Aufgabe A1

Bestimme diejenigen Werte von t, für die der Graph von f achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

a) $f_t(x) = x^3 + 2tx^2 + tx$ b) $f_t(x) = (x - t) \cdot (x + 2)$

c) $f_t(x) = (x + t)^2 - 4x$

Aufgabe A2

Bestimme alle Werte von t so, dass

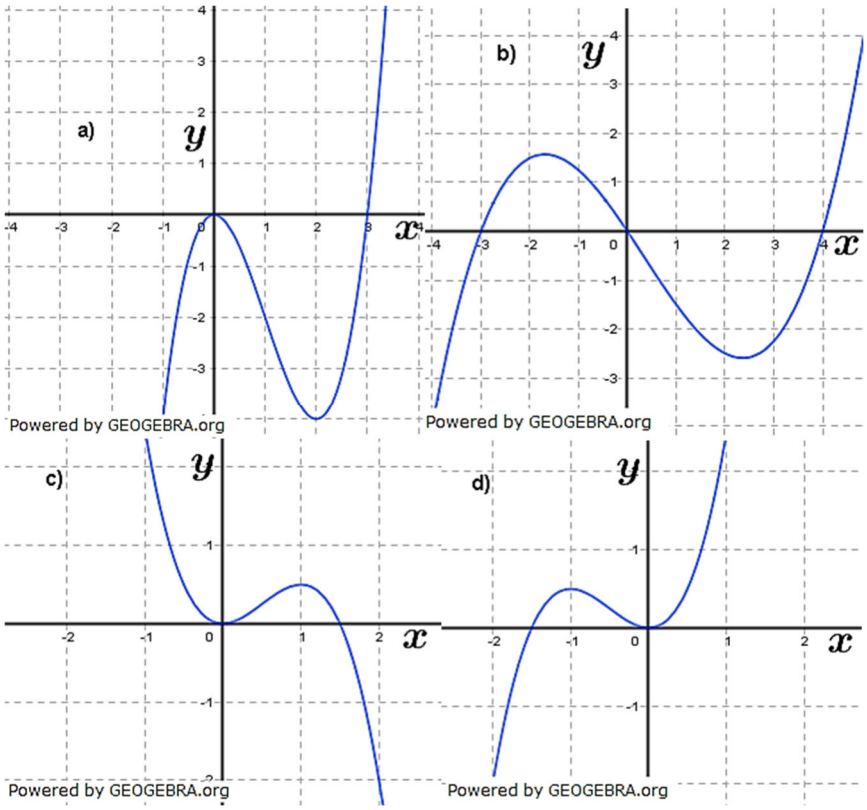
a) die Funktion f_t mit $f_t(x) = 7(x - t)^2(x - 2)$ eine dreifache Nullstelle hat.

b) die Funktion f_t mit $f_t(x) = (x + 2)(x - t)(x - 3)(x - 4)$ eine doppelte Nullstelle hat.

c) der Graph der Funktion f_t mit $f_t(x) = 5(x - 2)(x - 4)(x - t)$ die x-Achse berührt.

Aufgabe A3

Gegeben ist für $t \in \mathbb{R}$ eine Funktion f_t durch $f_t(x) = x^2 \cdot \left(x - \frac{3}{2}t\right)$; $x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von f_t ist K_t. Welche Schaubilder gehören zu einer Funktion f_t, welche nicht? Begründe deine Entscheidung und ermittle gegebenenfalls den Wert von t.



Aufgabe A4

Zu jedem $t \in \mathbb{R}^*$ ist eine Funktion f_t gegeben durch $f_t(x) = \frac{1}{12}x(x-t)^2;\ x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von f_t ist K_t.

a) Betrachte K_t für drei verschiedene Werte von t. Gib gemeinsame Eigenschaften der Schaubilder an. Zeichne K_6.

b) Zeige, dass jede Ursprungsgerade mit positiver Steigung m und $m \neq 3$ K_6 dreimal schneidet.

Aufgabe A5

Für jedes $t \in \mathbb{R}^*$ ist eine Funktion f_t geben durch $f_t(x) = \frac{1}{t}x^3 - 2x^2 + tx;\ x \in \mathbb{R}$. Das Schaubild von f_t ist K_t.
Betrachte Schaubilder für positive und negative Werte von t. Wie unterscheiden sich die Schaubilder für negative Werte von t von denen für positive Werte von t? Gib gemeinsame Eigenschaften der Schaubilder an. Skizziere zwei Schaubilder.

Aufgabe A6

Gegeben ist die Funktion f_t mit $f_t(x) = (x-t)^2 \cdot (x^2 + 4x + 4)$.

a) Faktorisiere den Term so weit wie möglich.

b) Gib mit Fallunterscheidung Anzahl, Lage und Vielfachheit der Nullstellen in Abhängigkeit von t an.

c) Bestimme sämtliche Schnittpunkte der Graphen f_t mit den Koordinatenachsen.

d) Bestimme t so, dass der zugehörige Graph durch den Punkt $P(-1|1)$ verläuft.

e) Zeichne den Graphen f_0 im Intervall $[-3; 1]$.

Aufgabe A7

Die Funktion f_k und g_k mit $k > 0$ sind gegeben durch $f_k(x) = \frac{1}{k}x(kx-1)^2$ und $g_k(x) = 3kx^2 - 4x + \frac{1}{k}$.

a) Gib die Lage und Vielfachheit der Nullstellen von f_k an.

b) Bestimme die Nullstellen von g_k in Abhängigkeit von k und gib das Intervall an, in dem gilt $g_k \leq 0$.

c) Die beiden Funktionen haben eine gemeinsame Nullstelle. Gib die Koordinaten des gemeinsamen Schnittpunktes an und bestimme k so, dass die Abszisse des Schnittpunktes bei 3 liegt.

d) Zeichne den Graphen von f_k und g_k für $k = \frac{1}{3}$ im Intervall $[-1; 4]$. Für beide Koordinatenachsen gilt: $1\,LE = 2\,cm$

Aufgabe A8

Gegeben ist die Funktion f_t durch $f_t(x) = t(x^3 + (t-4)x^2 + 4(1-t)x + 4t)$.

a) Zeige, dass f_t eine Nullstelle bei 2 hat.

b) Stelle f_t in faktorisierter Form dar.

c) Bestimme die Anzahl und Vielfachheit der Nullstellen von f_t in Abhängigkeit von t.

d) Berechne t so, dass $P(1|2)$ auf f_t liegt.

e) Zeichne für $t = 1$ den zugehörigen Graphen.