac{1}{2}x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4$ ist 5. Grades mit $a_5 = \frac{1}{2}$, $a_4 = -2$ und $a_3 = 2$.
- j) $f(x) = -2(x-3)^2(x+2) = (-2x-4)(x^2-6x+9) = -2x^3 + 8x^2 + 6x - 36$ ist 3. Grades mit $a_3 = -2$, $a_2 = 8$, $a_1 = 6$ und $a_0 = -36$.

Lösung A2

Lösungslogik:

Für den Funktionswert der Funktionen bei sehr großen bzw. sehr kleinen Werten von x muss lediglich das Funktionsglied mit der höchsten Potenz betrachtet werden.

Klausuraufschrieb:

- | | |
|--|---|
| a) $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x$
$f(500) > 0$; $f(-500) < 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^3 . |
| b) $f(x) = -x^5 + 2x^3 + 15000$
$f(500) < 0$; $f(-500) > 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist $-x^5$. |
| c) $f(x) = x^5 + 100000x - 1$
$f(500) > 0$; $f(-500) < 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^5 . |
| d) $f(x) = -x^5 + 2x^3 + 15000$
$f(500) < 0$; $f(-500) > 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist $-x^5$. |
| e) $f(x) = -0,1x^7 + 2,5x^5 - 0,1x^3 + 1$
$f(500) < 0$; $f(-500) > 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist $-x^7$. |
| f) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{9}x - 6,6$
$f(500) > 0$; $f(-500) < 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^5 . |
| g) $f(x) = 3x(x^5 + x^2 - 1500)$
$f(500) > 0$; $f(-500) < 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^6 . |
| h) $f(x) = 3x^4(x+2)(x-3)$
$f(500) > 0$; $f(-500) < 0$ | Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^6 . |

Lösung A3

Lösungslogik:

Für das Verhalten von Graphen für die x -Werte ∞ bzw. $-\infty$ muss lediglich das Funktionsglied mit der höchsten Potenz betrachtet werden.

Klausuraufschrieb:

- a) $f(x) = -3x^3 + 4x^2 - x$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $-3x^3$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = -3x^3$
- b) $f(x) = 3x^9 - 2x^5 + 15000x$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $3x^9$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = 3x^9$
- c) $f(x) = x^5 + 100000x - 1$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist x^5 .
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = x^5$
- d) $f(x) = 3x^8 - 0,0001x^6$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $3x^8$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = 3x^8$
- e) $f(x) = -0,1x^7 + 2,5x^5 - 0,1x^3 + 1$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $-0,1x^7$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = -0,1x^7$
- f) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 - \frac{2}{3}x^4 + \frac{1}{9}x - 6,6$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $\frac{1}{2}x^5$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = \frac{1}{2}x^5$
- g) $f(x) = 3x(x^5 + x^2 - 1500)$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $3x^6$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = 3x^6$
- h) $f(x) = 3x^4(x + 2)(x - 3)$ Funktionsglied mit höchster Potenz ist $3x^6$.
 $f(x)$ verhält sich wie $h(x) = 3x^6$

Lösung A4

Klausuraufschrieb:

Abbildung A gehört zur Funktionsgleichung $f_2(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach $-\infty$ und für $x \rightarrow \infty$ nach ∞ . Der Graph verläuft nahe 0 wie $-3x^2 + 2$.

Abbildung B gehört zur Funktionsgleichung $f_4(x) = -0,5x^4 + 2x^2 + 2$.

Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach $-\infty$ und für $x \rightarrow \infty$ nach $-\infty$. Der Graph verläuft nahe 0 wie $2x^2 + 2$.

Abbildung C gehört zur Funktionsgleichung $f_1(x) = x^6 - 2x^4 + 1,5x + 2$.

Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach ∞ und für $x \rightarrow \infty$ nach ∞ . Der Graph verläuft nahe 0 wie $1,5x + 2$.

Abbildung D gehört zur Funktionsgleichung $f_3(x) = x^3 - 3x + 2$.

Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach $-\infty$ und für $x \rightarrow \infty$ nach ∞ . Der Graph verläuft nahe 0 wie $-3x + 2$.

Lösung A5

Lösungslogik:

Für das Verhalten von Graphen für die x -Werte nahe 0 muss lediglich das Funktionsglied mit der niedrigsten Potenz sowie das absolute Glied (falls vorhanden) betrachtet werden.

Klausuraufschrieb:

- a) $f(x) = -2x^3 + x^2 + 2x - 1$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $2x - 1$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = 2x - 1$
- b) $f(x) = \frac{1}{2}x^5 + 02x^3 - x + 2$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $-x + 2$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = -x + 2$
- c) $3x^3 + 0,5x^2 + 10000x$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $10000x$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = 10000x$
- d) $f(x) = -3x^4 + x^2$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist x^2 .
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = x^2$
- e) $f(x) = x^6 + x^4 + x^2 - 1$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $x^2 - 1$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = x^2 - 1$
- f) $f(x) = x(x - 2)(x + 3) = x^3 + x^2 - 6x$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $-6x$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = -6x$
- g) $3x(x^3 + x^2 - x)$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $-3x^2$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = -3x^2$
- h) $f(x) = 3x(x^3 + x^2 - 1) + \sqrt{2}$ Funktionsglied mit kleinster Potenz und
Absolutglied ist $-3x + \sqrt{2}$.
 $f(x)$ verhält sich nahe 0 wie $h(x) = -3x + \sqrt{2}$

Lösung A6

Klausuraufschrieb:

Abbildung A gehört zur Funktionsgleichung $f_2(x) = x^4 - 2x^2 + 100$.
Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach ∞ und für $x \rightarrow \infty$ nach ∞ . Der Graph verläuft
nahe 0 wie $-2x^2$.

Abbildung B gehört zur Funktionsgleichung $f_1(x) = -2x^3 - 2x + 10$.
Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach ∞ und für $x \rightarrow \infty$ nach $-\infty$. Der Graph verläuft
nahe 0 wie $-2x + 10$.

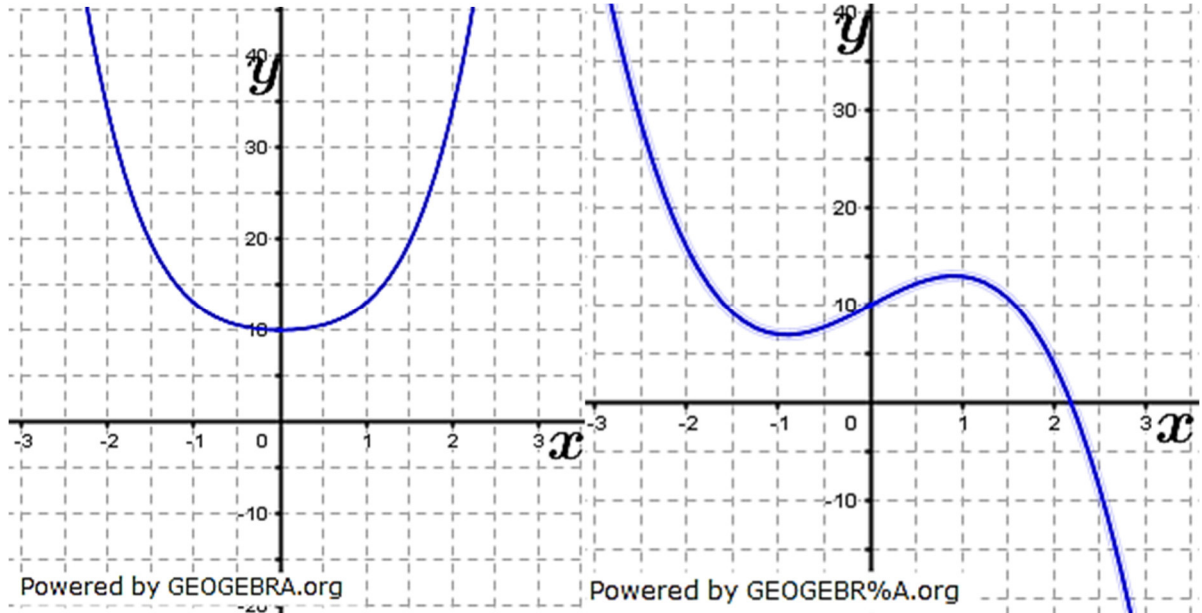
Abbildung C gehört zur Funktionsgleichung $f_5(x) = x^4 - 8x + 10$.
Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach ∞ und für $x \rightarrow \infty$ nach ∞ . Der Graph verläuft
nahe 0 wie $-8x + 10$.

Abbildung D gehört zur Funktionsgleichung $f_4(x) = -2x^3 - 5x^2 + 10$.
Der Graph verläuft für $x \rightarrow -\infty$ nach ∞ und für $x \rightarrow \infty$ nach $-\infty$. Der Graph verläuft
nahe 0 wie $-5x^2 + 10$.

Verbleibende Funktionsgleichungen ohne Abbildung:

$$f_3(x) = x^4 + 2x^2 + 10$$

$$f_6(x) = -2x^3 + 5x + 10$$



Lösung A7

Lösungslogik:

Aufgrund der Aufgabenstellung sind stets Funktionsgleichungen von ganzrationalen Funktionen 4. Grades aufzustellen. Gegebenenfalls ist a_4 auf 0 zu setzen.

Klausuraufschrieb:

- der Graph von f die y -Achse im Punkt $P(0|1)$ schneidet,
 $f(x) = -2 \cdot x^4 - 1 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1$
- der Graph von f durch den Ursprung geht,
 $f(x) = -2 \cdot x^4 - 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 0$
- $f(-1) = 6$ ist,
 $f(x) = 2 \cdot x^4 - 2 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 - 1 \cdot x + 0$
- der Graph von f aus dem dritten in den ersten Quadranten verläuft,
 $f(x) = 0 \cdot x^4 - 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 - 2 \cdot x + 2$
- der Graph von f aus dem vierten in den zweiten Quadranten verläuft,
 $f(x) = 1 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 - 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 2$
- die Funktionswerte von f für $x \rightarrow |\infty|$ gegen Unendlich streben,
 $f(x) = 2 \cdot x^4 + 1 \cdot x^3 - 0 \cdot x^2 - 1 \cdot x - 2$
- das Verhalten von f nahe 0 durch die Funktion $g(x) = x - 2$ beschrieben wird,
 $f(x) = 2 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 - 1 \cdot x^2 + 1 \cdot x - 2$
- das Verhalten von f für sehr große und sehr kleine Werte von x durch die Funktion $h(x) = 2x^4$ beschrieben wird.
 $f(x) = -2 \cdot x^8 - 1 \cdot x^7 + 0 \cdot x^6 + 2 \cdot x^5 + 2x^4$